

تم تحميل وعرض المادة من

موقع كتيبي



www.kottby.net

موقع كتيبي يعرض لكم الكتب الدراسية الطبعة الجديدة وحلولها، وشرح للمناهج الدراسية، توزيع المناهج، تحاضير، أوراق عمل، نماذج إختبارات عرض مباشر وتحميل PDF

حمل التطبيق من هنا



الفصل ٥

أنظمة المعادلات الخطية

فيما سبق

درست حلّ المعادلات الخطية في متغير واحد.

والآن

- أحل نظام معادلتين خطيتين بيانياً.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالتعويض.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالحذف.
- أحل مسائل لفظية من واقع الحياة تؤول إلى نظام من معادلتين خطيتين.

لماذا؟

حقائق: باعت حديقة الحيوانات بالرياض في أحد الأيام تذاكر دخول بقيمة ٣٥٠٠ ريال. فإذا كان سعر التذكرة ١٠ ريالات للكبير، ٥ ريالات للصغير، فيمكنك استعمال نظام من معادلتين خطيتين لمعرفة عدد الكبار وعدد الصغار الذين اشتروا التذاكر عند معرفة إجمالي عدد التذاكر المباعة.

المفردات

- النظام المتسق ص (١٢)
- النظام المستقل ص (١٢)
- النظام غير المستقل ص (١٢)
- النظام غير المتسق ص (١٢)

أنظمة المعادلات الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظتك مبتدئاً بورقة A4 .

- ١ اطو الورقة طولياً من المنتصف.
- ٢ قص النصف العلوي خمسة أجزاء بالتساوي.
- ٣ سم الأجزاء الخمسة بأرقام الدروس وعناوينها.

١-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً
٦-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض
٣-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح
٤-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب
٥-٥ تطبيقات على النظام التكون من معادلتين خطيتين



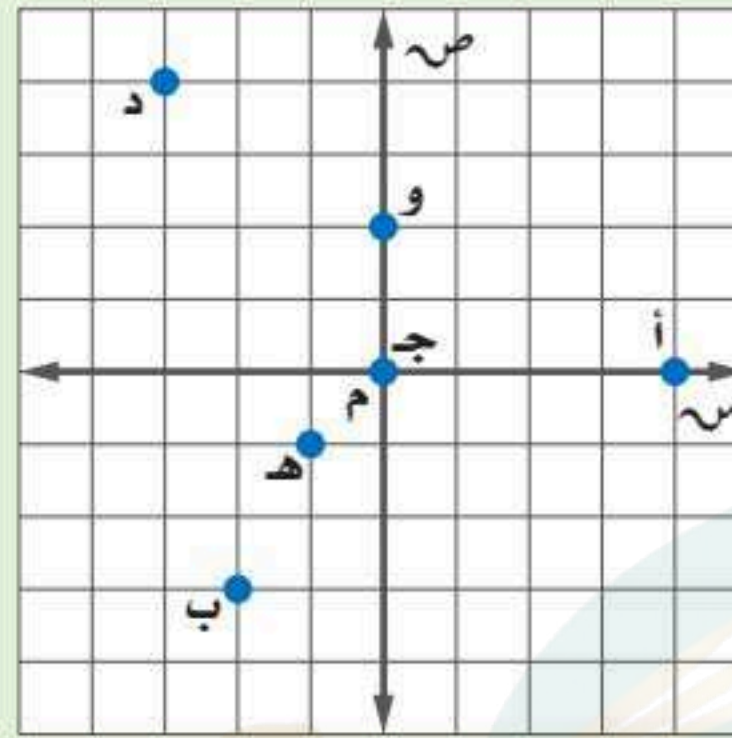


التهيئة للفصل ٥

تشخيص الاستعداد:

اختبار سريع

سم الزوج المرتب الممثل لكل نقطة فيما يأتي: (مهارة سابقة)



أ (١)

$$أ = (٠, ٤)$$

د (٢)

$$د = (-٤, ٣)$$

ب (٣)

$$ب = (-٣, -٢)$$

ج (٤)

$$ج = (٠, ٠)$$

هـ (٥)

$$هـ = (-١, -١)$$

و (٦)

$$و = (٢, ٠)$$





التهيئة للفصل ٥

تشخيص الاستعداد:

حلّ كل معادلة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

$$(٧) ٢س + ٤ = ١٢$$

$$٢س + ٤ - ٤ = ١٢ - ٤$$

$$٢س = ٨$$

$$س = ٤$$

$$(٨) ٣س = ٩ -$$

$$٩ - = ٣س$$

$$٣س = ٩ -$$

$$(١٠) ٢ = م + س + ب، م، ب ثابتان.$$

$$م + س = ٢ - ب$$

$$س = \frac{٢ - ب}{م}$$

$$(٩) ٦ = ٢ + م$$

$$٦ - ٢ = ٢ + م - ٢$$

$$٤ = م$$

$$(١١) ب = ٢ + (٤ -)، ب ثابت ٢$$

$$ب = ٢ + ٤ -$$

$$٢ + ب = ٤$$

$$ل = \frac{٤ + ب}{٢}$$





التهيئة للفصل ٥

تشخيص الاستعداد:

$$(١٢) ٢٠ - ١٠ \text{ ص} = ٤٠.$$

$$٢٠ - ١٠ \text{ ص} + ٤٠ = ١٠ \text{ ص} + ٤٠$$

$$٢٠ = ١٠ \text{ ص} + ٤٠$$

$$٢٠ - ٤٠ = ١٠ \text{ ص} + ٤٠ - ٤٠$$

$$- ٢٠ = ١٠ \text{ ص}$$

$$\text{ص} = \frac{- ٢٠}{١٠}$$

$$\text{ص} = - ٢$$

(١٣) **هندسة:** إذا كانت $م = \frac{١}{٢} ق \times ع$ ، تمثل صيغة مساحة

المثلث، حيث م المساحة، ق قاعدة المثلث، ع ارتفاعه.

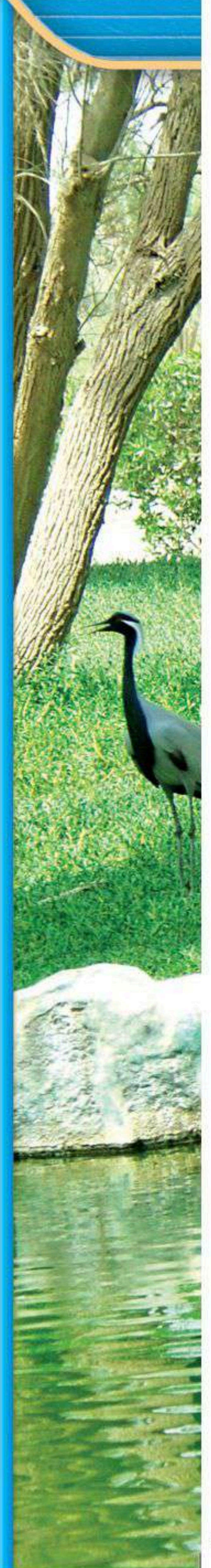
فأوجد مساحة المثلث الذي طول قاعدته ١٠ سم،

وارتفاعه ٥ سم.

$$م = \frac{١}{٢} ق \times ع$$

$$م = \frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٥$$

$$م = ٢٥ \text{ سم}^٢$$



حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

رابط الدرس الرقمي

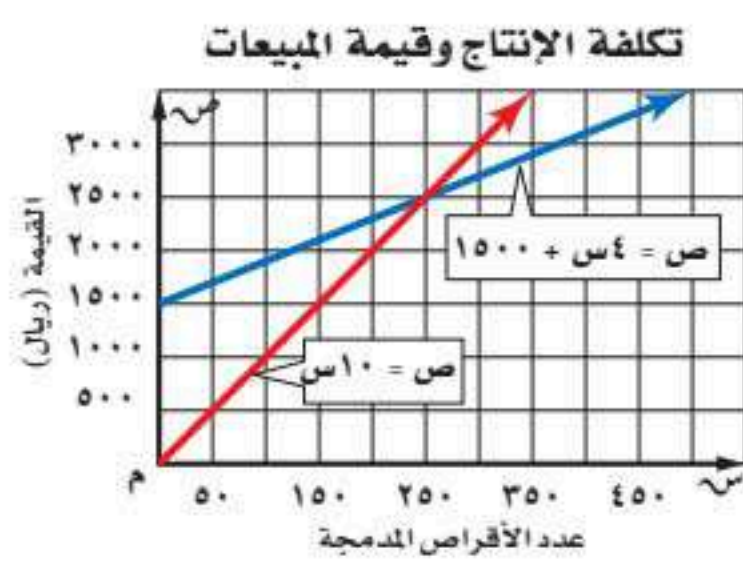


www.ien.edu.sa

لماذا؟

بلغت تكاليف إعداد مادة أقراص مدمجة علمية ١٥٠٠ ريال، وكان تسجيل القرص الواحد يكلف ٤ ريالات ويباع بـ ١٠ ريالات، ويرغب مدير الإنتاج في معرفة عدد الأقراص المدمجة التي عليه بيعها حتى يحقق ربحاً.

إن التمثيل البياني لنظام المعادلات يساعد على معرفة الوضع الذي يحقق ربحاً، ويمكن التعبير عن تكاليف الإنتاج الكلية بالمعادلة $ص = ٤س + ١٥٠٠$ ؛ حيث $ص$ تمثل تكلفة الإنتاج، $س$ عدد الأقراص المدمجة المنتجة.



يمكن تمثيل القيمة الكلية للمبيعات بالمعادلة $ص = ١٠س$ ، حيث $ص$ تمثل القيمة الكلية للمبيعات، $س$ عدد الأقراص المدمجة المباعة.

يمكننا تمثيل هاتين المعادلتين بيانياً من معرفة متى يبدأ تحقيق الربح. وذلك بتحديد النقطة التي يتقاطع فيها المستقيمان، وهو ما يحدث عند بيع ٢٥٠ قرصاً مدمجاً؛ أي أن تحقيق الربح يبدأ عند بيع أكثر من ٢٥٠ قرصاً مدمجاً.

عدد الحلول الممكنة: تشكل المعادلتان $ص = ٤س + ١٥٠٠$ ، $ص = ١٠س$ نظاماً من معادلتين، ويُسمى الزوج المرتب الذي يمثل حلاً لكلتا المعادلتين حلاً للنظام.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يسمى **نظاماً متسقاً**، وتتقاطع تمثيلاته البيانية في نقطة واحدة، أو تشكل مستقيماً واحداً.
- إذا كان للنظام حل واحد فقط، يسمى **نظاماً مستقلاً**، وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول يسمى **نظاماً غير مستقل**؛ وهذا يعني وجود عدد غير محدود من الحلول تحقق كلتا المعادلتين.
- إذا لم يكن للنظام أي حل، يسمى **نظاماً غير متسق**، وتشكل تمثيلاته البيانية مستقيمتين متوازيتين.

فيما سبق

درست التمثيل البياني
للمعادلات الخطية.

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام
مكون من معادلتين
خطيتين.
- أحل نظاماً مكوناً من
معادلتين خطيتين
بيانياً.

المضردات

نظام من معادلتين

النظام المتسق

النظام المستقل

النظام غير المستقل

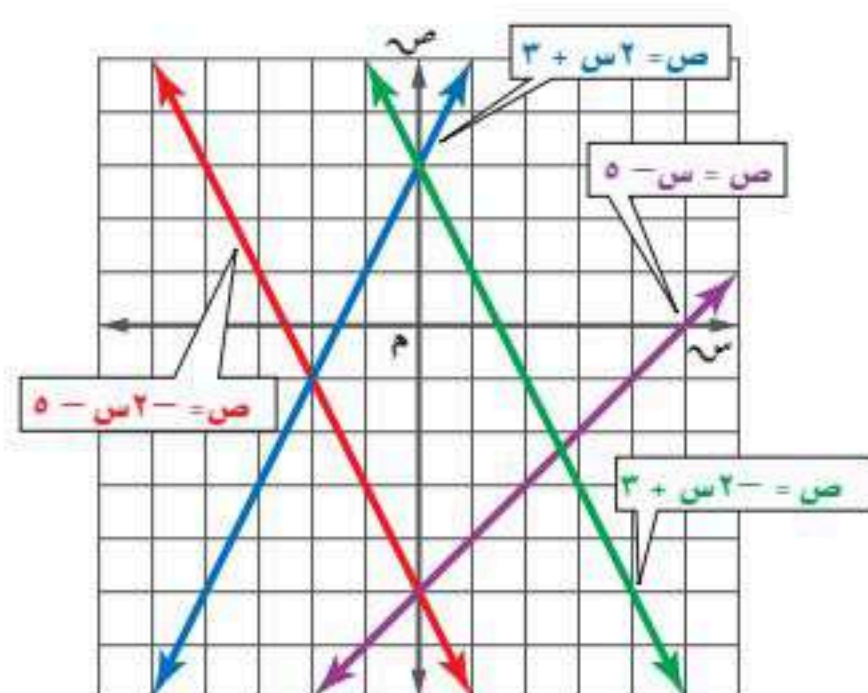
النظام غير المتسق

مفهوم أساسي		الحلول الممكنة		أضف إلى مطوياتك
عدد الحلول	واحد فقط	عدد لا نهائي	لا يوجد حل	
المصطلح	متسق ومستقل	متسق وغير مستقل	غير متسق	
التمثيل البياني				

عدد الحلول

عندما تُكتب كل من
المعادلتين على الصيغة
 $ص = م س + ب$ ،
فإن قيم $م$ ، $ب$ تحدد عدد
الحلول.

عدد الحلول	المقارنة بين قيم $م$ ، $ب$
١	قيمتا $م$ مختلفتان
لا يوجد	قيمتا $م$ متساويتان، وقيمتا $ب$ مختلفتان.
لا نهائي	قيمتا $م$ متساويتان، وقيمتا $ب$ متساويتان.



استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان النظام الآتي
متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل.

$$(أ) \quad \begin{cases} ٣ + ٢س = ص \\ ٥ - س = ص \end{cases}$$

$$٥ - س = ص$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في
نقطة واحدة، فهناك حل واحد للنظام، ويكون النظام متسقاً
ومستقلاً.

$$(ب) \quad \begin{cases} ٥ - س = ص \\ ٣ + ٢س = ص \end{cases}$$

$$٣ + ٢س = ص$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام، ويكون النظام غير متسق.

تحقق من فهمك

$$(أ) \quad \begin{cases} ٣ + ٢س = ص \\ ٣ + ٢س = ص \end{cases}$$

$$٣ + ٢س = ص$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة
فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(أ) \quad \begin{cases} ٥ - س = ص \\ ٥ - س = ص \end{cases}$$

$$٥ - س = ص$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة
فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

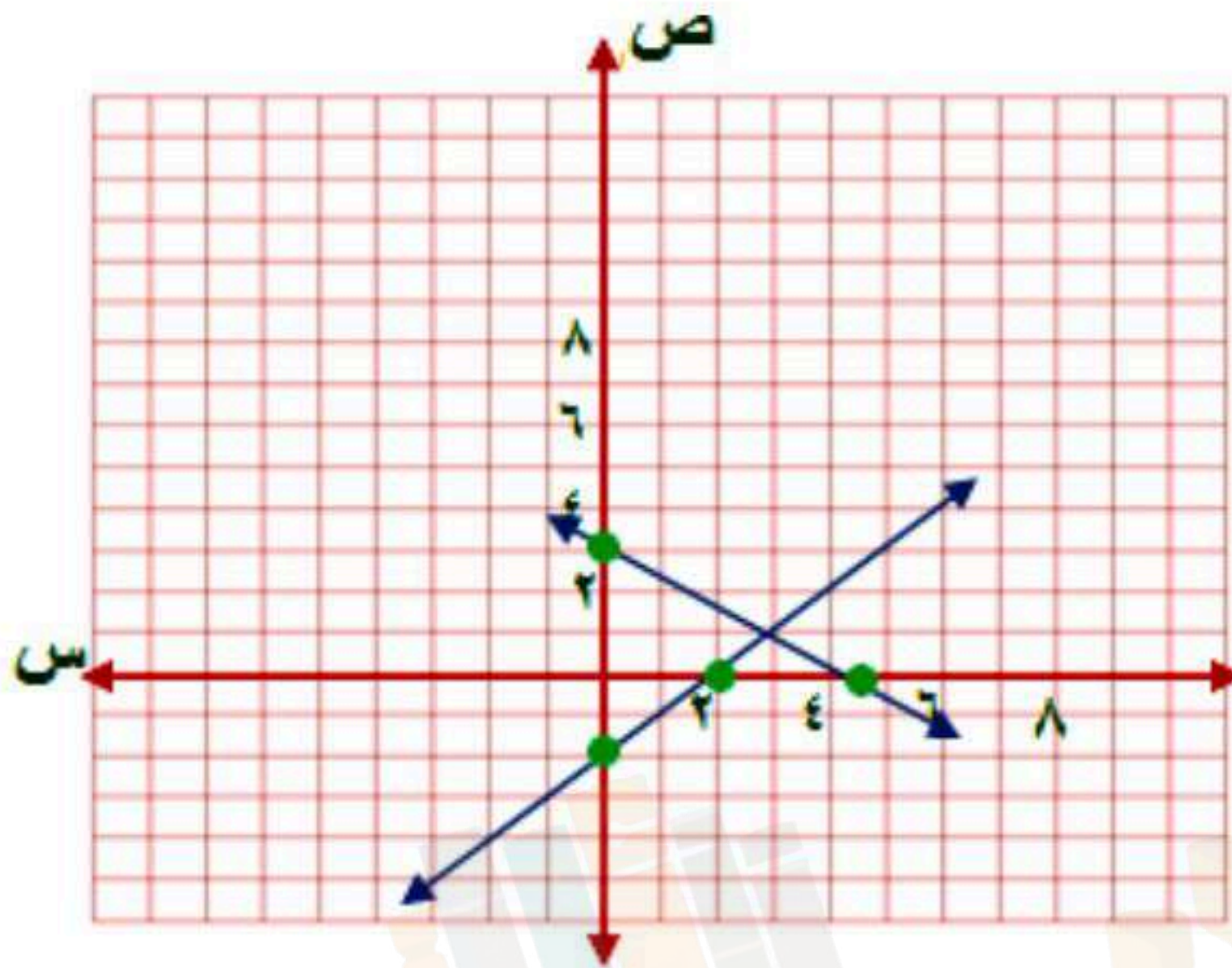




مثل كل نظام مما يأتي بياناً، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحداً فاكتبه:

$$(١٢) \text{ س} - \text{ص} = ٢$$

$$٩ = \text{ص} + ٢\text{س}$$



$$\text{س} - \text{ص} = ٢$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٢$$

$$\text{إذن النقطة } (٢, ٠)$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٢$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٢)$$

$$٩ = \text{ص} + ٢\text{س}$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٣$$

$$\text{إذن النقطة } (٣, ٠)$$

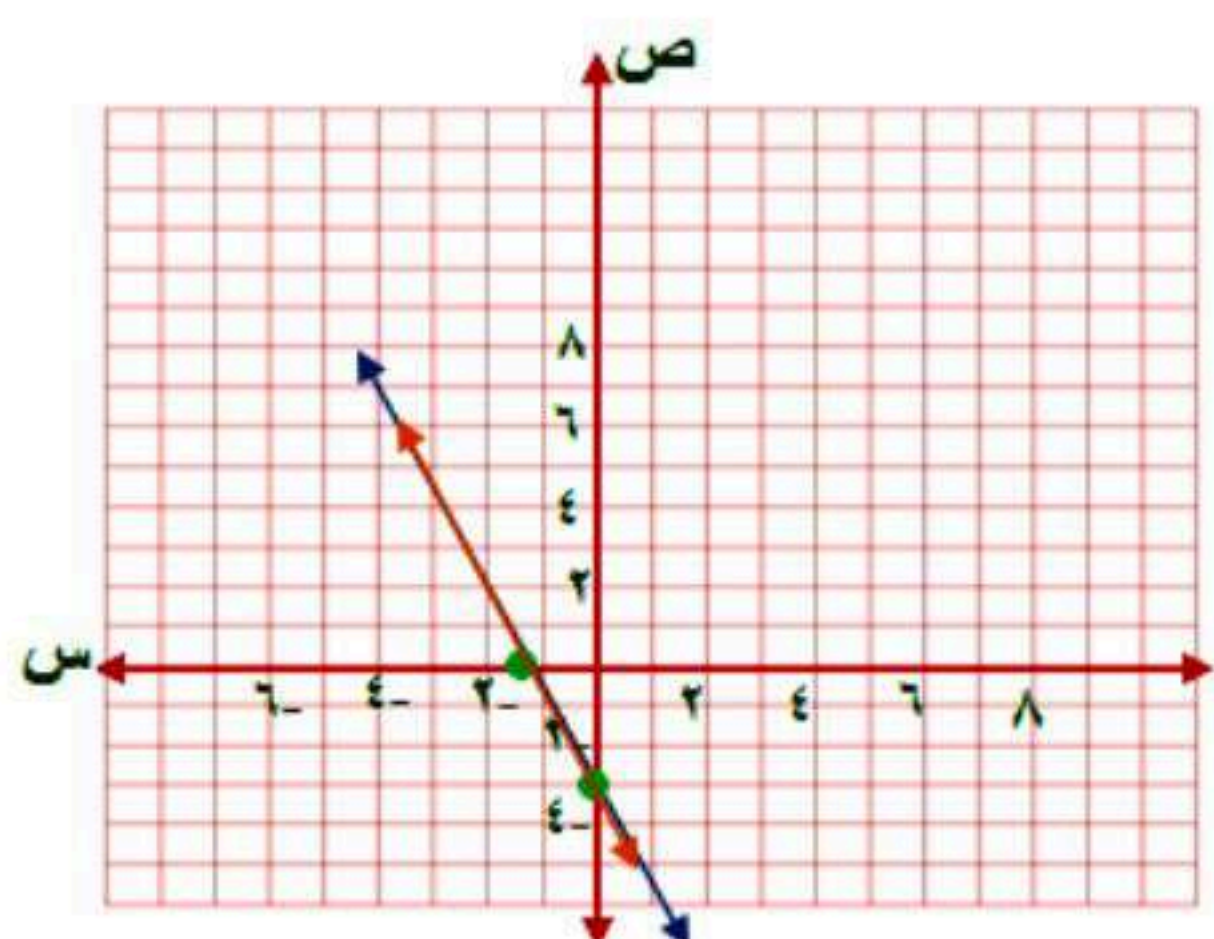
$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٤, ٥$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٤, ٥)$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي (٣, ١) فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$٢ب) ص = ٢س - ٣$$

$$٦س + ٣ص = ٩$$



$$ص = ٢س - ٣$$

$$٦س + ٣ص = ٩$$

قسمة كل من الطرفين على ٣

$$٢س + ص = ٣$$

$$ص = ٢س - ٣$$

$$ص = ٢س - ٣$$

$$عند س = ٠$$

إذن النقطة (٠، ٣)

$$س = ١,٥$$

$$عند ص = ٠$$

إذن النقطة (١,٥، ٠)

بما أن المستقيمين منطبقين إذا لهما عدد لانتهائي من الحلول.



(٣) ساعات: يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٤ ريالاً، ويوفر ١٠ ريالاً في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالاً ويوفر ٧ ريالاً في الأسبوع، فبعد كم أسبوعاً يصبح معهما المبلغ نفسه؟

معادلة ما يوفره محمود: $ص = ١٠س + ١٤$

معادلة ما يوفره رائد: $ص = ٧س + ٢٦$

مثل المعادلتين بيانياً:

$ص = ١٠س + ١٤$

عند $س = ٠$ $ص = ١٤$

إذن النقطة $(٠, ١٤)$

عند $ص = ٠$ $س = ١,٤-$

إذن النقطة $(٠, ١,٤-)$

$ص = ٧س + ٢٦$

عند $س = ٠$ $ص = ٢٦$

إذن النقطة $(٢٦, ٠)$

عند $ص = ٠$ $س = ٣,٧-$

إذن النقطة $(٠, ٣,٧-)$



$$ص = ١٠س + ١٤$$

ضرب المعادلة في ٧

$$ص = ٧س + ٢٦$$

ضرب المعادلة في ١٠

$$٧ص = ٧٠س + ٩٨ \leftarrow ١$$

$$١٠ص = ٧٠س + ٢٦٠ \leftarrow ٢$$

بطرح المعادلتين ١ و ٢ ينتج أن

$$٣ص = ١٦٢$$

$$ص = \frac{١٦٢}{٣}$$

$$ص = ٥٤$$

بالتعويض في أي من المعادلتين عن ص = ٥٤

$$١٤ + ١٠س = ٥٤$$

$$١٠س = ٥٤ - ١٤$$

$$١٠س = ٤٠$$

$$س = ٤$$

إذن نقطة التقاطع هي (٤، ٥٤)

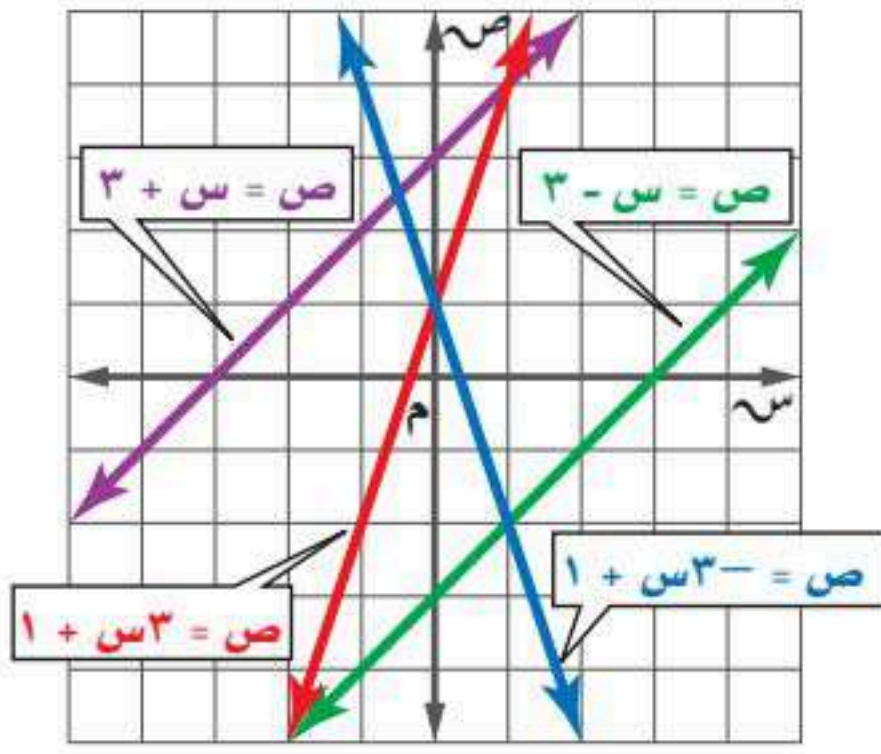
بما أن نقطة التقاطع عند النقطة (٤، ٥٤)

إذن عدد الأسابيع = ٤ أسابيع.



مثال ١

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل:



$$(١) \quad \text{ص} = ٣ - س + ١$$

$$\text{ص} = ٣ - س + ١$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(٢) \quad \text{ص} = ٣ - س + ١$$

$$\text{ص} = ٣ - س$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(٣) \quad \text{ص} = ٣ - س$$

$$\text{ص} = ٣ + س$$

بما أن المستقيمين اللذان يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

$$(٤) \quad \text{ص} = ٣ + س$$

$$\text{ص} = ٣ - س$$

بما أن المستقيمين منطبقين إذا لهما عدد لانهائي من الحلول والنظام متسق وغير مستقل.

مثال ٢ مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(٥) \text{ ص} = \text{س} + ٤$$

$$\text{ص} = -\text{س} - ٤$$

$$\text{ص} = \text{س} + ٤$$

$$\text{عند } \text{س} = ٠$$

$$\text{ص} = ٤$$

$$\text{إذن النقطة } (٤, ٠)$$

$$\text{عند } \text{ص} = ٠$$

$$\text{س} = -٤$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, -٤)$$

$$\text{ص} = -\text{س} - ٤$$

$$\text{عند } \text{س} = ٠$$

$$\text{ص} = -٤$$

$$\text{إذن النقطة } (-٤, ٠)$$

$$\text{عند } \text{ص} = ٠$$

$$\text{س} = -٤, ١$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, -٤)$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي

(٠, -٤) فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً



مثال ٢ مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(٦) \text{ ص} = \text{س} + ٣$$

$$\text{ص} = ٢\text{س} + ٤$$

$$\text{ص} = \text{س} + ٣$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٣$$

إذن النقطة (٣ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٣ -$$

إذن النقطة (٠ ، ٣-)

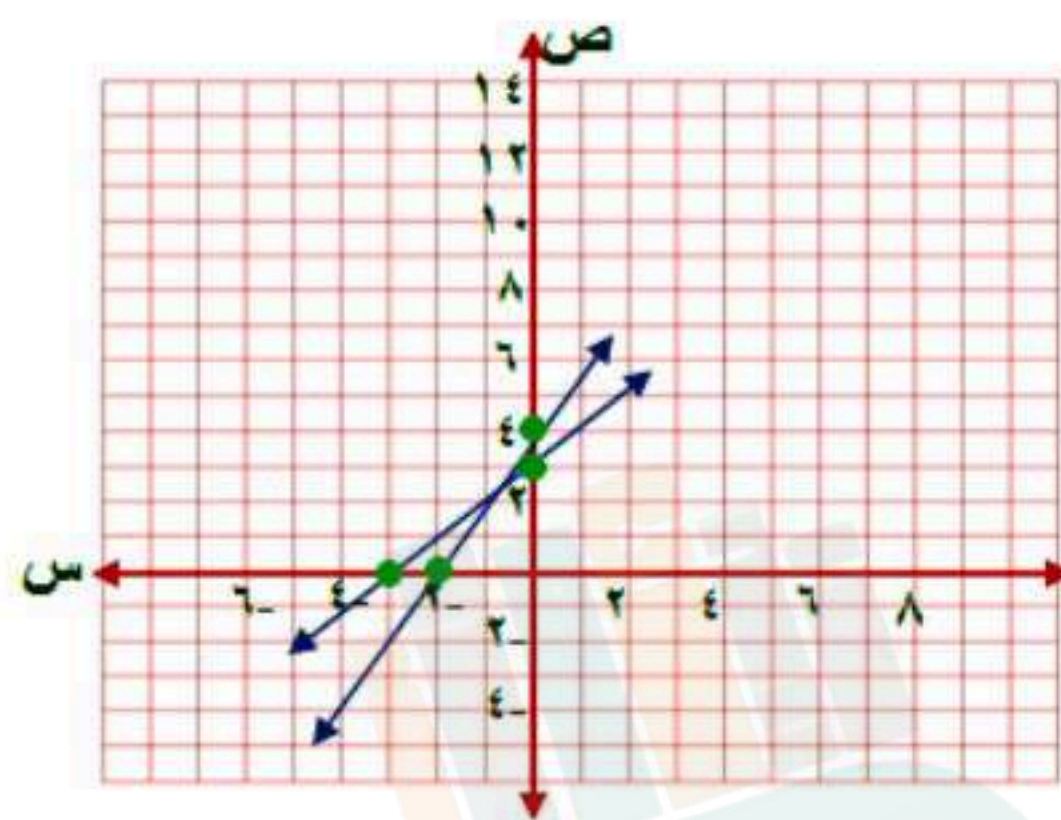
$$\text{ص} = ٢\text{س} + ٤$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٤$$

إذن النقطة (٤ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٢ -$$

إذن النقطة (٠ ، ٢-)



بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي (٢ ، ١-) فهناك **حل واحد** للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.





مثال ٣ (٧) قراءة: يقرأ كل من صالح وعبدالله قصة طويلة كما في الشكل المقابل.

(أ) اكتب معادلة تعبر عن عدد الصفحات التي يقرؤها كل منهما.

$$\text{معادلة ما يقرأ صالح ص} = 20\text{س} + 35$$

$$\text{معادلة ما يقرأ عبد الله ص} = 10\text{س} + 85$$

(ب) مثل كل معادلة بيانياً.

$$\text{ص} = 20\text{س} + 35$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 35$$

إذن النقطة (35, 0)

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 1,75-$$

إذن النقطة (0, 1,75-)

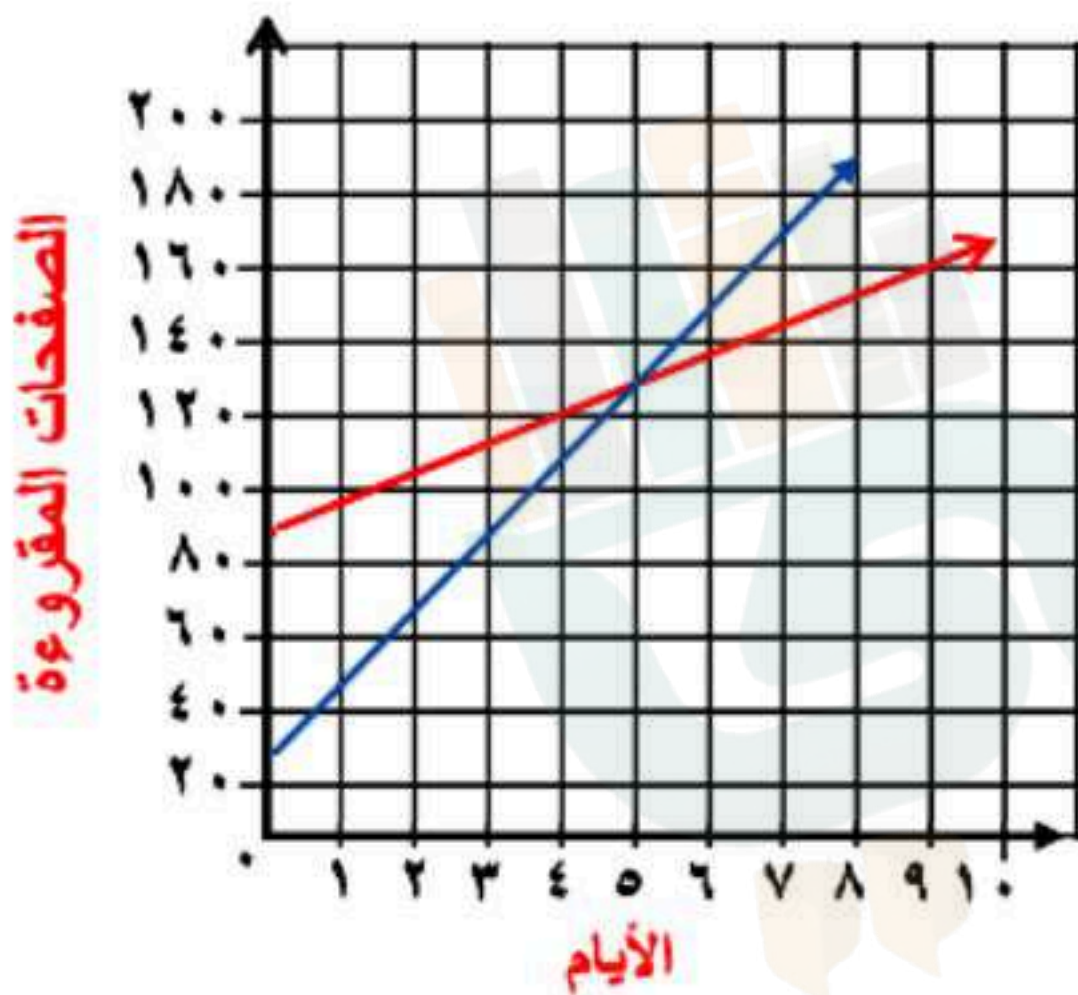
$$\text{ص} = 10\text{س} + 85$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 85$$

إذن النقطة (85, 0)

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 8,5-$$

إذن النقطة (0, 8,5-)



جـ) بعد كم يوم يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله؟ تحقق من إجابتك وفسرها.

بعد ٦ أيام يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله.

لأن عند ٥ أيام يكون عدد الصفحات متساوية لأن المستقيمين الممثلين النظامين يتقاطعان عند النقطة (٥، ١٣٥) وبعدها يزداد عدد صفحات صالح عن عبد الله.

للتحقق: احسب عدد الصفحات لكل منها في اليوم السادس.

$$\text{صالح: ص} = ٢٠\text{س} + ٣٥$$

$$= ١٥٥ = ٣٥ + ٦ \times ٢٠$$

$$\text{عبد الله: ص} = ١٠\text{س} + ٨٥$$

$$= ١٤٥ = ٨٥ + ٦ \times ١٠$$

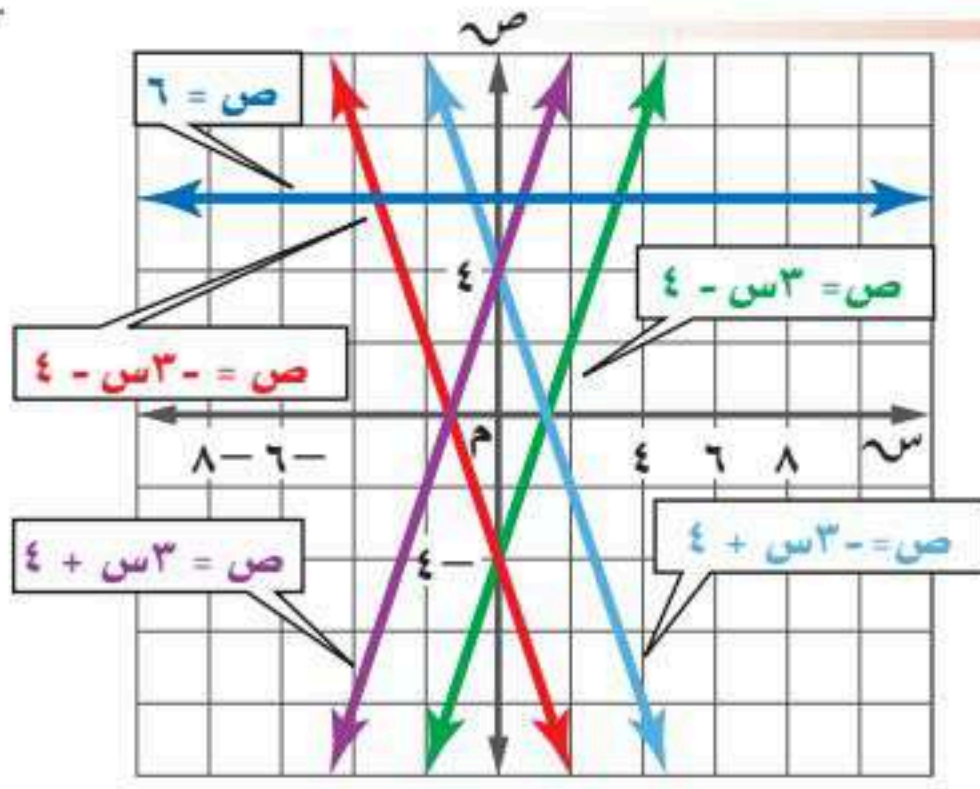
أي ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله في اليوم السادس.

مثال ١

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كل نظام فيما يأتي متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل:

$$(٨) \text{ ص} - ٣س = ٤$$

$$\text{ص} - ٣س = ٤$$



بما أن المستقيمين اللذان يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

$$(٩) \text{ ص} - ٣س = ٤$$

$$\text{ص} - ٣س = ٤$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(١٠) \text{ ص} - ٣س = ٤$$

$$\text{ص} - ٣س = ٤$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(١١) \text{ ص} - ٣س = ٤$$

$$\text{ص} + ٣س = ٤$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

مثال ٢ مثل كل نظام فيما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا فاكتبه:

$$(١٢) \text{ ص } ٤ = \text{س } ٢ +$$

$$\text{ص } ٣ = \text{س } ٢ -$$

$$\text{ص } ٢ = \text{س } ٤ +$$

$$\text{عند س } ٠ =$$

$$\text{ص } ٢ =$$

$$\text{إذن النقطة } (٢, ٠)$$

$$\text{عند ص } ٠ =$$

$$\text{س } ٠ = \text{س } ٥ -$$

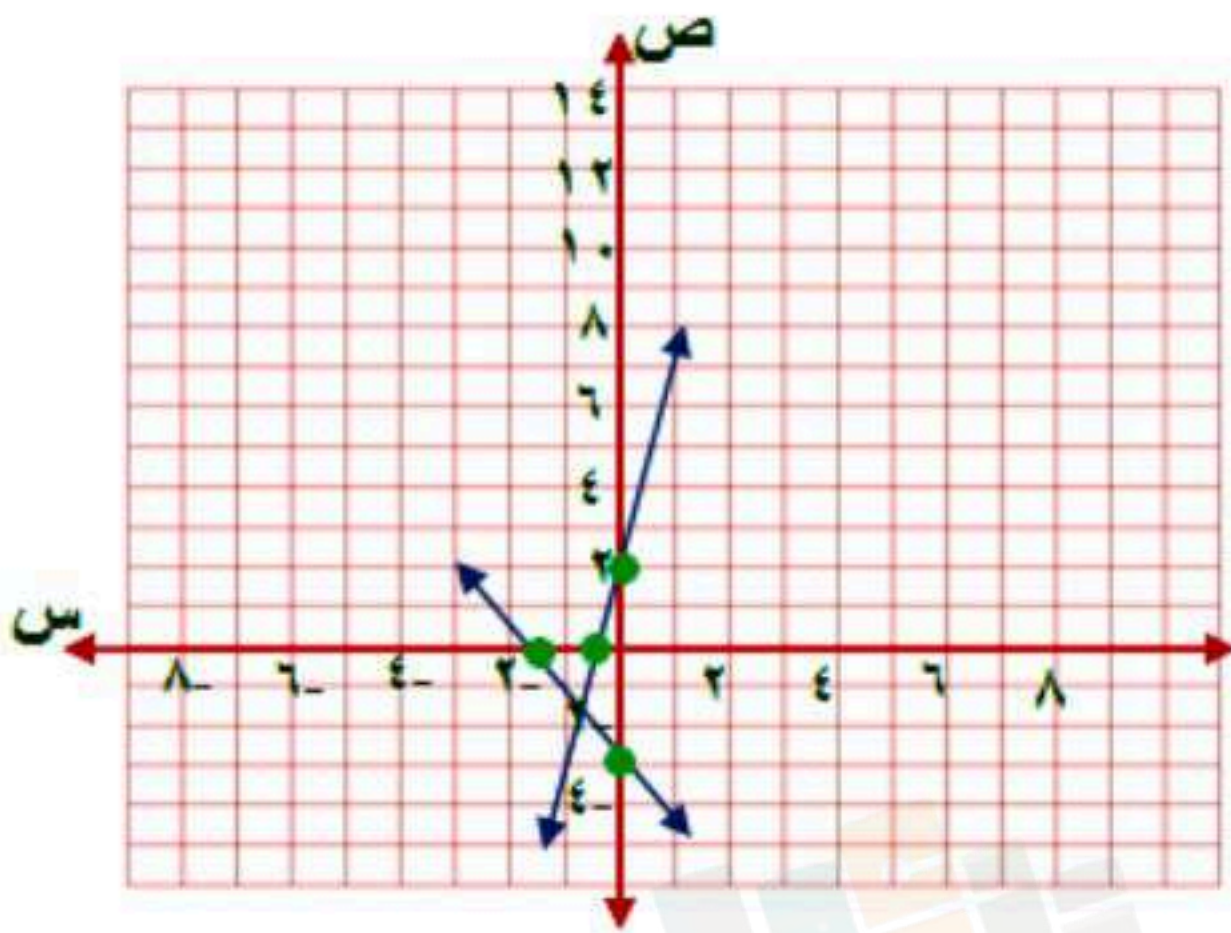
$$\text{إذن النقطة } (٠, ٥ -)$$

$$\text{ص } ٣ = \text{س } ٢ -$$

$$\text{عند س } ٠ =$$

$$\text{ص } ٣ =$$

$$\text{إذن النقطة } (٣, ٠)$$



مثال ٢ مثل كل نظام فيما يأتي بياناً، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(١٣) \quad \text{ص} = \text{س} - ٦$$

$$\text{ص} = \text{س} + ٢$$

$$\text{ص} = \text{س} - ٦$$

$$\text{عند } \text{س} = ٠ \quad \text{ص} = -٦$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, -٦)$$

$$\text{عند } \text{ص} = ٠ \quad \text{س} = ٦$$

$$\text{إذن النقطة } (٦, ٠)$$

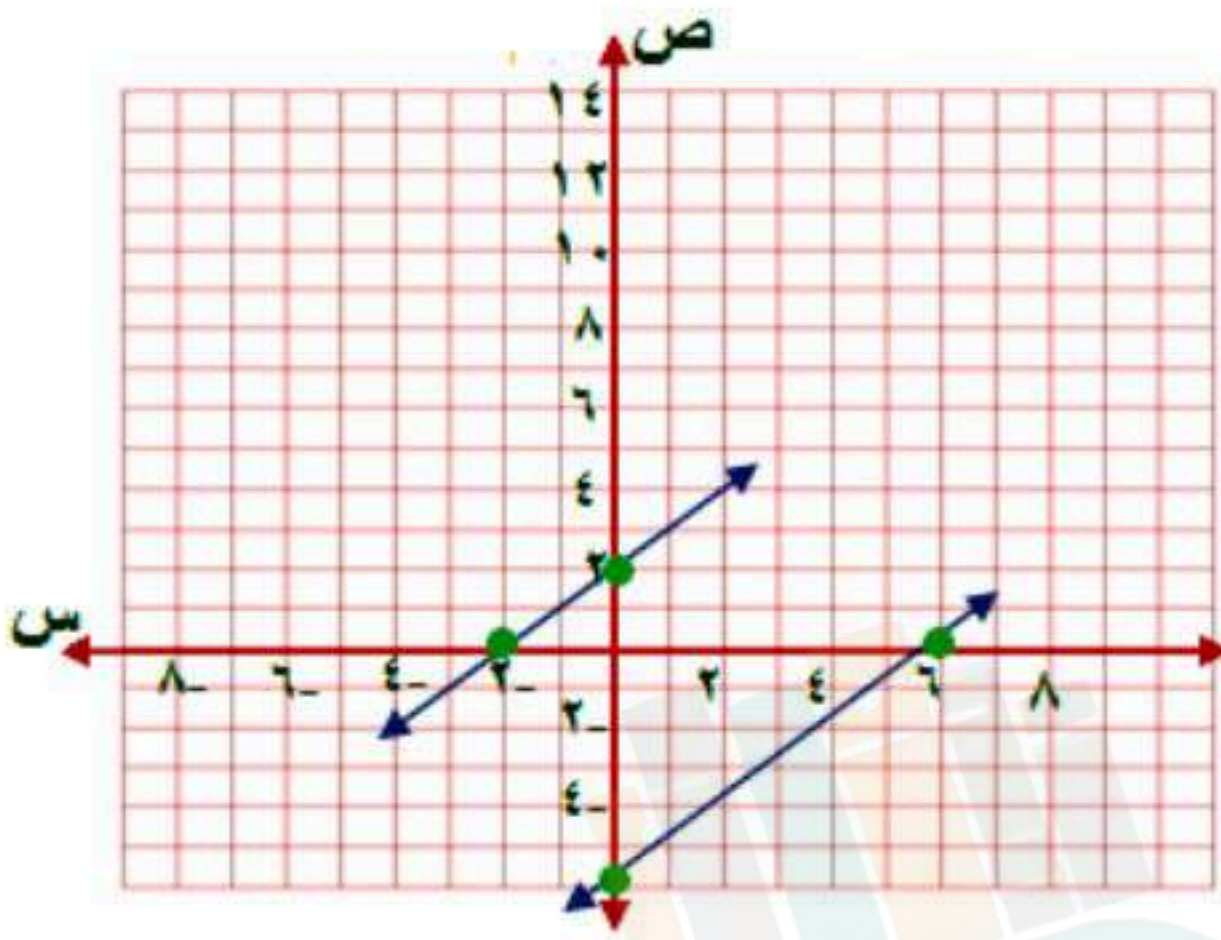
$$\text{ص} = \text{س} + ٢$$

$$\text{عند } \text{س} = ٠ \quad \text{ص} = ٢$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٢)$$

$$\text{عند } \text{ص} = ٠ \quad \text{س} = -٢$$

$$\text{إذن النقطة } (-٢, ٠)$$



بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن المستقيمان متوازيان، إذن **لا يوجد حل** للنظام ويكون النظام غير متسق.

مثال ٢ مثل كل نظام فيما يأتي بياناً، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(١٤) \quad \text{س} + \text{ص} = ٤$$

$$\text{س}^٣ + \text{ص}^٣ = ١٢$$

$$\text{س} + \text{ص} = ٤$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٤$$

إذن النقطة (٤ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٤$$

إذن النقطة (٠ ، ٤)

$$\text{س}^٣ + \text{ص}^٣ = ١٢ \quad \text{بالقسمة على } ٣$$

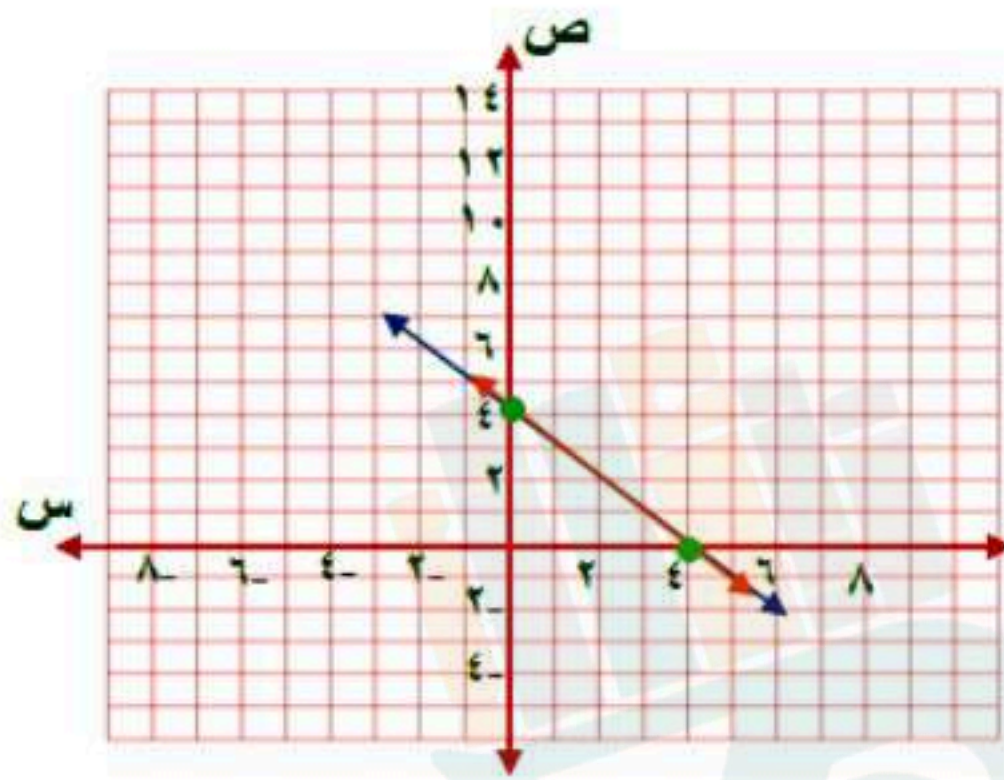
$$\text{س} + \text{ص} = ٤$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٤$$

إذن النقطة (٤ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٤$$

إذن النقطة (٠ ، ٤)



بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.



مثال ٢ مثل كل نظام فيما يأتي بياناً، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(١٥) \text{ س} - \text{ص} = ٢$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٢$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٢$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٢$$

إذن النقطة (٢ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٢$$

إذن النقطة (٠ ، ٢)

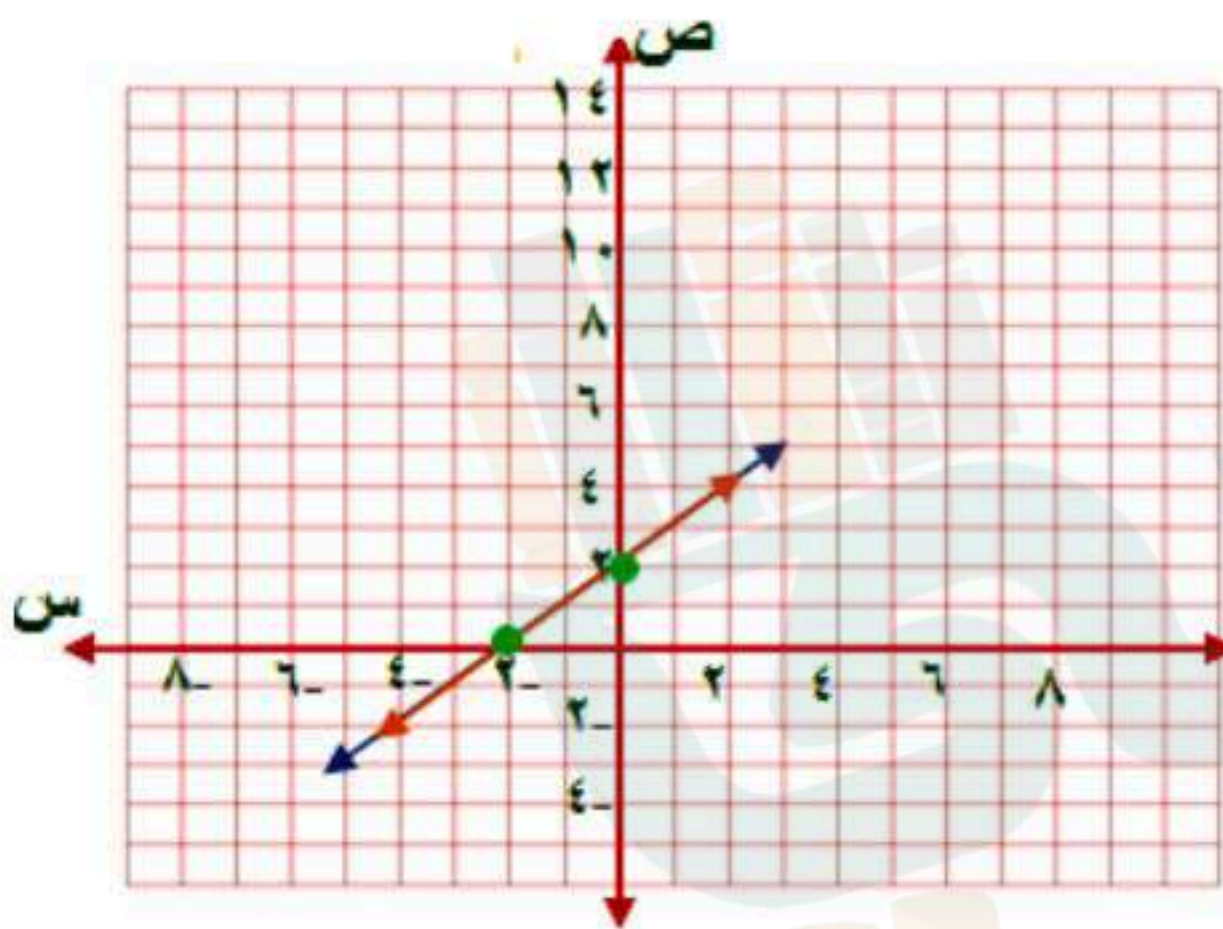
$$\text{س} - \text{ص} = ٢$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٢$$

إذن النقطة (٢ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٢$$

إذن النقطة (٠ ، ٢)



بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

مثال ٢ مثل كل نظام فيما يأتي بياناً، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(١٦) \text{ س } + ٢\text{ص} = ٣$$

$$\text{س} = ٥$$

$$\text{س} + ٢\text{ص} = ٣$$

$$\text{ص} = ١,٥$$

$$\text{عند س} = ٠$$

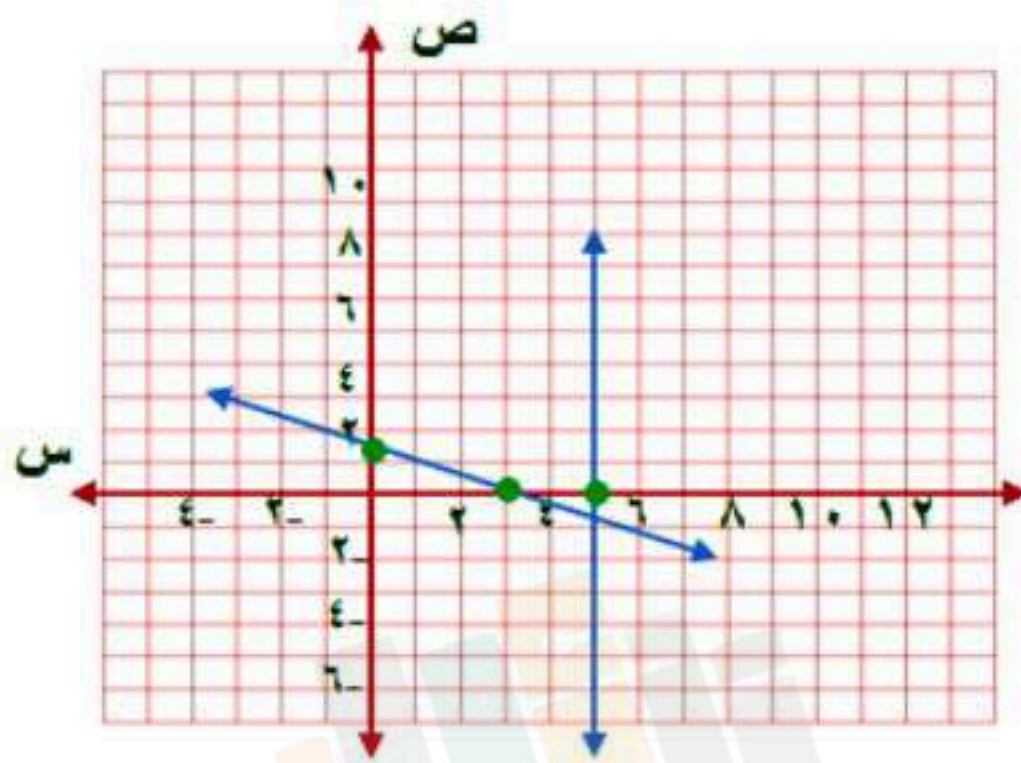
إذن النقطة (١,٥, ٠)

$$\text{س} = ٣$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة (٠, ٣)

بما أن $\text{س} = ٥$ ارسم مستقيم يوازي محور ص



بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي

(٥, -١) فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.



مثال ٢ مثل كل نظام فيما يأتي بياناً، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(١٧) \quad ٢س + ص = -٤$$

$$ص + ٢س = ٣$$

$$٢س + ص = -٤$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = -٤$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, -٤)$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = -٢$$

$$\text{إذن النقطة } (-٢, ٠)$$

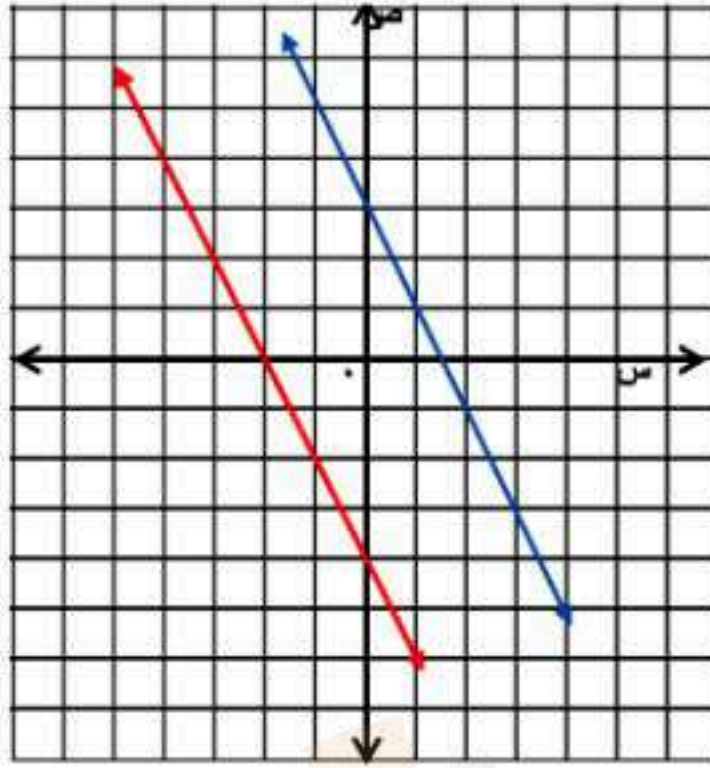
$$ص + ٢س = ٣$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ٣$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٣)$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ١,٥$$

$$\text{إذن النقطة } (١,٥, ٠)$$



بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن المستقيمان متوازيان.

إذن لا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.



(١٨) **هوايات:** يتنافس خالد وسعود في جمع الطوابع التذكارية، فإذا كان لدى خالد ٣٠ طابعًا، ويضيف إليها أسبوعيًا ٤٠ طابعًا، ولدى سعود ٥٠ طابعًا، ويضيف إليها ٣٠ طابعًا كل أسبوع.

(أ) فاكتب معادلة تعبر عن عدد الطوابع التي جمعها كل منهما.

$$\text{عدد طوابع خالد} = 40\text{س} + 30$$

$$\text{عدد طوابع سعود} = 30\text{س} + 50$$

(ب) مثل كل معادلة بيانيًا.

$$\text{عدد طوابع خالد} = 40\text{س} + 30$$

$$\text{عند } \text{س} = 0 \quad \text{ص} = 30$$

إذن النقطة (٣٠، ٠)

$$\text{عند } \text{ص} = 0 \quad \text{س} = 75$$

إذن النقطة (٠، ٧٥)

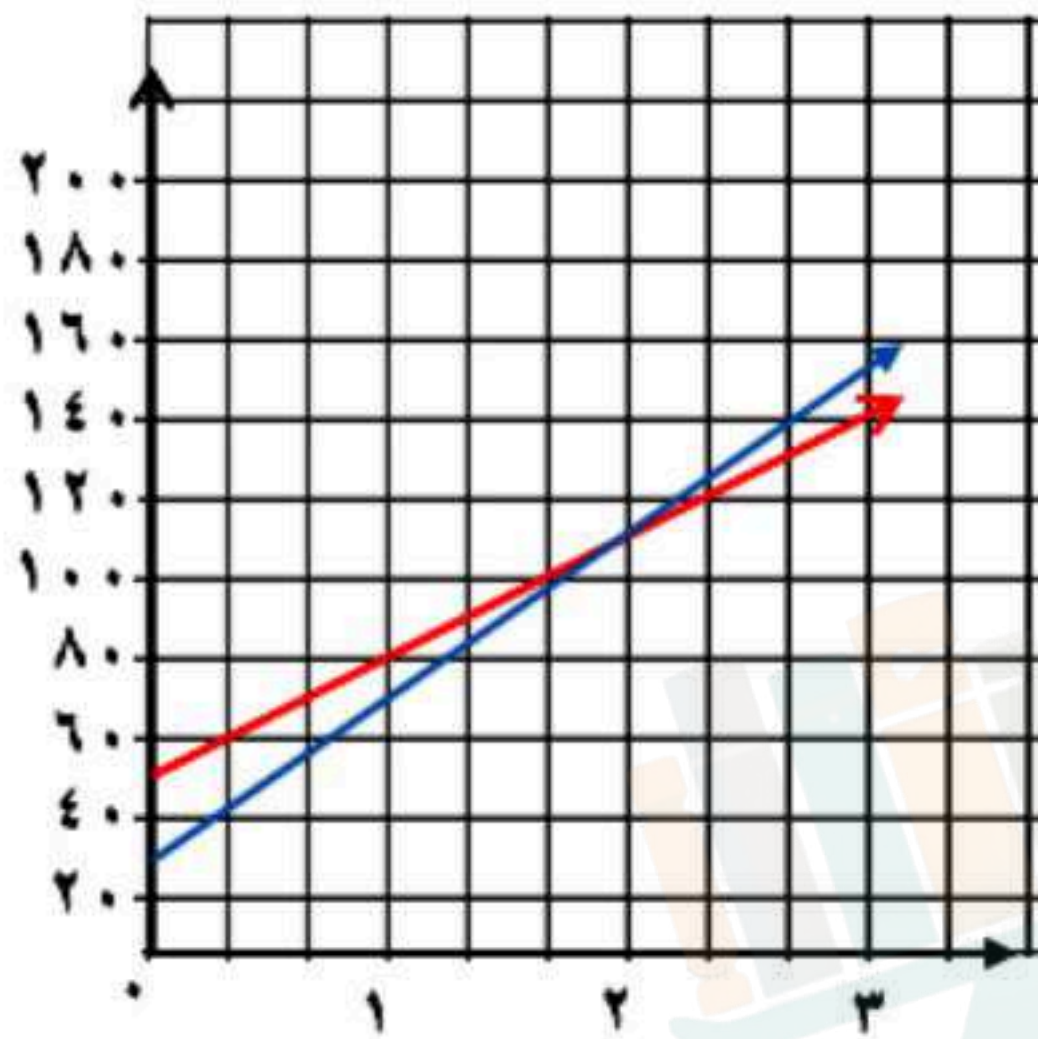
$$\text{عدد طوابع سعود} = 30\text{س} + 50$$

$$\text{عند } \text{س} = 0 \quad \text{ص} = 50$$

إذن النقطة (٥٠، ٠)

$$\text{عند } \text{ص} = 0 \quad \text{س} = 175$$

إذن النقطة (٠، ١٧٥)



(ج) بعد كم أسبوع يصبح لدى كل منهما العدد نفسه من الطوابع؟

$$\text{عدد طوابع خالد} = 40\text{س} + 30$$

$$\text{عدد طوابع سعود} = 30\text{س} + 50$$

$$0 = 10\text{س} - 20$$

$$10\text{س} = 20$$

$$\text{س} = 2$$

إذن بعد أسبوعين يكون لهما نفس عدد الطوابع.



مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحدًا فاكتبه:

$$(١٩) \text{ ص } = \frac{1}{2} \text{ س}$$

$$\text{ص} = \text{س} + ٢$$

$$\text{ص} = \frac{1}{2} \text{ س}$$

$$\text{ص} = ٠$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٠)$$

$$\text{س} = ٠$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٠)$$

$$\text{ص} = \text{س} + ٢$$

$$\text{ص} = ٢$$

$$\text{عند س} = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٢, ٠)$$

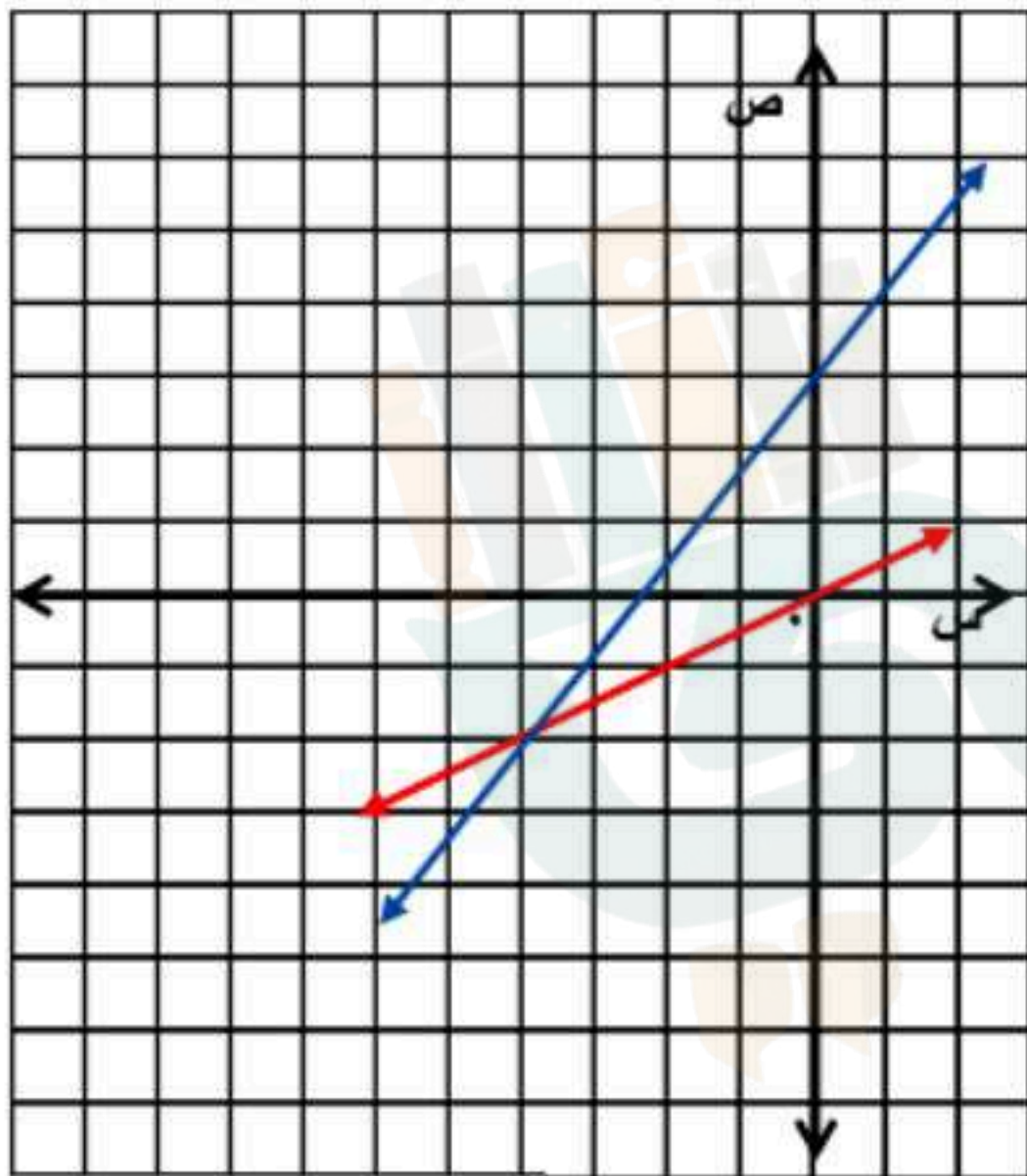
$$\text{س} = ٢ -$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٢-)$$

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة (٣، ١)

فهي الحل للمعادلتين.



$$(٢٠) \text{ ص} = ٢\text{س} - ١٧$$

$$\text{ص} = \text{س} - ١٠$$

$$\text{ص} = ٢\text{س} - ١٧$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{ص} = ١٧ -$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ١٧ -)$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٨,٥ =$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٨,٥)$$

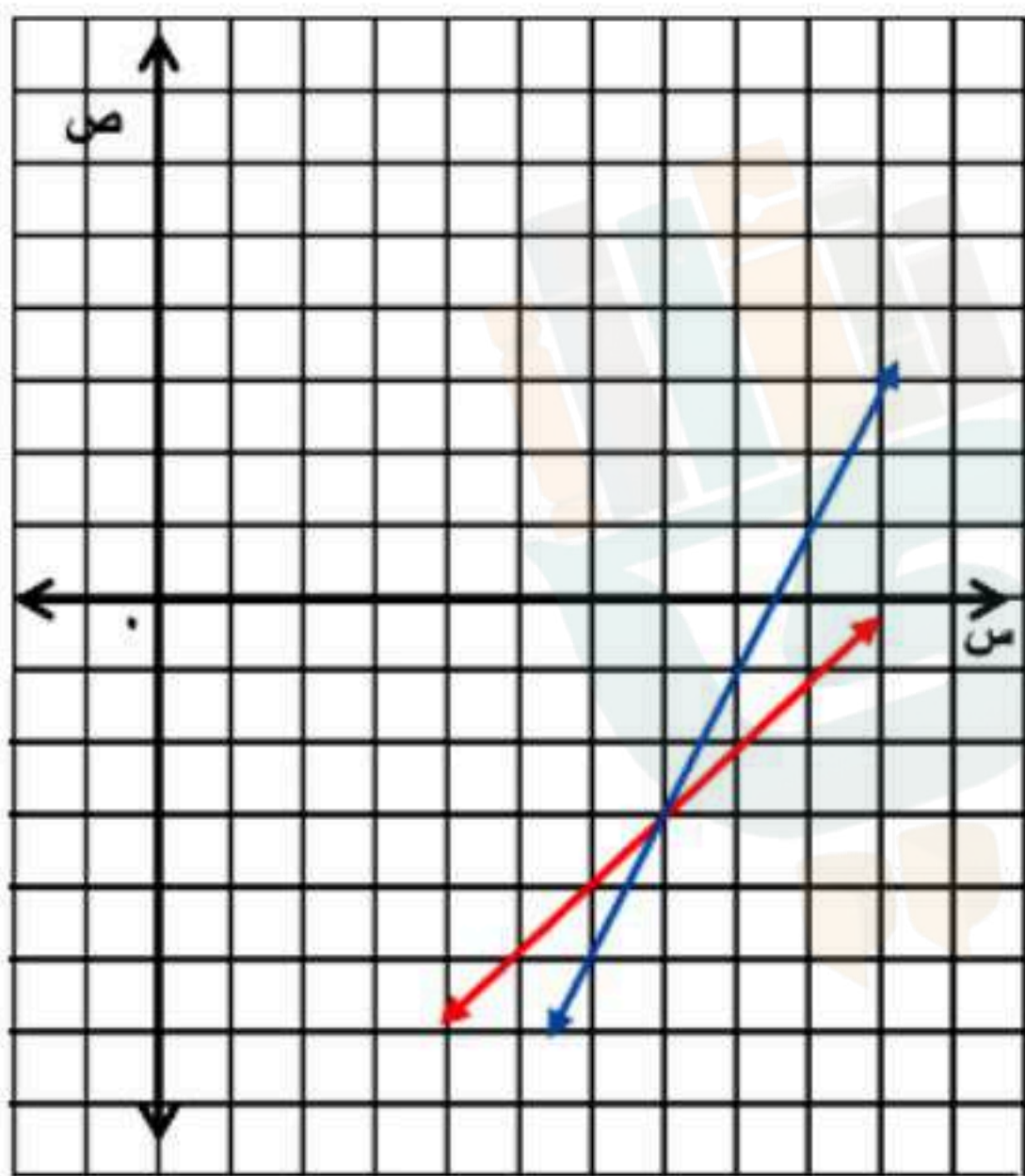
$$\text{ص} = \text{س} - ١٠$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ١٠ - =$$

$$\text{إذن النقطة } (١٠ - , ٠)$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ١٠ =$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ١٠)$$



بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة $(٧, ٣)$

فهي الحل للمعادلتين.



$$(٢١) \quad ٢٤ = ٣س + ٤ص$$

$$٧ = ٤ص - س$$

$$٢٤ = ٣س + ٤ص$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ٦ = ٤ص$$

إذن النقطة $(٠, ٦)$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٨- = س$$

إذن النقطة $(٨-, ٠)$

$$٧ = ٤ص - س$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ٧- = ٤ص$$

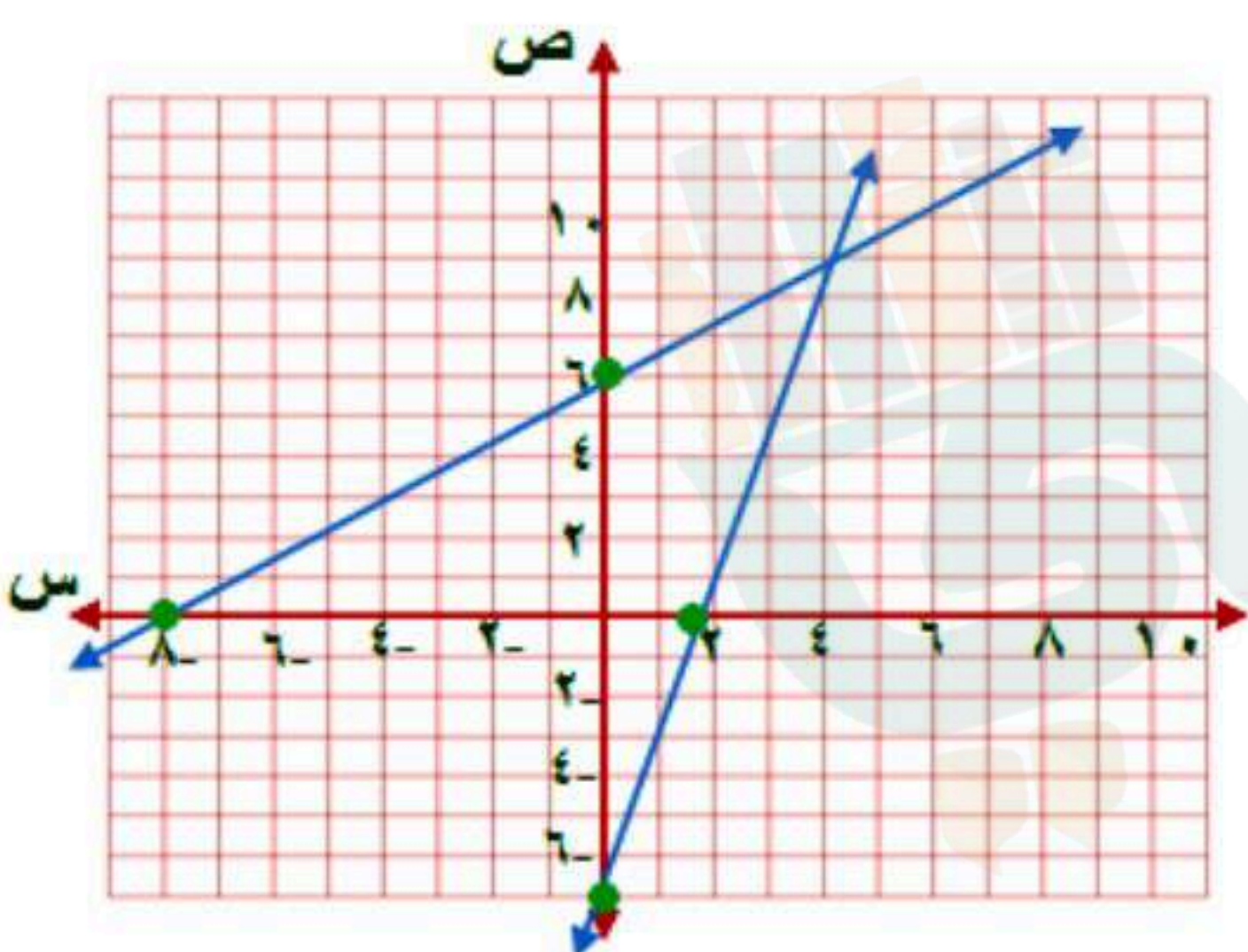
إذن النقطة $(٧-, ٠)$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ١,٧٥ = س$$

إذن النقطة $(١,٧٥, ٠)$

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة $(٩, ٤)$

فهو الحل للمعادلتين.



$$(٢٢) \text{ س } ٢ - \text{ ص } ٨ = ٦$$

$$\text{س} - \text{ص } ٤ = ٣$$

$$\text{س } ٢ - \text{ص } ٨ = ٦$$

$$\text{عند س } ٠ = \text{ص } - ٧٥, ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, -٧٥)$$

$$\text{عند ص } ٠ = \text{س } ٣$$

$$\text{إذن النقطة } (٣, ٠)$$

$$\text{س} - \text{ص } ٤ = ٣$$

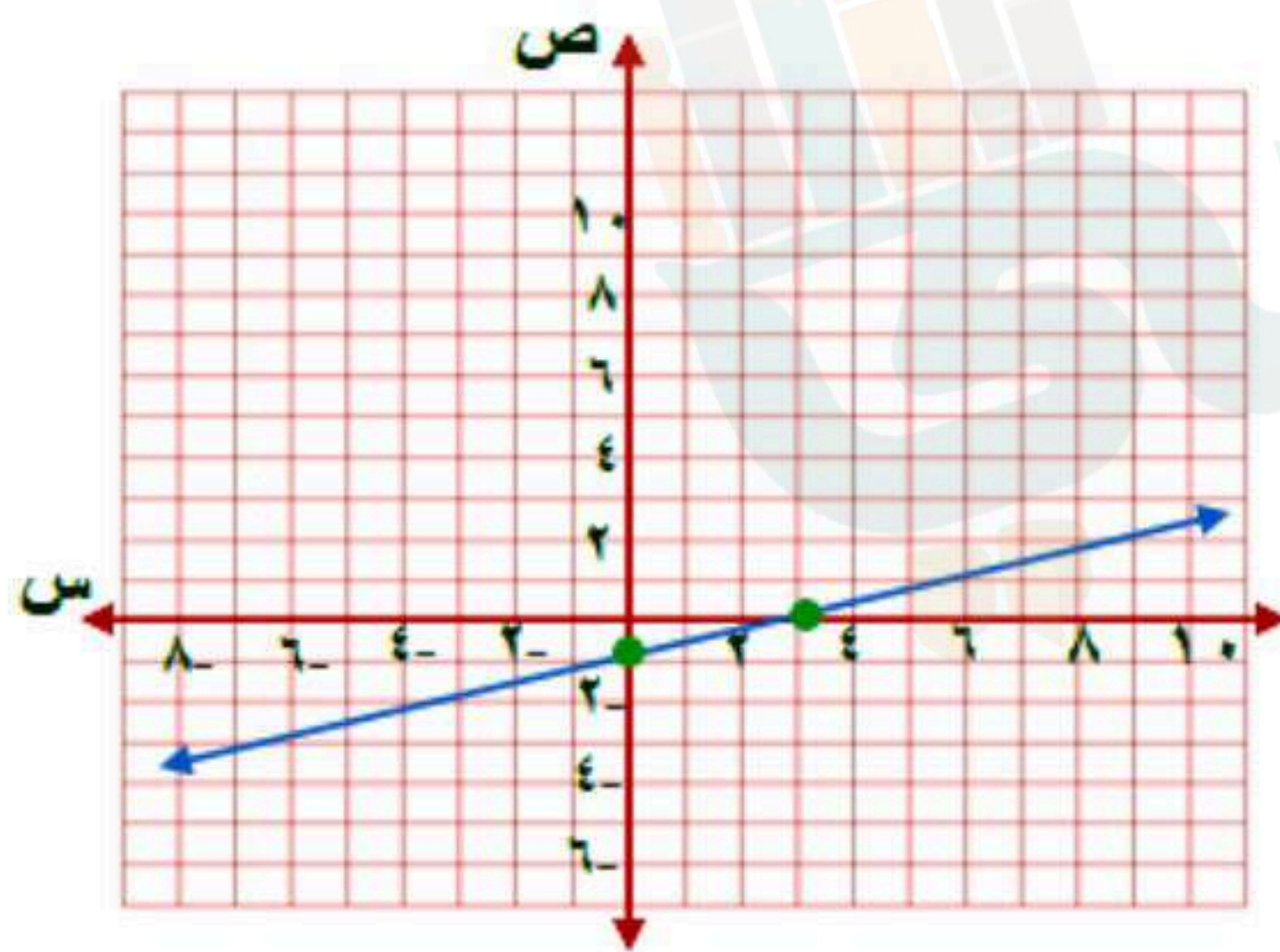
$$\text{عند س } ٠ = \text{ص } - ٧٥, ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, -٧٥)$$

$$\text{عند ص } ٠ = \text{س } ٣$$

$$\text{إذن النقطة } (٣, ٠)$$

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل
إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.



$$(٢٣) \quad ٤س - ٦ص = ١٢$$

$$٢- = ٣ص + ٦-$$

$$٤س - ٦ص = ١٢$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ٢- = ٣ص$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٢-)$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٣ = س$$

$$\text{إذن النقطة } (٣, ٠)$$

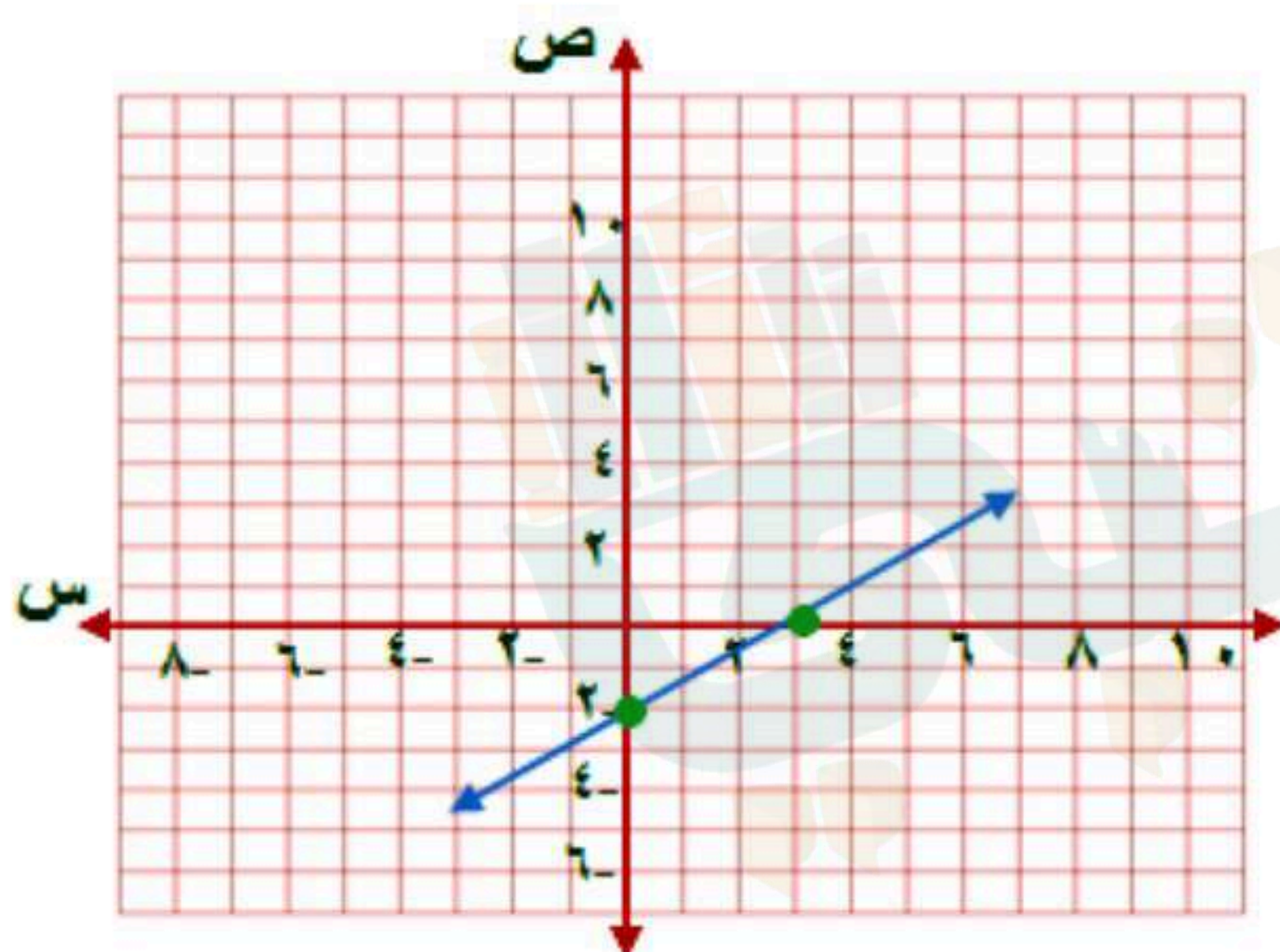
$$٢- = ٣ص + ٦-$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ٢- = ٣ص$$

$$\text{إذن النقطة } (٢-, ٠)$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٣ = س$$

$$\text{إذن النقطة } (٣, ٠)$$



بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل

إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.



$$(٢٤) \quad ١٠ = ٢س + ٣ص$$

$$١٢ = ٤س + ٦ص$$

$$١٠ = ٢س + ٣ص$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ٣,٣٣ = ص$$

إذن النقطة $(٣,٣٣, ٠)$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٥ = س$$

إذن النقطة $(٥, ٠)$

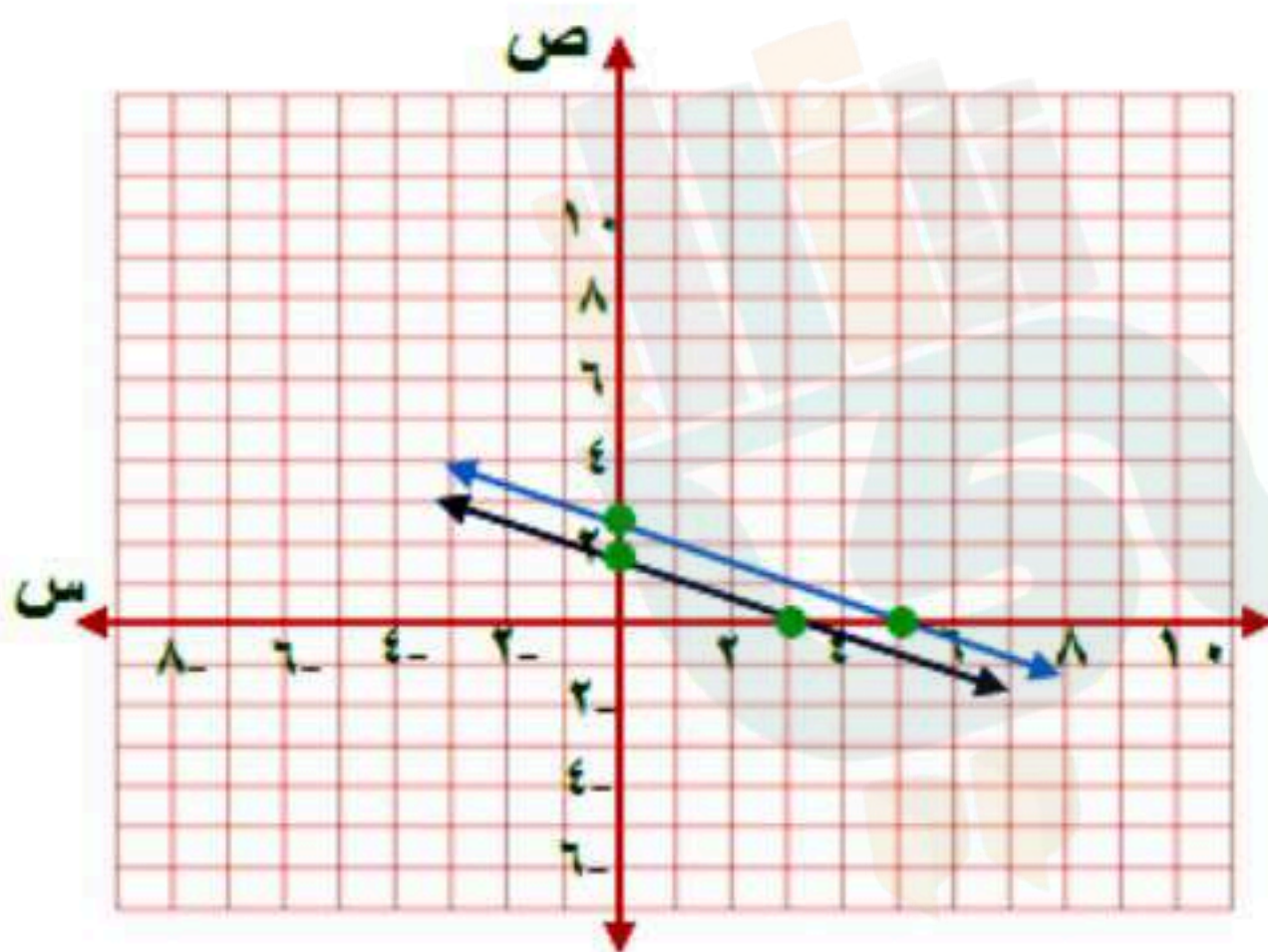
$$١٢ = ٤س + ٦ص$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ٢ = ص$$

إذن النقطة $(٢, ٠)$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٣ = س$$

إذن النقطة $(٣, ٠)$



بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن المستقيمان متوازيان.

إذن لا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.



$$(٢٥) \quad ١٠ = ٢ص + ٣س$$

$$١٠ = ٣ص + ٢س$$

$$١٠ = ٢ص + ٣س$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٥ = ٣س$$

$$\text{إذن النقطة } (٥, ٠)$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٣, ٣٣ = ٣س$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٣, ٣٣)$$

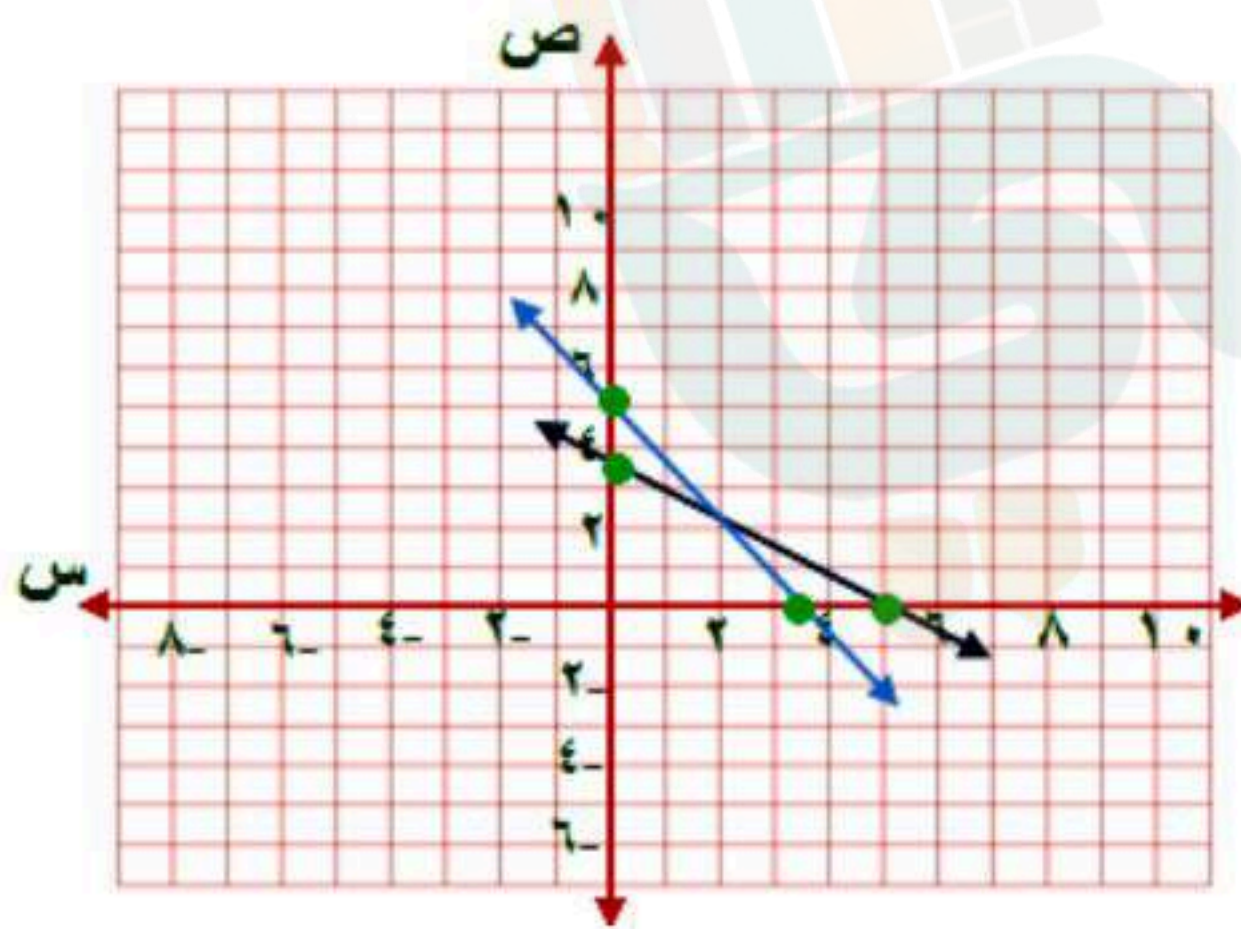
$$١٠ = ٣ص + ٢س$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٣, ٣٣ = ٣س$$

$$\text{إذن النقطة } (٣, ٣٣, ٠)$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٥ = ٣س$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٥)$$



بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة $(٢, ٢)$ فهي الحل للمعادلتين.



$$(٢٦) \quad \frac{1}{4} = \text{ص} \frac{1}{2} + \text{س} \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \frac{1}{2} + \text{س} \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{4} = \text{ص} \frac{1}{2} + \text{س} \frac{3}{4}$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{ص} = \frac{1}{2}$$

$$\text{إذن النقطة } \left(\frac{1}{2}, 0 \right)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 0,33$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 0, 33)$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \frac{1}{2} + \text{س} \frac{2}{3}$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{ص} = 3$$

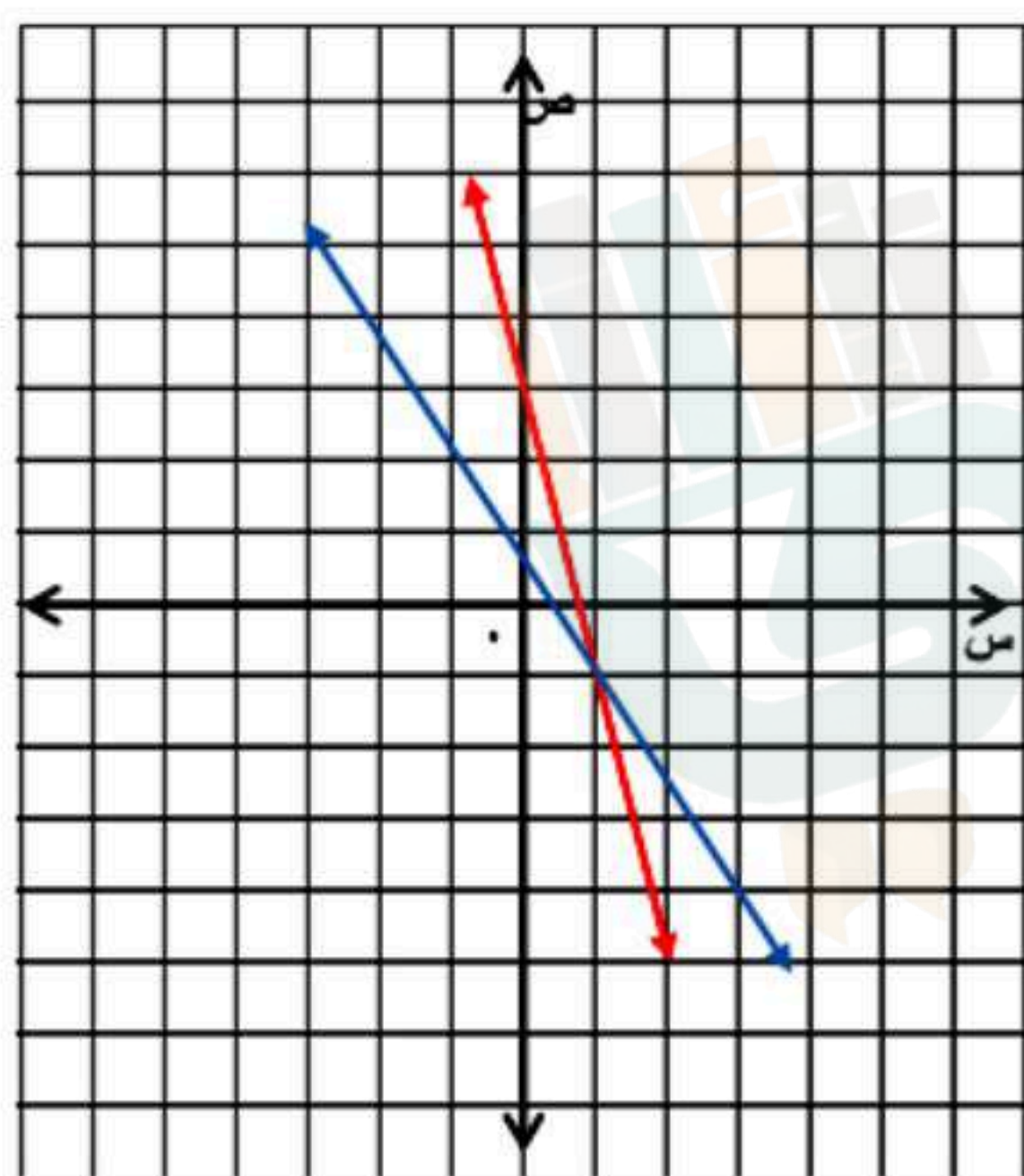
$$\text{إذن النقطة } (3, 0)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 0,75$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 0, 75)$$

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة $(1, 1)$

فهي الحل للمعادلتين.



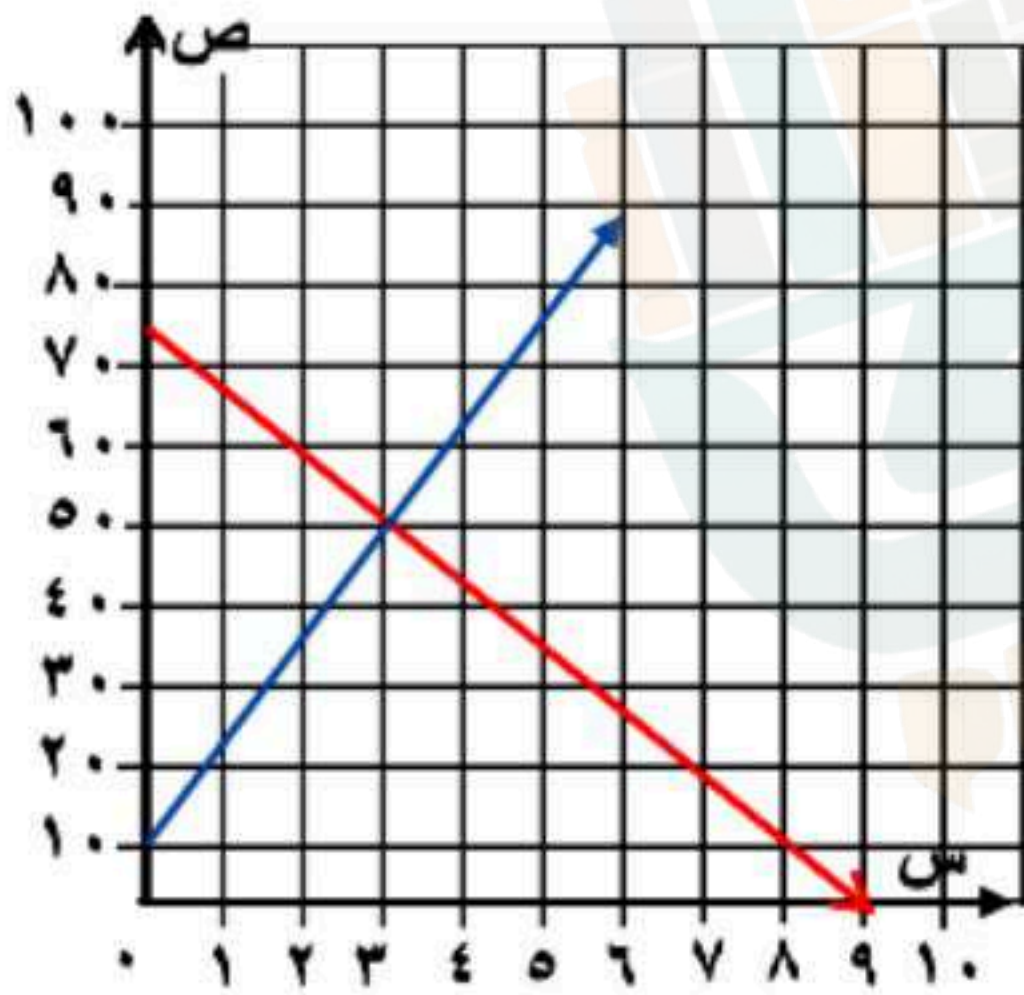
(٢٧) **تصوير:** افترض أن ص تمثل عدد آلات التصوير التي باعها متجر (بالمئات)، س تمثل عدد السنوات منذ عام ١٤٢٠هـ. إذا كانت المعادلة $ص = ١٢,٥س + ١٠,٩$ تعبر عن عدد آلات التصوير الرقمية المباعة في كل عام منذ عام ١٤٢٠هـ، والمعادلة $ص = ١-٩س + ٧٨,٨$ تعبر عن عدد آلات التصوير العادية المباعة.

(أ) فمثل كل معادلة بياناً.

$$ص = ١٢,٥س + ١٠,٩$$

$$عند س = ٠ \quad ص = ١٠,٩$$

إذن النقطة $(٠, ١٠,٩)$



$$عند ص = ٠ \quad س = -٨٧٢,٠$$

إذن النقطة $(-٨٧٢,٠)$

$$ص = ١-٩س + ٧٨,٨$$

$$عند س = ٠ \quad ص = ٧٨,٨$$

إذن النقطة $(٠, ٧٨,٨)$

$$عند ص = ٠ \quad س = ٨,٧$$

إذن النقطة $(٨,٧, ٠)$

(ب) ما العام الذي تتجاوز فيه مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية؟

عند $s = 4$

$$ص = 12,5 \times 4 + 9,1 = 60,9$$

$$ص = 60,9$$

$$ص = 78,8 - 9,1 \times 4 = 78,8 - 36,4 = 42,4$$

$$ص = 78,8 - 36,4 = 42,4$$

$$ص = 42,4$$

إذن بعد 4 سنوات تتجاوز مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية أي في عام 1424.

(ج) في أي عام ستتوقف مبيعات آلات التصوير العادية؟

في عام 1429 هـ تتوقف مبيعات آلات التصوير العادية.



مثّل كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحداً فاكتبه:

$$(٢٨) \quad ٢ص = ٢, ١س - ١٠$$

$$٤ص = ٢, ٤س$$

$$٢ص = ٢, ١س - ١٠$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٥- = ٥$$

$$\text{إذن النقطة } (٥-, ٠)$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٨, ٣ = ٨$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٨, ٣)$$

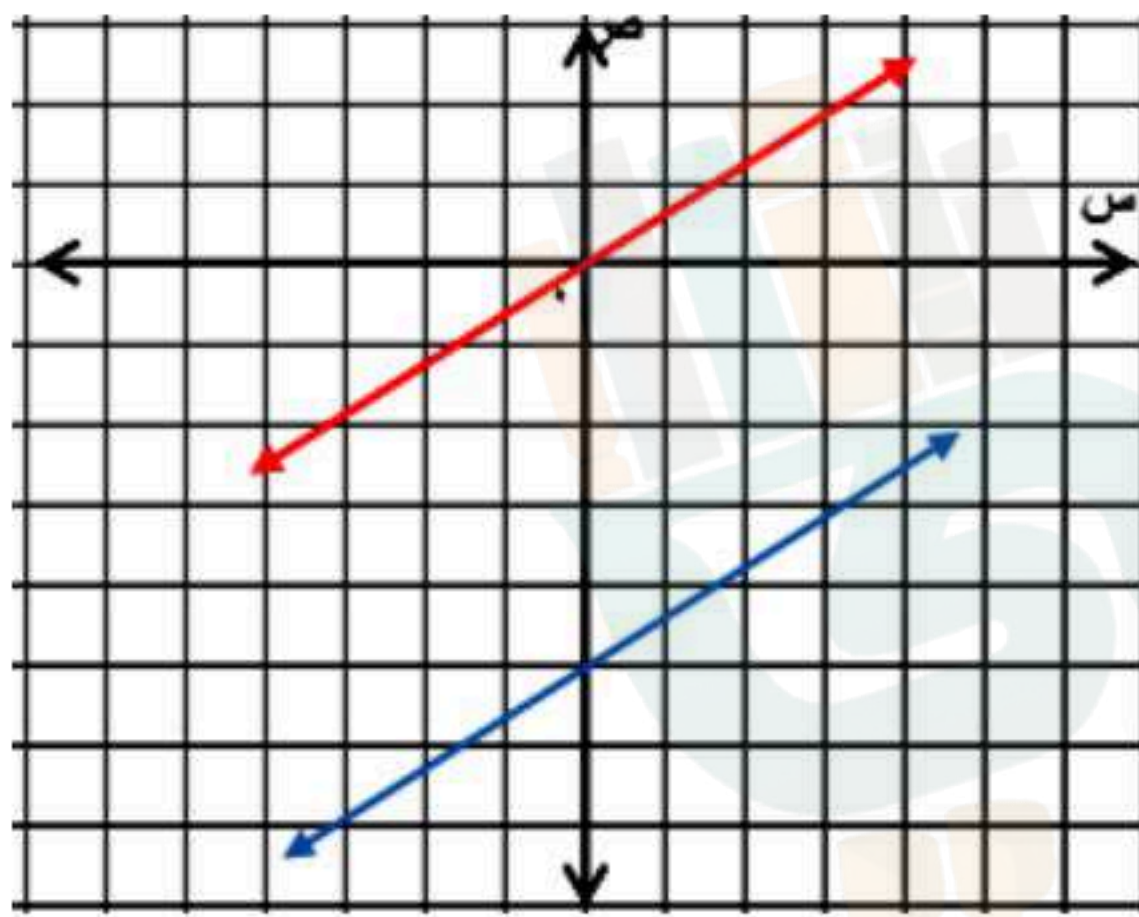
$$٤ص = ٢, ٤س$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٠ = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٠)$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٠ = ٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٠)$$



بما أن ميل كل من المعادلتين ١ و ٢ متساويان وتقاطعهما الصادي مختلف
إذن المعادلتين متوازيان ولا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

مثّل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

$$(٢٩) \quad \text{س} = ٦ - \frac{٣}{٨} \text{ص}$$

$$٤ = \frac{٢}{٣} \text{س} + \frac{١}{٤} \text{ص}$$

$$٤ = \frac{٢}{٣} \text{س} + \frac{١}{٤} \text{ص}$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ١٦$$

$$\text{إذن النقطة } (١٦, ٠)$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٦$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٦)$$

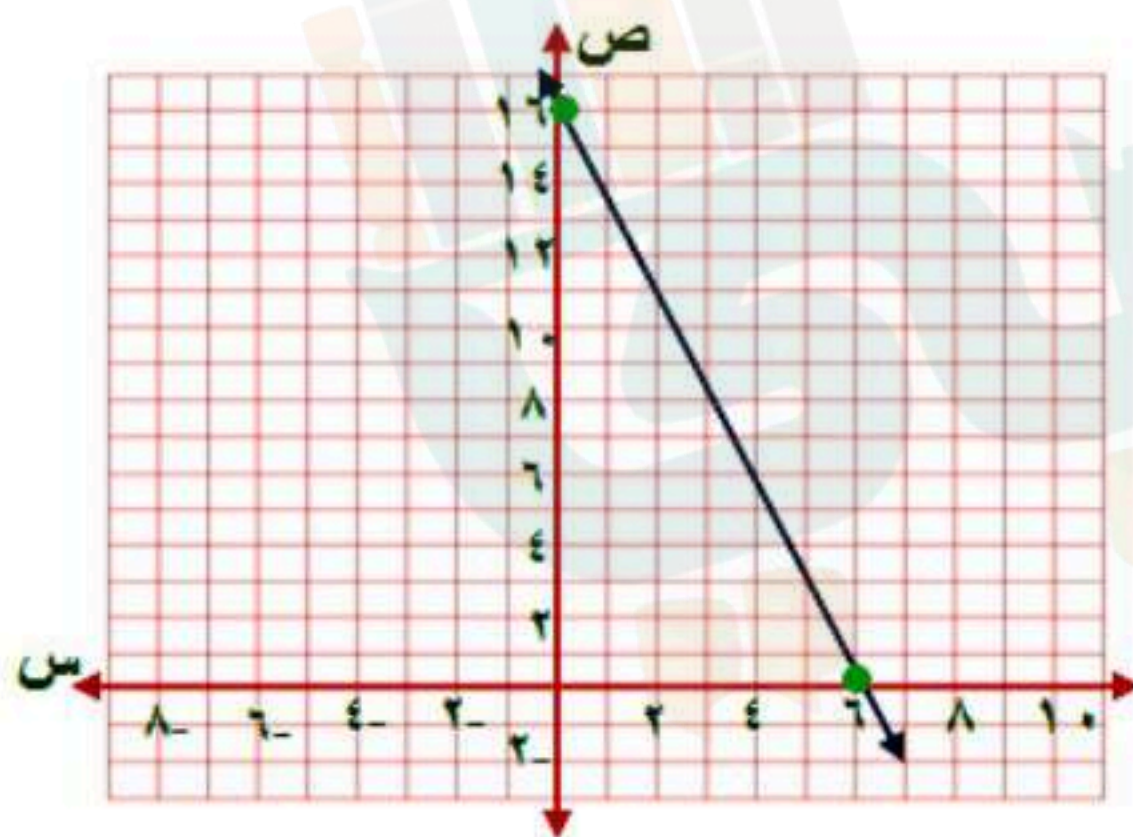
$$٦ = \frac{٣}{٨} \text{ص} + \text{س}$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ١٦$$

$$\text{إذن النقطة } (١٦, ٠)$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٦$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٦)$$



بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.



(٣٠) تمثيلات متعددة: سوف تكتشف في هذه المسألة طرائق متنوعة لإيجاد نقطة تقاطع تمثيلي معادلتين خطيتين.

(أ) جبرياً: حُلّ المعادلة $\frac{1}{2}س + ٣ = -س + ١٢$ جبرياً.

بالضرب $\times ٢$

$$\frac{1}{2}س + ٣ = -س + ١٢$$

$$س + ٦ = -٢س + ٢٤$$

$$س + ٢س + ٦ = ٢٤$$

$$٣س = ١٨$$

$$٦ = س$$

$$٦ = س$$

(ب) تقنية: حل نظام المعادلتين: $\frac{1}{2}س + ٣ = ص$ ، $-س + ١٢ = ص$ ، بيانياً، وتحقق من صحّة الحل باستخدام أحد البرامج الحاسوبية.

$$ص = \frac{1}{2}س + ٣$$

$$ص = ٣$$

$$٠ = س$$

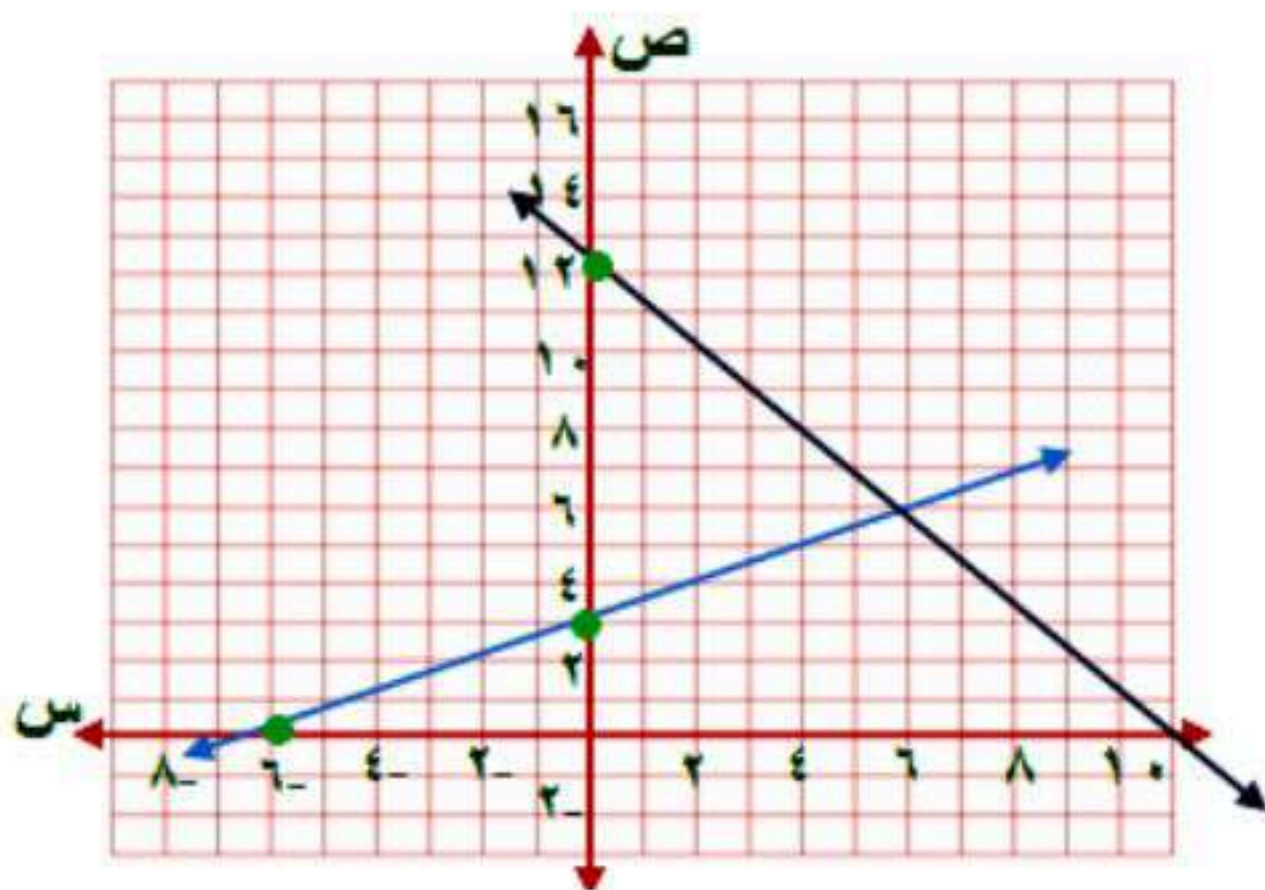
إذن النقطة (٣ ، ٠)

$$ص = -٦$$

$$٠ = س$$

إذن النقطة (٠ ، -٦)

$$ص = -س + ١٢$$



عند $s = 0$ $v = 12$

إذن النقطة $(0, 12)$

عند $v = 0$ $s = 12$

إذن النقطة $(12, 0)$

الحل هو $(6, 6)$

ج) تحليلياً: ما علاقة المعادلة في الفرع (أ) والنظام في الفرع (ب)؟

كل طرف في المعادلة في الفرع (أ) يساوي أحد قيم v في النظام في (ب).

د) لفظياً: وضح كيف تستعمل التمثيل البياني في الفرع (ب) لحل المعادلة في الفرع (أ).

يمكن إيجاد الحل بمعرفة الاحداثي السيني لنقطة تقاطع المستقيمين في النظام.



(٣١) **تحديد:** استعمل التمثيل البياني لحل النظام $٥ = ٣ص + ٢س$ ، $٦ = ٤ص + ٣س$ ، $٧ = ٥ص + ٤س$.

$$٥ = ٣ص + ٢س$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ١,٧ = ٢س$$

إذن النقطة $(١,٧, ٠)$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٢,٥ = ٣س$$

إذن النقطة $(٠, ٢, ٥)$

$$٦ = ٤ص + ٣س$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ١,٥ = ٣س$$

إذن النقطة $(١,٥, ٠)$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٢ = ٤ص + ٣س$$

إذن النقطة $(٠, ٢)$

$$٧ = ٥ص + ٤س$$

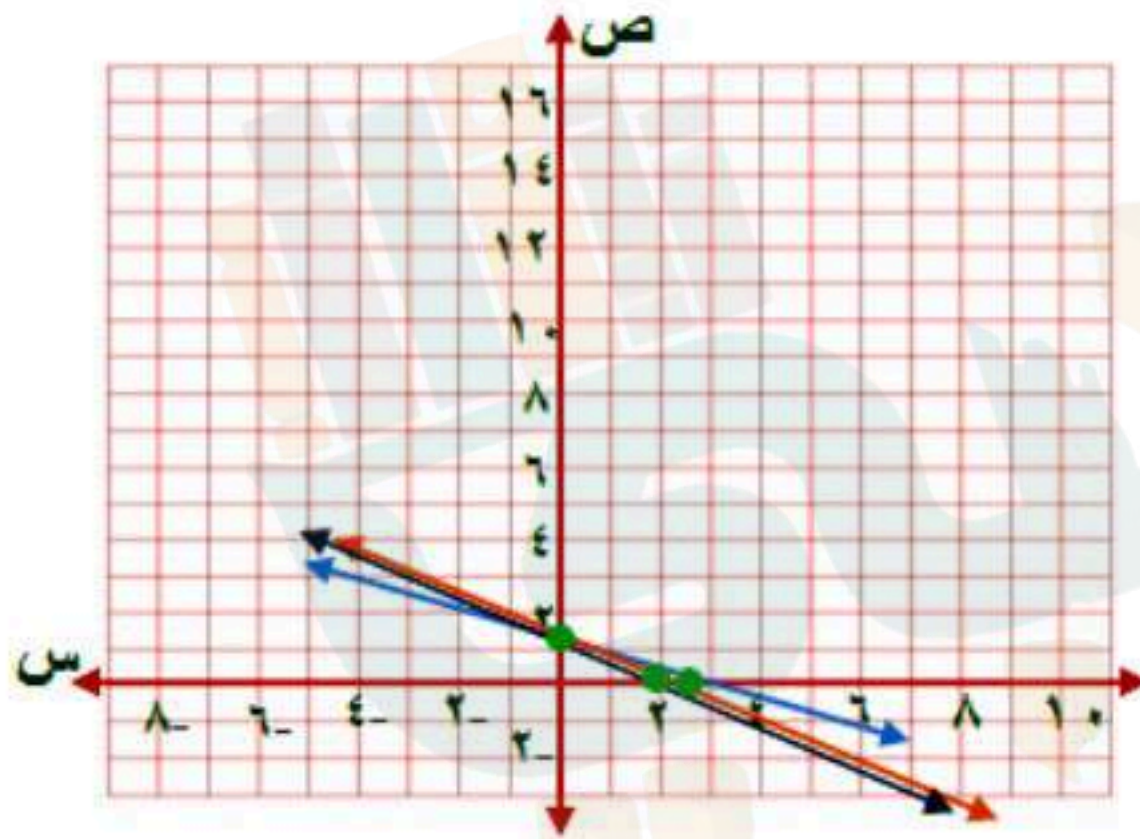
$$\text{عند } ص = ٠ \quad ١,٤ = ٤س$$

إذن النقطة $(١,٤, ٠)$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ١,٧٥ = ٥ص + ٤س$$

إذن النقطة $(٠, ١,٧٥)$

بما أن جميع المستقيمات تتقاطع عند النقطة $(٣, ٢ -)$ إذاً هي الحل المشترك للنظام.



(٣٢) **تبرير:** بين هل النظام الذي يتكون من معادلتين وتشكل كل من النقطتين $(٠, ٠)$ ، $(٢, ٢)$ حلاً له، تكون له حلول أخرى أحياناً أم دائماً أم ليس له أي حلول أخرى.

دائماً، إذا كانت المعادلات خطية والنظام أكثر من حل واحد فإنه يكون متسقاً وغير

مستقل، وهذا يعني أن له عدد نهائياً من الحلول. **مدرس ١-٥:** حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

(٣٣) أي من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسر إجابتك:

$$\begin{aligned} 4س - ص &= 5 \\ -2س + ص &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -س + 4ص &= 8 \\ 3س - 6ص &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4س + 2ص &= 14 \\ 12س + 6ص &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3س - 2ص &= 1 \\ 2س + 3ص &= 18 \end{aligned}$$

النظام الثاني هو المختلف عن باقي الأنظمة الثلاثة الأخرى لأن هذا النظام غير متسق، أما باقي الأنظمة الأخرى فهي متسقة.

(٣٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاث معادلات تشكّل مع المعادلة $5س - 3ص = 0$ أحد أنظمة المعادلات الآتية: غير متسق، متسق ومتسق ومستقل، متسق وغير مستقل على الترتيب.

نظام غير متسق: $5س + 3ص = 3$ ، $5س - 3ص = 3$
نظام متسق وغير مستقل: $5س - 3ص = 3$ ، $5س - 3ص = 3$
نظام متسق ومستقل: $2ص = 10س - 6$ ، $5س - 3ص = 3$

(٣٥) **اكتب:** صف مزايا ومساوئ استعمال التمثيل البياني لحل أنظمة المعادلات الخطية.

مزايا الحل بالتمثيل البياني أنها توضح جميع بيانات النظام وعيوبه أنه يصعب إيجاد القيم الدقيقة لكل من $س$ ، $ص$ من التمثيل البياني.



(٣٦) إجابة قصيرة: يمكن لأحد أنواع البكتيريا مضاعفة عدده كل ٢٠ دقيقة. فإذا كان عدد البكتيريا في الساعة ٩ : ٠٠ صباحاً ٤٥٠٠ ، فكم يصبح عند الساعة ١٢ : ٠٠ ظهراً؟

عدد خلايا البكتيريا الساعة ١٢ : ٠٠

= ٢٣٠٤٠٠٠ خلية.

(٣٧) هندسة: قُصت قطعة من السلك طولها ٨٤ سنتيمتراً إلى قطع متساوية، ثم ألصقت من نهاياتها لتشكّل أحرف مكعب. فما حجم هذا المكعب؟

(أ) ٢٩٤ سم^٣

(ب) ٣٤٣ سم^٣

(ج) ١١٥٨ سم^٣

(د) ٢٧٤٤ سم^٣

مراجعة تراكمية

(٣٨) اختبار: يبيّن الجدول المجاور درجات هيثم في ٣ اختبارات للرياضيات، وبقي له اختبار رابع، وهو بحاجة إلى معدل لا يقل عن ٩٢ حتى يحصل على التقدير أ. (مهارة سابقة)

الاختبار	الدرجة
١	٩١
٢	٩٥
٣	٨٨

(أ) إذا كان م يمثل درجته في الاختبار الرابع، فاكتب المتباينة الممثلة لهذا الموقف.

$$92 \leq \frac{91 + 88 + 95 + م}{4}$$

(ب) إذا أراد هيثم الحصول على التقدير أ في الرياضيات، فكم يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع؟

$$92 \leq \frac{م + 274}{4}$$

$$368 \leq م + 274$$

$$م \leq 94$$

يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع ٩٤ على الأقل.

(ج) هل إجابتك معقولة؟ فسّر ذلك.

نعم الإجابة معقولة

لأن المعدل المرغوب أعلى مما كان عليه.

(٣٩) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-3, 1)$ ، والمعامد للمستقيم $ص = \frac{1}{3}س + 2$

بما أن المستقيمين متعامدين، إذا ميل المستقيم الآخر = - ٣

$$ص = م س + ب$$

$$١ = -٣ \times ٣ + ب$$

$$١ = ٩ - ب$$

$$ب = ٨$$

$$ص = -٣س - ٨$$



مهارة سابقة :

حلّ كل معادلة فيما يأتي باستعمال مجموعة التعويض المعطاة:

$$٤٠ (٤٠) ١٥ (ن + ٦) = ١٦٥ ؛ \{٧، ٦، ٥، ٤، ٣\}.$$

بالتعويض $ن = ٣$

$$١٦٥ = (٦ + ٣) ١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٣٥ \quad \text{ليس حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٤$

$$١٦٥ = (٦ + ٤) ١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٥٠ \quad \text{ليس حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٥$

$$١٦٥ = (٦ + ٥) ١٥$$

$$١٦٥ = ١٦٥ \quad \text{حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٦$

$$١٦٥ = (٦ + ٦) ١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٨٠ \quad \text{ليس حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٧$

$$١٦٥ = (٦ + ٧) ١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٩٥ \quad \text{ليس حلاً للمعادلة}$$

إذاً مجموعة حل المعادلة هي $ن = ٥$



$$(٤١) \frac{9-m}{2} = 36 ; \{81, 80, 79, 78\}.$$

بالتعويض $m = 78$

$$\frac{9-78}{2} = 36$$

$36 \neq 34,5$ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض $m = 79$

$$\frac{9-79}{2} = 36$$

$36 \neq 35$ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض $m = 80$

$$\frac{9-80}{2} = 36$$

$36 = 35,5$ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض $m = 81$

$$\frac{9-81}{2} = 36$$

$36 = 36$ حلاً للمعادلة

إذاً مجموعة حل المعادلة هي $m = 81$



إذا كانت $أ = ٢$ ، $ب = ٣ -$ ، $ج = ١١$ ، فاحسب قيمة كل عبارة فيما يأتي:

$$(٤٢) أ + ب$$

$$١٨ - ٢ = (٣ - \times ٦) + ٢$$

$$١٦ - =$$

$$(٤٣) ٧ - أ ب$$

$$٦ + ٧ = (٣ -) ٢ - ٧$$

$$١٣ =$$

$$(٤٤) (٢ ج + أ ٣) \div ٤$$

$$٤ \div (٢ \times ٣ + ١١ \times ٢)$$

$$٤ \div ٢٨ = ٤ \div (٦ + ٢٢) =$$

$$٧ =$$





حل نظام من معادلتين خطيتين

يمكنك استعمال الحاسبة البيانية TI - nspire لتمثيل نظام من معادلتين وحله.

نشاط ١

حل نظام من معادلتين خطيتين

حل النظام الآتي مقرباً إلى أقرب جزء من مئة:

$$٧,٤٨ = ص + ٥,٢٣ س$$

$$٢,١١ = ص - ٦,٤٢ س$$

الخطوة ١: حل كل معادلة بالنسبة للمتغير ص لإدخالها في الحاسبة.

$$٧,٤٨ = ص + ٥,٢٣ س$$

$$٧,٤٨ - ٥,٢٣ س = ص$$

$$ص = ٧,٤٨ - ٥,٢٣ س$$

$$٢,١١ = ص - ٦,٤٢ س$$

$$٢,١١ - ٦,٤٢ س = ص$$

$$ص = ٢,١١ - ٦,٤٢ س$$

$$(١-) (ص) = (١-) (٢,١١ - ٦,٤٢ س)$$

$$ص = ٢,١١ - ٦,٤٢ س$$

الخطوة ٢: مثل كلا من المعادلتين بيانياً.

المعادلة الأولى

اطرح ٥,٢٣ س من كلا الطرفين

بسط

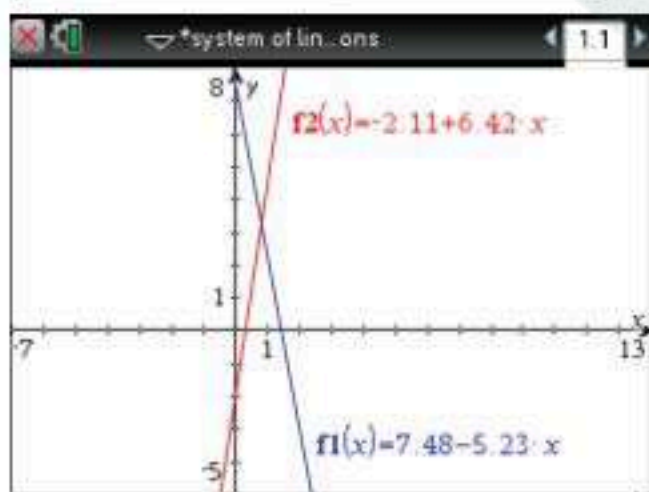
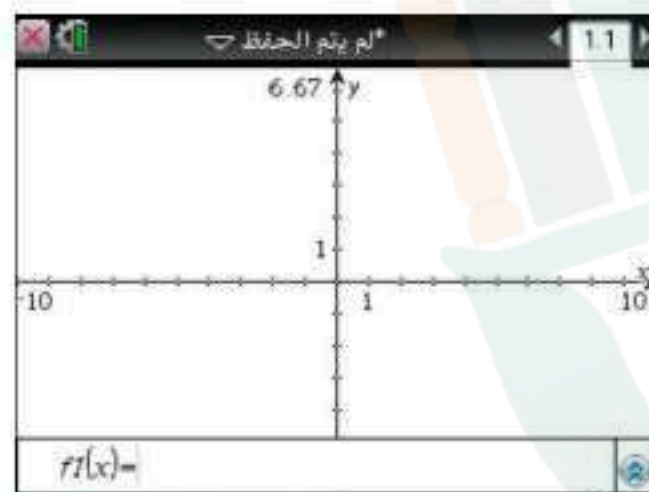
المعادلة الثانية

اطرح ٦,٤٢ س من كلا الطرفين

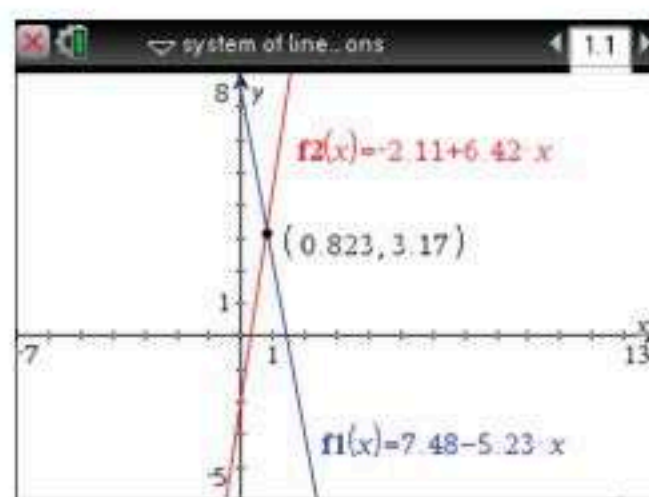
بسط

اضرب كلا الطرفين في (١-)

بسط



[−7, 13] scl: 1 by [−5, 8] scl: 1



[−7, 13] scl: 1 by [−5, 8] scl: 1

افتح الآلة الحاسبة بالضغط على **(on)** ، ثم اختر من الشاشة **1** مستند جديد

اختر **2** إضافة تطبيق الرسوم البيانية فتظهر الشاشة المجاورة.

اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 7.48 - 5.23x$

ثم اضغط المفتاح **enter** فيظهر التمثيل البياني.

اضغط المفتاح **(tab)** ثم اكتب المعادلة الثانية

$f2(x) = -2.11 + 6.42x$ ثم اضغط **enter** ليظهر التمثيل البياني المجاور.

أظهر الجزء المطلوب من التمثيل البياني على الشاشة، بالضغط على مفتاح **(menu)** ومنها

اختر **4** تكبير/تصغير النافذة **1** إعدادات النافذة ؛ لتحديد التدرج المناسب لكل من س، ص.

الخطوة ٣: إيجاد نقاط التقاطع لإيجاد الحل.

استعمل ميزة نقاط التقاطع لإيجاد الحل.

اضغط **(menu)** واختر منها **6** تحليل الرسم البياني ثم **4** نقاط التقاطع ،

وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر لك نقطة التقاطع

(0.823, 3.17) التي هي حل النظام.

وعليه يكون حل النظام إلى أقرب جزء من مئة هو (٣, ١٧, ٠, ٨٢) .

من الطرق التي يمكنك استعمالها لحل معادلة بمتغير واحد، تمثيل نظام المعادلتين الذي نكوّنه من تلك المعادلة، ثم حله. ولإجراء ذلك، اكتب نظاماً من المعادلات باستعمال طرفي المعادلة، ثم استعمال الحاسبة البيانية لحله.



استعمل الحاسبة البيانية لحل كل من أنظمة المعادلات الآتية، وقرب الحل إذا كان كسرًا عشريًا إلى أقرب جزء من مئة:

$$(1) \text{ ص } 2 = \text{ س } 3 -$$

$$\text{ص} = -4, \text{ س } 0 + 5$$

المعادلات محلولة بالنسبة للمتغير ص

الخطوة ١:

مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

الخطوة ٢:

$$\text{ص} = 2 \text{ س } - 3$$

$$\text{عند س } 0 = \text{ ص } 3 -$$

إذن النقطة (0, 3)

$$\text{عند ص } 0 =$$

إذن النقطة (0, 1, 5)

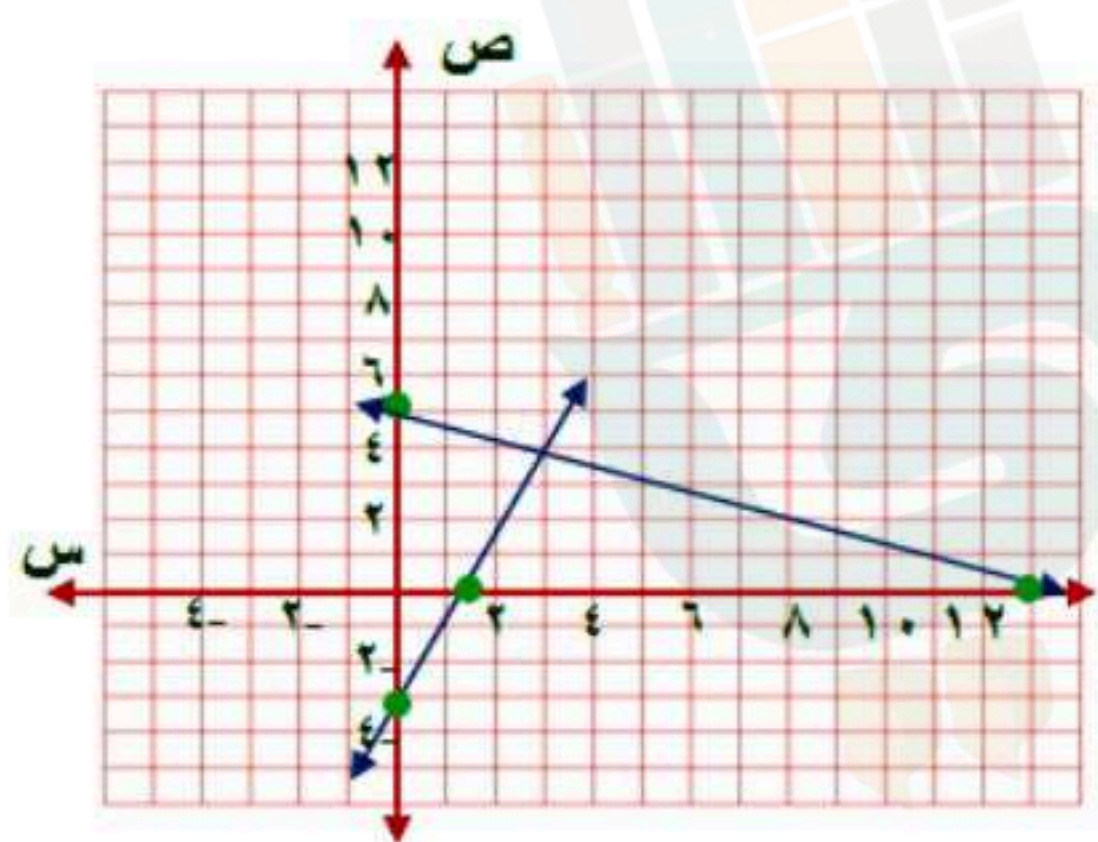
$$\text{ص} = -4, \text{ س } 0 + 5$$

$$\text{عند س } 0 = \text{ ص } 5$$

إذن النقطة (5, 0)

$$\text{عند ص } 0 = \text{ س } 12, 5$$

إذن النقطة (0, 12, 5)



• افتح الآلة الحاسبة بالضغط على **on** ثم اختر **new documents**

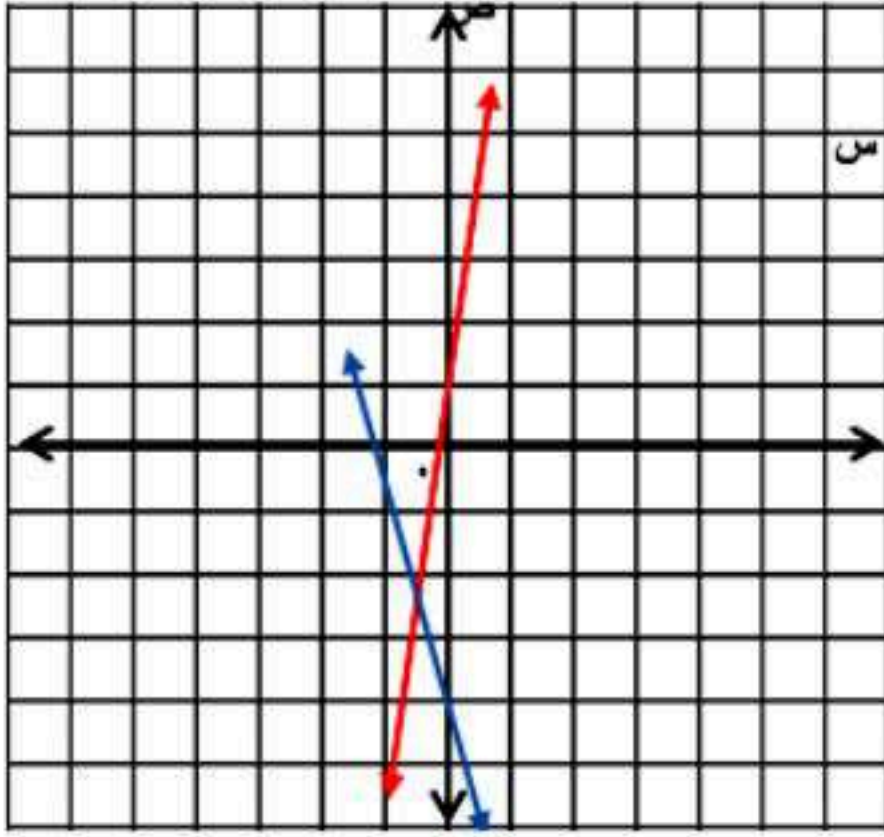
• اختر **add graphs** فتظهر شاشة.

• اكتب المعادلة الأولى $f_1(x) = 2x - 3$ ثم اضغط المفتاح **enter** فيظهر التمثيل البياني.

• اضغط المفتاح **tab** ثم اكتب المعادلة الثانية $f_2 = -0.4x + 5$ ثم اضغط **enter** ليظهر التمثيل البياني.

• اضغط **menu** واختر منها **points & lines** ومنها اختر **intersection points** وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(3.33, 6.7)$ التي هي حل النظام.





$$(٢) \text{ ص } ٦ = ١ + \text{س}$$

$$\text{ص } -٢ = ٣ \text{س} - ٤$$

الخطوة ١: المعادلات محلولة بالنسبة للمتغير ص

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

• افتح الآلة الحاسبة بالضغط على **on** ثم اختر **new documents**

• اختر **add graphs** فتظهر شاشة.

• اكتب المعادلة الأولى $f١(x) = ٦x + ١$ ثم اضغط المفتاح **enter** فيظهر التمثيل البياني.

• اضغط المفتاح **tab** ثم اكتب المعادلة الثانية $f٢ = -٣, ٢x - ٤$ اضغط **enter** ليظهر التمثيل البياني.

• اضغط **menu** واختر منها **points & lines** ومنها اختر **intersection points** وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(٢, ٥٤-)$ التي هي حل النظام.

$$\text{ص } ٦ = ١ + \text{س}$$

$$\text{عند ص } ٠ = \text{ص } ١ =$$

إذن النقطة $(١, ٠)$

$$\text{عند ص } ٠ = \text{س } -١٦ =$$

إذن النقطة $(٠, ١٦-)$

$$\text{ص } -٢ = ٣ \text{س} - ٤$$

$$\text{عند ص } ٠ = \text{ص } -٤ =$$

إذن النقطة $(٤-, ٠)$

$$\text{عند ص } ٠ = \text{س } -٢٥ =$$

إذن النقطة $(٠, ١, ٢٥-)$

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على **on** ثم اختر **new documents**
- اختر **add graphs** فتظهر شاشة
- اكتب المعادلة الأولى $f_1(x) = 3,5x - 8$ ثم اضغط المفتاح **enter** فيظهر التمثيل البياني
- اضغط المفتاح **tab** ثم اكتب المعادلة الثانية $f_2 = -5,4 - 1,8x$ اضغط **enter** ليظهر التمثيل البياني
- اضغط **menu** واختر منها **points & lines** ومنها اختر **intersection points** وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(0,78, 2,51)$ التي هي حل النظام

$$\text{ص} = 3,5 + 8$$

$$\text{ص} = 8$$

$$\text{عند ص} = 0$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 8)$$

$$\text{ص} = 2,3$$

$$\text{عند ص} = 0$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 2,3)$$

$$\text{ص} = 5,4 - 1,8$$

$$\text{ص} = 5,4$$

$$\text{عند ص} = 0$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 5,4)$$

$$\text{ص} = 3$$

$$\text{عند ص} = 0$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 3)$$



$$(٤) \quad ١٦ = ٢ص + ٣س$$

$$٩ = ٥س + ص$$

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$١٦ = ٢ص + ٣س$$

$$٣س - ١٦ = ٢ص + ٣س - ٣س$$

$$٢ص = ١٦ - ٣س$$

$$ص = \frac{٨ - ١,٥س}{١}$$

$$٩ = ٥س + ص$$

$$ص = \frac{٩ - ٥س}{١}$$

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على **on** ثم اختر **new documents**
- اختر **add graphs** فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f^1(x) = -١,٥x + ٨$ ثم اضغط المفتاح **enter** فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح **tab** ثم اكتب المعادلة الثانية $f^2 = -٥x + ٩$ اضغط **enter** ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط **menu** واختر منها **points & lines** ومنها اختر **intersection points** وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(٧,٥٧,٠,٢٩)$ التي هي حل النظام.

$$(5) \quad 1,60 = 0,35 \text{ ص} + 0,62 \text{ س}$$

$$-1,38 \text{ س} + \text{ص} = 8,24$$

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$1,60 = 0,35 \text{ ص} + 0,62 \text{ س}$$

$$0,62 \text{ س} - 1,60 = 0,35 \text{ ص} + 0,62 \text{ س} - 1,60$$

$$0,35 \text{ ص} = 0,62 \text{ س} - 1,60$$

$$\text{ص} = \frac{0,62 \text{ س} - 1,60}{0,35} \quad \leftarrow 1$$

$$-1,38 \text{ س} + \text{ص} = 8,24$$

$$-1,38 \text{ س} + \frac{0,62 \text{ س} - 1,60}{0,35} = 8,24$$

$$\text{ص} = \frac{-1,38 \text{ س} + 8,24}{1} \quad \leftarrow 2$$

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f^1(x) = 0,35x - 1,60$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f^2(x) = -1,38x + 8,24$ اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points & lines ومنها اختر intersection

points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة

التقاطع $(-1,16, 6,63)$ التي هي حل النظام.

$$(٦) \quad ٧٥ \text{ س} - ١٠٠ \text{ ص} = ٤٠٠$$

$$٣٣ \text{ س} - ١٠ \text{ ص} = ٧٠$$

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$٧٥ \text{ س} - ١٠٠ \text{ ص} = ٤٠٠$$

$$١٠٠ \text{ ص} = ٧٥ \text{ س} - ٤٠٠$$

$$\text{ص} = ٧٥, ٠ \text{ س} - ٤ \quad \leftarrow ١$$

$$٣٣ \text{ س} - ١٠ \text{ ص} = ٧٠$$

$$١٠ \text{ ص} = ٣٣ \text{ س} - ٧٠$$

$$\text{ص} = ٣, ٣ \text{ س} - ٧ \quad \leftarrow ٢$$

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على **on** ثم اختر **new documents**
- اختر **add graphs** فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f^1(x) = ٧٥x - ٤$ ثم اضغط المفتاح **enter** فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح **tab** ثم اكتب المعادلة الثانية $f^2 = ٣,٣x - ٧$ اضغط **enter** ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط **menu** واختر منها **points & lines** ومنها اختر **intersection points** وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(١٨, ١), (١٢, ٣)$ التي هي حل النظام.

استعمل الآلة الحاسبة البيانية لحل كل من المعادلات الآتية، وقرب الحل إذا كان كسرًا عشريًا إلى أقرب جزء من مئة:

$$(٧) \quad ٤س - ٢ = ٦$$

الخطوة ١:

اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من طرفي

المعادلة ص

$$\text{ص} = ٤س - ٢, \quad \text{ص} = ٦$$

الخطوة ٢:

• مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

add graphs new document on

• ادخل المعادلة الأولى $f^1(x) = ٤س - ٢$ ثم اضغط enter، اضغط tab وادخل

المعادلة الثانية $f^2(x) = -٦$ ثم اضغط enter ليظهر الرسم البياني.

• حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

Menu points&lines intersection points

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة التقاطع

ويكون الحل ١ -



$$(٨) \quad \frac{س}{٢} + ١ = ٣$$

الخطوة ١ :

اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من

طرفي المعادلة ص

$$ص = ٣, \quad \frac{س}{٢} + ١ = ص$$

الخطوة ٢ :

- مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

add graphs new document on

- ادخل المعادلة الأولى ثم اضغط enter، اضغط tab وادخل المعادلة الثانية

ثم اضغط enter ليظهر الرسم البياني.

- حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

intersection points points&lines Menu

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة

التقاطع ويكون الحل ٤

استعمل الآلة الحاسبة البيانية لحل كل من المعادلات الآتية، وقرب الحل إذا كان كسراً عشرياً إلى أقرب جزء من مئة:

$$(9) \quad 2 - 10s = 8s - 1$$

الخطوة ١:

اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من طرفي

المعادلة ص

$$2 - 10s = 8s - 1$$

$$2 - 10s = 8s - 1$$

الخطوة ٢:

- مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

add graphs on new document

- ادخل المعادلة الأولى ثم اضغط enter، اضغط tab وادخل المعادلة الثانية ثم

اضغط enter ليظهر الرسم البياني.

- حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

Menu points lines intersection points

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة التقاطع

ويكون الحل ٥, ٠

(١٠) اكتب: وضح لماذا يمكنك حل معادلة مثل $2 - 10s = 8s - 1$ بحل نظام المعادلتين: $ص = ر$ ، $ص = أس + ب$.

عند تقاطع التمثيلان المتباينان $ص = ر$ ، $ص = أس + ب$ ، تكون قيم

ص متساوية. وعندها تكون $ر = أس + ب$



حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

٢-٥

لماذا؟

تحقق من فهمك



$$(١) \text{ ص} = ٤\text{س} - ٦$$

$$٥\text{س} + ٣\text{ص} = ١$$

الخطوة ١:

إحدى المعادلتين مكتوبة أساساً بالنسبة ل ص

الخطوة ٢:

عوض $٤\text{س} - ٦$ بدلاً من ص في المعادلة الثانية

$$٥\text{س} + ٣(٤\text{س} - ٦) = ١$$

$$٥\text{س} + ١٢\text{س} - ١٨ = ١$$

$$١٧\text{س} - ١٨ = ١$$

$$١٧\text{س} = ١٩$$

$$\text{س} = ١$$

الخطوة ٣:

عوض ١ بدلاً من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

$$\text{ص} = ٤(١) - ٦ = ٢$$

إذاً الحل هو (١، ٢)





حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

٢-٥

لماذا؟

تحقق من فهمك



$$(ب) \quad ٢س + ٥ص = ١ -$$

$$ص = ٣س + ١٠ -$$

إحدى المعادلتين مكتوبة أساساً بالنسبة ل ص

الخطوة ١ :

عوض $٣س + ١٠ -$ بدلاً من ص في المعادلة الثانية

الخطوة ٢ :

$$٢س + ٥(٣س + ١٠ -) = ١ -$$

$$٢س + ١٥س + ٥٠ - = ١ -$$

$$١٧س = ٥١ -$$

$$س = ٣ -$$

عوض $٣ -$ بدلاً من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

الخطوة ٣ :

$$ص = ١٠ + (٣ -)٣ = ١ -$$

إذاً الحل هو $(٣ - , ١ -)$



$$(١٢) \text{ س } ٤ + \text{ ص } ٥ = ١١$$

$$\text{ص} - \text{س} = ١٣$$

الخطوة ١ :

حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير ص لأن معامل ص = ١

$$\text{ص} = ١٣ - \text{س}$$

الخطوة ٢ :

عوض عن ص ب $١٣ - \text{س}$

$$\text{س } ٤ + ٥(١٣ - \text{س}) = ١١$$

$$\text{س } ٤ + ٥١ - ٥\text{س} = ١١$$

$$٥٦ = ٤\text{س}$$

$$\text{س} = ١٤$$

الخطوة ٣ :

عوض عن س = ١٤ في إحدى المعادلتين

$$\text{ص} = ١٣ - (١٤)$$

$$\text{ص} = -١$$

الحل هو: (١٤، -١)



تحقق من فهمك

$$٢ب) س - ٣ص = ٩ -$$

$$٥س - ٢ص = ٧$$

الخطوة ١ : حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير س؛ لأن معامل س = ١

$$س = ٩ - ٣ص$$

الخطوة ٢ : عوض عن س ب $٩ - ٣ص$

$$٧ = ٥(٩ - ٣ص) - ٢ص$$

$$٧ = ٤٥ - ١٥ص - ٢ص$$

$$١٣ص = ٥٢$$

$$ص = ٤$$

الخطوة ٣ : عوض عن ص = ٤ في إحدى المعادلتين

$$س = ٩ - (٤)٣$$

$$س = ٣$$

الحل هو: (٣، ٤)



حل كلاً من النظامين الآتيين مستعملًا التعويض.

$$(أ) \quad ٨ = ٢س - ص$$

$$٣ = ص - ٢س$$

عوض عن ص ب $٣ - ٢س$

$$٨ = (٣ - ٢س) - ٢س$$

$$٨ = ٣ - ٢س - ٢س$$

$$٨ = ٣ - ٤س$$

إذاً لا يوجد حل للنظام.

$$(ب) \quad ١ = ٣ص - ٤س$$

$$٢ = ٨س - ٦ص$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

$$١ = ٣ص - ٤س$$

عوض عن س في المعادلة الثانية بـ $\frac{١}{٣} + \frac{٤}{٣}ص$

$$٢ = ٨(\frac{١}{٣} + \frac{٤}{٣}ص) - ٦ص$$

$$٢ = \frac{٨}{٣} + \frac{٣٢}{٣}ص - ٦ص$$

$$٢ = \frac{٨}{٣} + \frac{١٠}{٣}ص$$

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة إذن يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

٤) **رياضة:** مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عدد نقاط الفريق الأول يساوي ٥,٢ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟

نفرض أن عدد نقاط الفريق الأول س، عدد نقاط الفريق الثاني ص

$$\text{س} + \text{ص} = ٣١ \quad \text{إذن} \quad \text{ص} = ٣١ - \text{س}$$

$$\text{س} = ٥,٢ \text{ ص}$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية بـ $٣١ - \text{س}$

$$\text{س} = ٥,٢ (٣١ - \text{س})$$

$$\text{س} = ١٦١,٢ - ٥,٢ \text{ س}$$

$$١٦١,٢ = ٦,٢ \text{ س}$$

$$\text{س} = ٢٦$$

$$\text{ص} = ٣١ - ٢٦$$

$$\text{ص} = ٥$$

إذن عدد نقاط الفريق الأول = ٢٦

وعدد نقاط الفريق الثاني = ٥



$$(١) \text{ س } = \text{ ص } - ٢$$

$$٤ \text{ س } = \text{ ص } + ٢$$

بما أن المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ س

عوض في المعادلة الثانية عن س = ص - ٢

$$٤(ص - ٢) = \text{ ص } + ٢$$

$$٤\text{ص} - ٨ = \text{ ص } + ٢$$

$$٥\text{ص} = ١٠$$

$$\text{ص} = ٢$$

عوض في المعادلة الأولى عن ص = ٢

$$\text{س} = ٢ - ٢ = ٠$$

إذاً الحل هو: (٢، ٠)



الأمثلة ١ - ٣ حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(٢) \quad ٤ = ٣ص + ٢س$$

$$٩ = ٦ص + ٤س$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$٢س - ٤ = ٣ص + ٢س - ٤$$

$$٣ص = ٤ - ٢س$$

$$ص = \frac{٤}{٣} - \frac{٢}{٣}س$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية:

$$٩ = ٦\left(\frac{٤}{٣} - \frac{٢}{٣}س\right) + ٤س$$

$$٩ = ٨ - ٤س + ٤س$$

$$٩ = ٨$$

إذاً النظام لا يوجد له حل.



$$(٣) \text{ س} - \text{ص} = ١$$

$$٣\text{س} = ٣ + \text{ص}$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة ل س

$$\text{س} = \text{ص} + ١$$

عوض في المعادلة الثانية عن س

$$٣(\text{ص} + ١) = ٣ + \text{ص}$$

$$٣\text{ص} + ٣ = ٣ + \text{ص}$$

بما أن طرفي المعادلة يمثلان متطابقة

إذاً له عدد لا نهائي من الحلول.



مثال ٤ (٤) **هندسة:** إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س، ص يساوي 180° ، وقياس الزاوية س يزيد بمقدار 24° على قياس الزاوية ص، فأجب عما يأتي:

(أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

معادلتا النظام هما:

$$س + ص = 180$$

$$س = ص + 24$$

(ب) أوجد قياس كل زاوية.

بما أن المعادلة الثانية تعبر عن قيمة س

إذا عوض في المعادلة الأولى عن س = ص + 24

$$س + ص + 24 = 180$$

$$2ص + 24 = 180$$

$$2ص = 156$$

$$ص = 78^\circ$$

بالتعويض في لمعادلة الثانية

$$س = 78 + 24 = 102^\circ$$



الأمثلة ١ - ٣ حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(٥) \text{ ص} = ٤س + ٥$$

$$١٧ = ٢س + \text{ص}$$

المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ ص

عوض في المعادلة الثانية عن ص = ٤س + ٥

$$١٧ = ٥ + ٤س + ٢س$$

$$١٧ = ٥ + ٦س$$

$$١٢ = ٦س$$

$$٢ = س$$

عوض في المعادلة الثانية س = ٢

$$\text{ص} = ٥ + (٢)٤ = ١٣$$

إذاً الحل هو (٢، ١٣)



الأمثلة ١ - ٣ حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(٦) \text{ ص} = ٣س - ٣٤$$

$$\text{ص} = ٢س - ٥$$

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

$$٣س - ٣٤ = ٢س - ٥$$

$$٣س - ٣٤ = ٢س - ٥$$

$$س = ٢٩$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$\text{ص} = ٣(٢٩) - ٣٤$$

$$\text{ص} = ٥٣$$

إذاً الحل: (٢٩ ، ٥٣)



الأمثلة ١ - ٣ حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(٧) \text{ ص } = ٣س - ٢$$

$$\text{ص} = ٢س - ٥$$

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

$$٣س - ٢ = ٢س - ٥$$

$$٣س - ٢ = ٢س - ٥$$

$$س = ٣$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$\text{ص} = ٣ - (٣ - ٢) = ١$$

إذاً الحل: (٣، ١)



الأمثلة ١ - ٣ حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(٨) \quad ٢س + ص = ٣$$

$$٤س + ٤ص = ٨$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = ٣ - ٢س$$

عوض في المعادلة الثانية عن ص = ٣ - ٢س + ٣

$$٤س + ٤(٣ - ٢س) = ٨$$

$$٤س - ٨س + ١٢ = ٨$$

$$-٤س + ١٢ = ٨$$

$$-٤س = ٨ - ١٢$$

$$س = ١$$

عوض عن س = ١ في المعادلة الثانية

$$٤(١) + ٤ص = ٨$$

$$٤ + ٤ص = ٨$$

$$٤ص = ٨ - ٤$$

$$ص = ١$$

إذاً الحل هو (١، ١)



الأمثلة ١ - ٣ حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(٩) \quad ٣س + ٤ص = ٣-$$

$$س + ٢ص = ١-$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ س

$$س = ١ - ٢ص$$

عوض عن س $س = ١ - ٢ص$ في المعادلة الأولى

$$٣ = ٣س + ٤ص = ٣(١ - ٢ص) + ٤ص$$

$$٣ = ٣ - ٦ص + ٤ص$$

$$٠ = ٢ص$$

$$ص = ٠$$

عوض عن ص $ص = ٠$ في المعادلة الثانية

$$س = ١-$$

إذاً الحل هو $(١-، ٠)$



الأمثلة ١ - ٣ حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(١٠) \quad ١ - ٢س = ص$$

$$٨س - ٤ص = -٤$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = ١ - ٢س$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$٨س - ٤(١ - ٢س) = -٤$$

$$٨س - ٤ + ٨س = -٤$$

$$١٦س = ٠$$

بما أن طرفي المعادلة تمثل متطابقة

إذاً لها عدد لا نهائي من الحلول.

$$(١١) \quad ١ - ص = س$$

$$-١ = س + ص$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$-١ = ص + (١ - ص)$$

$$-١ = ص + ١ - ص$$

$$١ = ١$$

إذاً لا يوجد حل للنظام.



الأمثلة ١ - ٣ حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(12) \text{ ص } - = 4\text{س} + 11$$

$$9 = 3\text{س} + \text{ص}$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$\text{ص} = -3\text{س} + 9$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$-3\text{س} + 9 = -4\text{س} + 11$$

$$4\text{س} - 3\text{س} = 11 - 9$$

$$\text{س} = 2$$

عوض عن س = 2 في المعادلة الثانية

$$9 = \text{ص} + (2)3$$

$$9 = \text{ص} + 6$$

$$\text{ص} = 3$$

إذاً الحل هو: (2, 3)

$$(13) \text{ ص } - = 3\text{س} + 1$$

$$1 = 2\text{س} + \text{ص}$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$\text{ص} = -2\text{س} + 1$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$-2\text{س} + 1 = -3\text{س} + 1$$

$$3\text{س} - 2\text{س} = 1 - 1$$

$$\text{س} = 0$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$1 = \text{ص} + (0)2$$

$$\text{ص} = 1$$

إذاً الحل هو (0, 1)

الأمثلة ١ - ٣ حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(١٤) \quad ٣س + ص = ٥$$

$$٦س + ٢ص = ١٠$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = ٥ - ٣س$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$٦س + ٢(٥ - ٣س) = ١٠$$

$$٦س - ٦س - ١٠ = ١٠$$

$$١٠ = ١٠$$

إذاً لا يوجد حل للنظام.

$$(١٥) \quad ٥س - ص = ٥$$

$$-س + ٣ص = ١٣$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = ٥س - ٥$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$-س + ٣(٥س - ٥) = ١٣$$

$$-س + ١٥س - ١٥ = ١٣$$

$$١٤س = ٢٨$$

$$س = ٢$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٥(٢) - ص = ٥$$

$$١٠ - ص = ٥$$

$$ص = ٥$$

إذاً الحل هو (٢، ٥)

الأمثلة ١ - ٣ حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(١٦) \quad ٥س + ٤ص = ٢٠$$

$$١٠س - ٨ص = ٤٠$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$٨ص = ١٠س + ٤٠$$

$$ص = \frac{٥}{٤}س + ٥$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$١٠س - ٨\left(\frac{٥}{٤}س + ٥\right) = ٤٠$$

$$١٠س - ١٠س - ٤٠ = ٤٠$$

$$٠ = ٨٠$$

طرفي المعادلة يمثلان متطابقة

إذاً النظام له عدد لانهائي من الحلول.



مثال ٤ (١٧) سياحة: يبين الجدول أدناه العدد التقريبي لزوار منطقتين سياحيتين في المملكة خلال عام ١٤٣٥ هـ، ومعدل التغير بالآلاف خلال السنة الواحدة:

المنطقة	عدد الزوار	معدل التغير (بالآلاف في السنة الواحدة)
أ	٤٠,٣ ألفاً	زيادة ٠,٨
ب	١٧,٠ ألفاً	زيادة ١,٨

(أ) عرّف المتغيرات، واكتب معادلة تمثل عدد زوار كل منطقة.

س هي عدد زوار المنطقة، ص هي عدد السنوات

$$س = ٤٠,٣ + ٠,٨ ص$$

$$س = ١٧ + ١,٨ ص$$

(ب) إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه، فبعد كم سنة تتوقع أن يصبح عدد الزوار متساوياً في المنطقتين؟

س هي عدد زوار المنطقة، ص هي عدد السنوات

$$س = ٤٠,٣ + ٠,٨ ص$$

$$س = ١٧ + ١,٨ ص$$

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
١٤٢٥ هـ	١:٥١:٣٩	١:٥٤:٤٣
١٤٣٠ هـ	١:٤٩:٣١	١:٥٨:٠٣

(١٨) رياضة: يبين الجدول المجاور الزمن المسجل للاعبين في سباقات الماراثون

خلال عامي ١٤٢٥ هـ، ١٤٣٠ هـ.

(أ) إذا سجل الزمن لكل منهما بالساعات والدقائق والثواني، فأعد كتابته إلى أقرب دقيقة.

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
١٤٢٥	١١٢	١١٥
١٤٣٠	١١٠	١١٨

ب) إذا اعتبرنا العام ١٤٢٥ هـ صفرًا، وافترضنا ثبات معدل التغير بعد عام ١٤٢٥ هـ، فاكتب معادلة تمثل الزمن المسجل (ص) لكلا اللاعبين في أي عام (س).

$$ص = -٤,٤س + ١١٢$$

$$ص = ٦,٦س + ١١٥$$

ج) إذا استمر التغير في الاتجاه نفسه، فهل يسجلان الزمن نفسه؟ فسر إجابتك.

لا؛ لأن التمثيلين لا يتقاطعان.

مسائل مهارات التفكير العليا

١٩) **تحذّر:** كان عدد المتطوعين في العمل الخيري في إحدى القرى ٦٠ متطوعًا، فإذا كانت نسبة الرجال إلى النساء ٧:٥، فأوجد عدد كل من الرجال والنساء المتطوعين.

$$س + ص = ٦٠$$

$$٧س = ٥ص$$

$$س = ٦٠ - ص$$

$$٧(٦٠ - ص) = ٥ص$$

$$٤٢٠ - ٧ص = ٥ص$$

$$١٢ص = ٤٢٠$$

$$ص = ٣٥$$

$$س = ٦٠ - ٣٥$$

$$س = ٢٥$$

عدد النساء = ٢٥، عدد الرجال = ٣٥



(٢٠) **تبرير:** قارن بين حل نظام من معادلتين بكل من: طريقة التمثيل البياني، وطريقة التعويض.

حل نظام معادلتين بطريقة التمثيل البياني تستدعي التعويض في المعادلات بنقاط مختلفة للوصول إلى الرسم البياني المناسب ونوجد الحل من الرسم حيث تكون نقطة التقاطع .

أما حل نظام معادلتين بطريقة التعويض نوجد قيمة أحد المتغيرين بالنسبة للمتغير الآخر ثم نعوض به في المعادلة لتكون معادلة من متغير واحد يمكن حلها جبرياً ثم نعوض بالقيمة في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة المتغير الآخر.

(٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظاماً من معادلتين له حل واحد، ووضح كيف يمكن أن يعبر عن مسألة من واقع الحياة، وصف دلالة.

المعادلتين: $2س - ص = 3$ ، $5ص - 3س = 6$

يعبر النظام عن معدل انتاج مصنع خلال سنوات منذ بداية عملة.

حيث س هي عدد سنوات عمل المصنع و ص هي معدل الانتاج.

(٢٢) **اكتب:** وضح كيف تحدد الأفضل تعويضاً عند استعمال طريقة التعويض لحل نظام من معادلتين.

الأفضل تعويضاً هو المتغير الذي يكون معاملُه يساوي ١

تحل المعادلة بالنسبة له ثم نعوض عنه في المعادلة الأخرى.



تدريب على اختبار

(٢٣) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟

(ج) $ص = ٥س + ١$

(أ) $ص = ٣س + ٤$

$١٠ = ص + ٤س$

$٨ = ص - ٢س$

(د) $١ = ص + ٣س$

(ب) $٨ = ص - ٢س$

$ص = ٣ - ١س$

$٩ = ص + ٢س$

نظام له حل واحد: (ج) $ص = ٥س + ١$ ، $١٠ = ص + ٤س$

لأن باقي الأنظمة ميلهما متساوي أي ليس لهم حلول نهائياً.

(٢٤) ما مجموعة حل المعادلة: $٢|ف| = ١٦$ ، إذا كان ف عدداً صحيحاً؟

(ج) $\{٨، -٨\}$

(أ) $\{٨، ٠\}$

(د) $\{٨، ٠، -٨\}$

(ب) $\{٠، -٨\}$

الإجابة: (ج) $\{٨، -٨\}$

$٢|ف| = ١٦$

$|ف| = \frac{١٦}{٢}$

$|ف| = ٨$

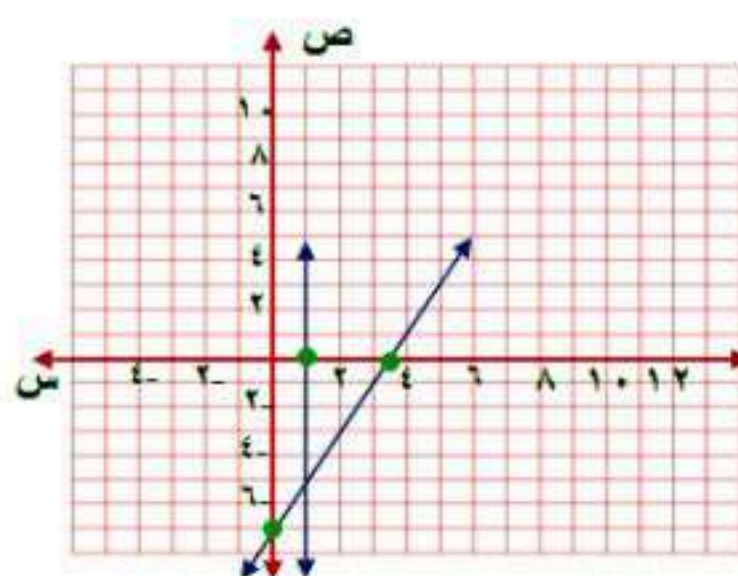
$ف = \pm ٨$

مراجعة تراكمية

مثّل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، ثم حدد ما إذا كان له حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فاكتبه: (الدرس ١-٥)

(٢٥) $١ = س$

$٧ = ص - ٢س$

بما أن $١ = س$ إذن يتم رسم مستقيم عندها يوازي محور الصادات

$٧ = ص$

عند $س = ٠$

إذن النقطة $(٧، ٠)$

$٣، ٥ = س$

عند $ص = ٠$

إذن النقطة $(٠، ٣، ٥)$

لنظام حل واحد وهو نقطة التقاطع: $(١، -٥)$ 

مثّل كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانيّاً، ثم حدّد ما إذا كان له حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فاكتبه: (الدرس ٥-١)

$$(٢٦) \text{ ص} = \text{س} + ٥$$

$$\text{ص} = \text{س} - ٢$$

$$\text{ص} = \text{س} + ٥$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٥$$

$$\text{إذن النقطة } (٥, ٠)$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٥$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, -٥)$$

$$\text{ص} = \text{س} - ٢$$

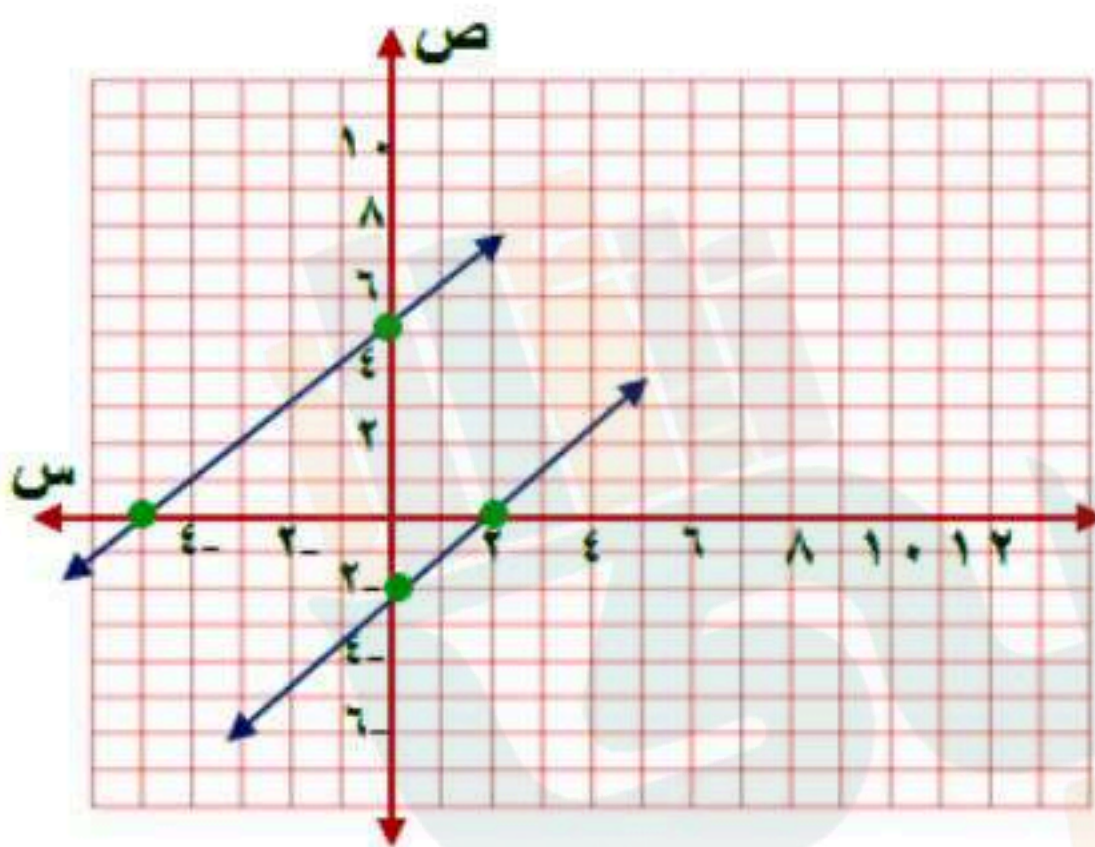
$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = -٢$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, -٢)$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٢$$

$$\text{إذن النقطة } (٢, ٠)$$

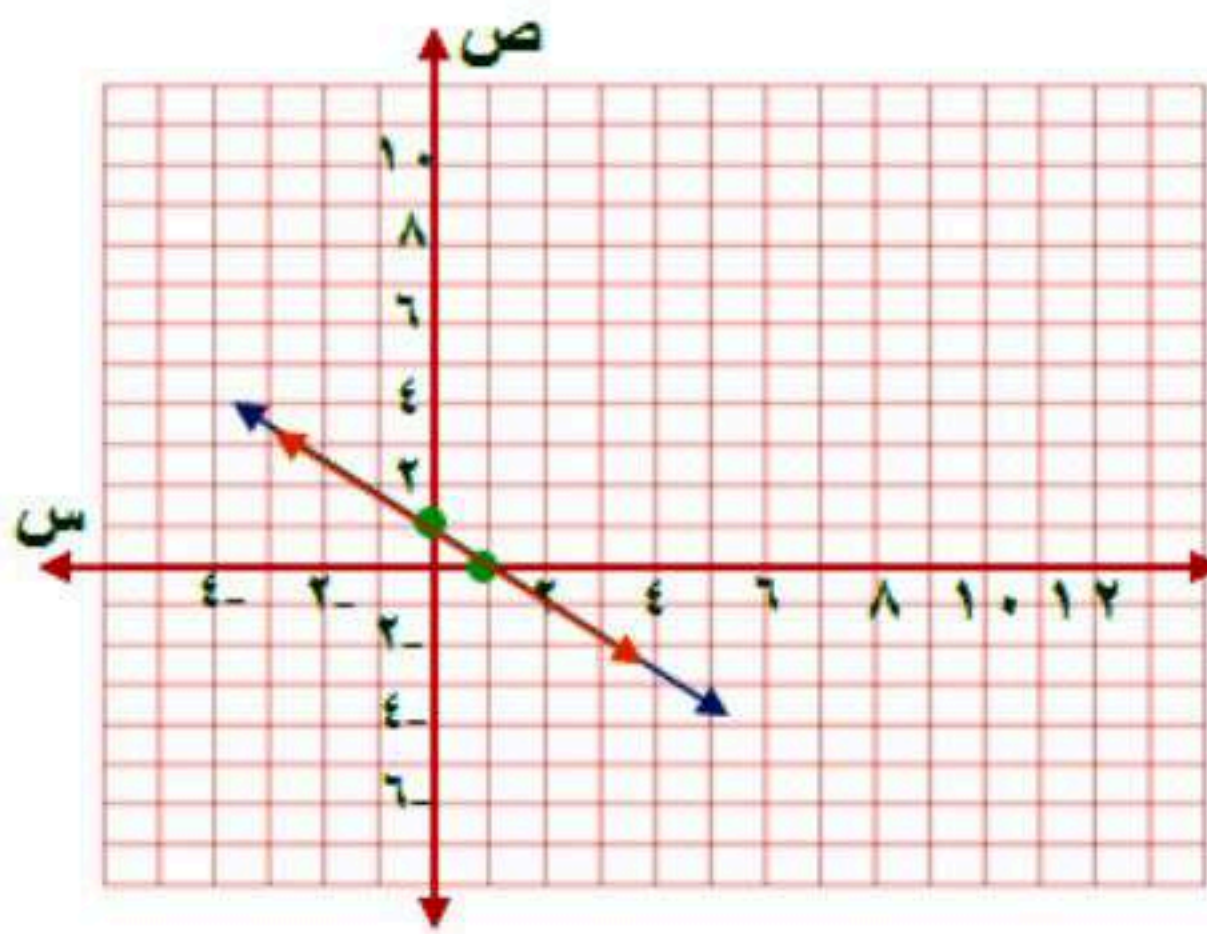
بما أن المستقيمان متوازيان النظام ليس له حل.



مثّل كلّ من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًا، ثم حدد ما إذا كان له حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فاكتبه: (الدرس ٥-١)

$$(٢٧) \text{ س} + \text{ص} = ١$$

$$٣\text{ص} + ٣\text{س} = ٣$$



$$\text{عند } \text{س} = ٠ \quad \text{ص} = ١$$

$$\text{إذن النقطة } (١, ٠)$$

$$\text{عند } \text{ص} = ٠ \quad \text{س} = ١$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ١)$$

بما أن المستقيمان منطبقان فإن للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

حل كل متباينة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

$$(٢٨) \text{ ف} ٦ + ١ \leq ١١ -$$

$$\text{ف} ٦ + ١ - ١ \leq ١١ - ١$$

$$\text{ف} ٦ \leq ١٢ -$$

$$\text{ف} \leq ٢ -$$

مجموعة الحل: $\{ \text{ف} | \text{ف} \leq ٢ - \}$



حل كل متباينة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

$$(29) \quad 24 < 18 + 2n$$

$$24 - 18 < 18 - 18 + 2n$$

$$6 < 2n$$

$$3 < n$$

مجموعة الحل: $\{n | n > 3\}$

$$(30) \quad 11 - \frac{2}{5}f \leq 5$$

$$-55 \leq 2f + 25$$

$$-55 - 25 \leq 2f + 25 - 25$$

$$-80 \leq 2f$$

$$-40 \leq f$$

مجموعة الحل: $\{f | f \geq -40\}$ (31) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(1, 6)$ ، $(1, 1)$. (مهارة سابقة)

$$m = \frac{v_2 - v_1}{s_2 - s_1}$$

$$m = \frac{1 - 6}{1 - 1} = \frac{-5}{0}$$

$$v = m s + b$$

$$1 = b$$

المعادلة هي: $v = 1$ 

مهارة سابقة :

بسّط كلاً من العبارات التالية بعد استعمال خاصية التوزيع:

(٣٢) $10ب + 5(3 + 9ب)$

$10ب + 15 + 45ب$

$15 + 55ب$

$5(11ب + 3)$

(٣٣) $5(3ن^2 + 4) - 8ن$

$15ن^2 + 20 - 8ن$

$15ن^2 - 8ن + 20$

(٣٤) $2(7أ + 5ب) + 5(2أ - 7ب)$

$14أ - 10ب + 10أ - 35ب$

$(14أ - 10ب) + (10أ - 35ب)$

$24أ - 25ب$





حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال

٣-٥

الجمع أو الطرح

لماذا؟

يزيد عدد الأشهر (أ) التي ترتفع فيها درجة الحرارة العظمى في مدينة الرياض على 30°C بمقدار شهرين على عدد الأشهر (ب) التي تنخفض فيها عن 30°C . ويمثل النظام الآتي هذا الموقف:

$$أ + ب = ١٢$$

$$أ - ب = ٢$$

الحذف باستعمال الجمع: إذا جمعت هاتين المعادلتين فسوف يتم حذف المتغير (ب)، وتُسمى طريقة الجمع أو الطرح في حل النظام **الحذف**.

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض.

والآن

■ أحل نظاماً من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالجمع.

■ أحل نظاماً من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالطرح.

المفردات

الحذف

أضف إلى

مطوياتك

الحل بالحذف

مفهوم أساسي

- الخطوة ١:** اكتب النظام على أن يكون الحدان المتشابهان اللذان معامل أحدهما معكوس للآخر أو مساوٍ له بعضهما فوق بعض.
- الخطوة ٢:** اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.
- الخطوة ٣:** عوض القيمة الناتجة في الخطوة ٢ في إحدى المعادلتين وحلها لإيجاد المتغير الثاني، واكتب الحل كزوج مرتب.

الحذف باستعمال الجمع

مثال ١

استعمل الحذف لحل النظام:

$$٤س + ٦ص = ٣٢$$

$$٣س - ٦ص = ٣ \quad \leftarrow \text{الخطوة ١: كلا معاملي ٦ ص، -٦ ص معكوس للآخر}$$

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين.

$$٣٢ = ٤س + ٦ص$$

$$٣ = ٣س - ٦ص (+)$$

$$٣٥ = ٧س$$

$$\frac{٣٥}{٧} = \frac{٧س}{٧}$$

$$٥ = س$$

حذف المتغير ص.

اقسم كلا الطرفين على ٧.

بسط.

الخطوة ٣: عوض عن س بـ ٥ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

المعادلة الأولى

$$٣٢ = ٤س + ٦ص$$

عوض عن س بـ ٥

$$٣٢ = ٤(٥) + ٦ص$$

اضرب

$$٣٢ = ٢٠ + ٦ص$$

اطرح ٢٠ من كلا الطرفين

$$٢٠ - ٣٢ = ٢٠ - ٢٠ - ٦ص$$

بسط

$$١٢ = ٦ص$$

اقسم كلا الطرفين على ٦

$$\frac{١٢}{٦} = \frac{٦ص}{٦}$$

بسط

$$٢ = ص$$

إذن الحل هو (٥، ٢).

$$(أ) \quad ٣ - ٤س + ٣ص = ٣ -$$

$$٤س - ٥ص = ٥$$

كلا معاملي ٤س، - ٤س معكوس للأخر

$$٣ - ٤س + ٣ص = ٣ -$$

$$ص (+) ٤س - ٥ = ٥$$

$$٢ - ٢ص = ٢ -$$

$$ص - ١ = ١ -$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$٤س - ٥ص = ٥$$

$$٤س - ٥(١ -) = ٥$$

$$٤س + ٥ = ٥$$

$$٠ = ٠$$

إذن الحل هو (٠، ١ -)



$$(ب) \quad ٢٢ = ٤ص + ٣س$$

$$١٤ = ٣س - ٤ص$$

كلا معاملي ٤ص، - ٤ص معكوس للآخر

$$٢٢ = ٣س + ٤ص$$

$$١٤ = ٣س - ٤ص \quad (+)$$

$$٣٦ = ٦س$$

$$٦ = س$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$١٤ = ٣س - ٤ص$$

$$١٤ = ٣(٦) - ٤ص$$

$$١٨ - ٤ص = ١٤$$

$$-٤ص = -٤$$

$$١ = ص$$

الحل هو: (٦، ١)





(٢) أوجد العددين اللذين مجموعهما يساوي -١٠ ، وسالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي ٢ .

بما أن معاملي ص كل منهم معكوس الآخر

$$١٠- = ص + س$$

$$٢ = \underline{ص(+)- ٣س-}$$

$$٨- = ٢س-$$

$$٤ = س$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$١٠- = ص + س$$

$$١٠- = ص + ٤$$

$$١٤- = ص$$

الحل: (٤، -١٤)



(٣) حل النظام:

$$٨ب + ٣ج = ١١$$

$$٨ب + ٧ج = ٧$$

(د) (١, ١, ٥)

(ج) (١, ١, ٧٥)

(ب) (١, ١, ٧٥)

(أ) (١, ١, ٥)

ب طرح المعادلتين

$$٨ب + ٣ج = ١١$$

$$٨ب + ٧ج = ٧ \quad (-)$$

$$-٤ج = ٤$$

$$ج = -١$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$٨ب + ٣ج = ١١$$

$$٨ب + ٣(-١) = ١١$$

$$٨ب - ٣ = ١١$$

$$٨ب = ١٤$$

$$ب = ١,٧٥$$

الحل هو: (ب) (١, ١, ٧٥)



٤) **حفلات:** أقام مسفر ومحمود حفلاً بمناسبة نجاحهما، فإذا كان عدد الأصدقاء الذين دعاهم مسفر يقل بـ ٥ عن الذين دعاهم محمود، وكان مجموع الأصدقاء المدعوين ٤٧، فكم شخصاً دعا كل منهما؟

افتراض أن عدد من دعاهم مسفر س، عدد من دعاهم محمود ص

$$س = ص - ٥ ، س + ص = ٤٧$$

ضع المعادلتين بشكل رأسي

$$س - ص = ٥$$

$$س + ص = ٤٧$$

$$٢س = ٤٢$$

$$س = ٢١$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$س - ص = ٥$$

$$٢١ - ص = ٥$$

$$ص = ٢٦$$

إذاً عدد من دعاهم مسفر = ٢١، وعدد من دعاهم محمود = ٢٦



المثالان ١، ٣ حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(١) \quad ٥م - ب = ٧$$

$$٧م - ب = ١١$$

بما أن معاملي ب متماثلين، اطرح المعادلتين

$$٥م - ب = ٧$$

$$(-) \quad ٧م - ب = ١١$$

$$-٢م = -٤$$

$$٢ = م$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$٥(٢) - ب = ٧$$

$$١٠ - ب = ٧$$

$$٣ = ب$$

الحل هو: (٣، ٢)



المثالان ٣، ١ حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٢) \quad ٨س + ٥ص = ٣٨$$

$$-٨س + ٢ص = ٤$$

بما أن معاملي س كلاهما معكوس الآخر، اجمع المعادلتين

$$٨س + ٥ص = ٣٨$$

$$-٨س + ٢ص = ٤$$

$$٧ص = ٤٢$$

$$ص = ٦$$

بالتعويض في إحدى المعادلتين عن ص

$$٨س + ٥(٦) = ٣٨$$

$$٨س + ٣٠ = ٣٨$$

$$٨س = ٨$$

$$س = ١$$

الحل هو: (١، ٦)



المثالان ٣، ١ حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٣) \quad ٧ف + ٣ج = ٦ -$$

$$٧ف - ٢ج = ٣١ -$$

بما أن معاملي ف متماثلين، اطرح المعادلتين

$$٧ف + ٣ج = ٦ -$$

$$٧ف - ٢ج = ٣١ -$$

$$٥ج = ٢٥$$

$$ج = ٥$$

عوض في إحدى المعادلتين

$$٧ف + ٣(٥) = ٦ -$$

$$٧ف + ١٥ = ٦ -$$

$$٧ف = ٢١ -$$

$$ف = ٣ -$$

الحل هو: $(٣ - , ٥)$



مثال ٢ (٤) ما العددين اللذان مجموعهما ٢٤، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢؟

$$س + ص = ٢٤$$

$$٥س - ص = ١٢$$

بجمع المعادلتين

$$٦س = ٣٦$$

$$س = ٦$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$٦ + ص = ٢٤$$

$$ص = ١٨$$



مثال ٤ (٥) **طلاب:** يزيد عدد طلاب المرحلة الابتدائية في مدينة ما على عدد طلاب المرحلة المتوسطة بـ ١٨ ألف طالب. فإذا علمت أن عدد الطلاب في المرحلتين ٤٤ ألف طالب، فما عدد الطلاب في كل مرحلة؟

افتراض أن عدد طلاب المرحلة الابتدائية ب، عدد طلاب المرحلة المتوسطة م

$$ب - م = ١٨$$

$$ب + م = ٤٤$$

بجمع المعادلتين معاً

$$٢ب = ٦٢$$

$$ب = ٣١$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$٣١ - م = ١٨$$

$$م = ١٣$$

عدد طلاب المرحلة الابتدائية ٣١ ألف طالباً.

عدد طلاب المرحلة المتوسطة ١٣ ألف طالباً.



المثالان ٣، ١ حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٦) \quad -\text{ف} + \text{و} = ٧$$

$$\text{ف} + \text{و} = ١$$

بما أن معاملي ف كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$-\text{ف} + \text{و} = ٧$$

$$\text{ف} + \text{و} = ١$$

$$٢\text{و} = ٨$$

$$\text{و} = ٤$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$-\text{ف} + ٤ = ٧$$

$$\text{ف} = -٣$$

الحل هو: $(-٣, ٤)$



المثالان ٣، ١ حل كلا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٧) \quad \text{ص} + \text{ز} = ٤$$

$$\text{ص} - \text{ز} = ٨$$

بما أن معاملي ز كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$\text{ص} + \text{ز} = ٤$$

$$\text{ص} - \text{ز} = ٨$$

$$٢\text{ص} = ١٢$$

$$\text{ص} = ٦$$

عوض في المعادلة الأولى عن ص

$$٦ + \text{ز} = ٤$$

$$\text{ز} = ٢ - ٦$$

الحل هو: (٦ ، ٢ -)



المثالان ٣، ١ حل كلا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٨) \quad -٤س + ٥ص = ١٧$$

$$٤س + ٦ص = -٦$$

بما أن معاملي س كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$-٤س + ٥ص = ١٧$$

$$٤س + ٦ص = -٦$$

$$١١ص = ١١$$

$$ص = ١$$

عوض في المعادلة الأولى

$$-٤س + ٥ = ١٧$$

$$-٤س = ١٢$$

$$س = -٣$$

الحل هو: (-٣، ١)



المثالان ٣، ١ حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٩) \quad \begin{cases} أ + ٤ ب = ٤- \\ ١٠ ب = ١٦- \end{cases}$$

$$١٠ ب = ١٦-$$

بما أن معاملي أ متماثلان، اطرح المعادلتين

$$أ + ٤ ب = ٤-$$

$$١٠ ب = ١٦-$$

$$١٢ ب = ١٢-$$

$$٢ ب = ٢-$$

عوض في المعادلة الأولى عن ب

$$أ + ٤ (٢-) = ٤-$$

$$أ = ٤$$

الحل هو: (٤، ٢-)

المثالان ٣، ١ حل كلا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(١٠) \quad ٩س + ٦ص = ٧٨$$

$$٣س - ٦ص = -٣٠$$

بما أن معاملي ص كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$٩س + ٦ص = ٧٨$$

$$٣س - ٦ص = -٣٠$$

$$١٢ص = ٤٨$$

$$٤ = س$$

عوض في المعادلة الأولى عن س

$$٩(٤) + ٦ص = ٧٨$$

$$٣٦ + ٦ص = ٧٨$$

$$٦ص = ٤٢$$

$$٧ = ص$$

الحل هو: (٧، ٤)



المثالان ٣، ١ حل كلا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(١١) \quad ٦س - ٢ص = ١$$

$$١٠س - ٢ص = ٥$$

بما أن معاملي ص متماثلين، اطرح المعادلتين

$$٦س - ٢ص = ١$$

$$١٠س - ٢ص = ٥$$

$$-٤س = -٤$$

$$س = ١$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$٦(١) - ٢ص = ١$$

$$-٢ص = -٥$$

$$ص = ٢,٥$$

الحل هو: (١، ٢,٥)



مثال ٢ (١٢) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٢ والفرق بينهما ١٢؟

$$س + ص = ٢٢$$

$$س - ص = ١٢$$

$$٢س = ٣٤$$

$$س = ١٧$$

بالتعويض في حدى المعادلتين

$$١٧ + ص = ٢٢$$

$$ص = ٥$$

العددان هما ١٧ ، ٥



(١٣) ما العددان اللذان مجموعهما ١١ ، وثلاثة أمثال أحدهما ناقص الآخر يساوي -٣؟

$$س + ص = ١١$$

$$٣س - ص = -٣$$

$$٤س = ٨$$

$$س = ٢$$

عوض في إحدى المعادلتين

$$١١ = ص + ٢$$

$$ص = ٩$$

العددان هما ٢ ، ٩



مثال ٤ (١٤) شحن سيارات: يمثل الجدول أدناه تكاليف شحن عدد من السيارات الصغيرة والكبيرة من مدينة إلى مدينة أخرى. أوجد أجرة شحن كل من السيارة الصغيرة والكبيرة.

عدد السيارات الصغيرة	عدد السيارات الكبيرة	الأجرة الكلية (ريال)
٢	٥	٣٨٠٠
٢	٣	٢٦٠٠

افترض أن أجرة السيارة الصغيرة س

وأجرة السيارة الكبيرة ص

$$٢س + ٥ص = ٣٨٠٠$$

$$٢س + ٣ص = ٢٦٠٠$$

$$٢ص = ١٢٠٠$$

$$ص = ٦٠٠$$

عوض في إحدى المعادلتين

$$٢س + ٥(٦٠٠) = ٣٨٠٠$$

$$٢س + ٣٠٠٠ = ٣٨٠٠$$

$$٢س = ٨٠٠$$

$$س = ٤٠٠$$

أجرة السيارة الصغيرة = ٤٠٠ ريال.

أجرة السيارة الكبيرة = ٦٠٠ ريال.

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(١٥) \quad ٨ = (٢ص + س)٤$$

$$١٢ = ٤س + ٤ص$$

بسط المعادلة الأولى

$$٨ = ٨ص + ٤س$$

بما أن معاملي س متماثلين، اطرح المعادلتين

$$-٤ص = ٤$$

$$ص = -١$$

عوض في إحدى المعادلتين عن ص

$$١٢ = ٤س + (١-)٤$$

$$١٢ = ٤س - ٤$$

$$١٦ = ٤س$$

$$٤ = س$$

الحل هو: (٤، -١)



حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(١٦) \quad \frac{1}{2}س + \frac{2}{3}ص = 2\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{4}س - \frac{2}{3}ص = 6\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}س - \frac{2}{3}ص = 6\frac{1}{4}$$

$$9 = \frac{3}{4}س$$

$$س = ١٢$$

بالتعويض في المعادلة $\frac{1}{2}س + \frac{2}{3}ص = 2\frac{3}{4}$

$$\frac{1}{2} \times ١٢ + \frac{2}{3}ص = 2\frac{3}{4}$$

$$٦ + \frac{2}{3}ص = 2\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3}ص = 2\frac{3}{4} - ٦$$

$$ص = \frac{7}{8} - ٤$$

الحل هو: $(١٢, \frac{7}{8} - ٤)$



حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(17) \quad 4س + 3ص = 6$$

$$3س + 3ص = 7$$

$$4س + 3ص = 6$$

$$3س + 3ص = 7$$

بما أن معامل ص في كل معادلة متماثل إذن يمكن طرح المعادلتين

$$س = 1$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$4(1) + 3ص = 6$$

$$4 + 3ص = 6$$

$$3ص = 2$$

$$ص = \frac{2}{3}$$

الحل هو: $(1, \frac{2}{3})$



(١٨) **فن العمارة:** يبلغ مجموع ارتفاعي برجى المملكة والفيصلية معاً ٥٦٧ متراً، ويزيد ارتفاع برج المملكة على برج الفيصلية بـ ٣٣ متراً.

(أ) ما ارتفاع برج المملكة؟

$$\text{س} + \text{ص} = ٥٦٧$$

$$\underline{\text{س} - \text{ص} = ٣٣}$$

اجمع المعادلتين

$$٢\text{س} = ٦٠٠$$

$$\text{س} = ٣٠٠$$

(ب) ما ارتفاع برج الفيصلية؟

عوض في إحدى المعادلات عن س

$$٥٦٧ = \text{ص} + ٣٠٠$$

$$\text{ص} = ٢٦٧$$

ارتفاع برج المملكة = ٣٠٠ متر، ارتفاع برج الفيصلية = ٢٦٧ متر.

(١٩) **سباق الدرجات:** شارك ٨٠ متسابقاً في سباق الدراجات الهوائية ضمن ملتقى روائع جازان الرابع من فئتي الكبار والصغار. وكان عدد المشاركين من فئة الصغار أكثر من عدد المشاركين من فئة الكبار بـ ١٠.

(أ) افترض أن س يمثل عدد المشاركين في فئة الصغار، ص يمثل عدد المشاركين في فئة الكبار. ثم اكتب نظاماً من معادلتين يمثل هذا الموقف.

$$\text{س} - \text{ص} = ١٠$$

$$\text{س} + \text{ص} = ٨٠$$



(ب) استعمل الحذف لحل هذا النظام.

اجمع المعادلتين

$$س - ص = ١٠$$

$$\underline{س + ص = ٨٠}$$

$$٢س = ٩٠$$

$$س = ٤٥$$

عوض في إحدى المعادلات عن س

$$٤٥ - ص = ١٠$$

$$ص = ٣٥$$

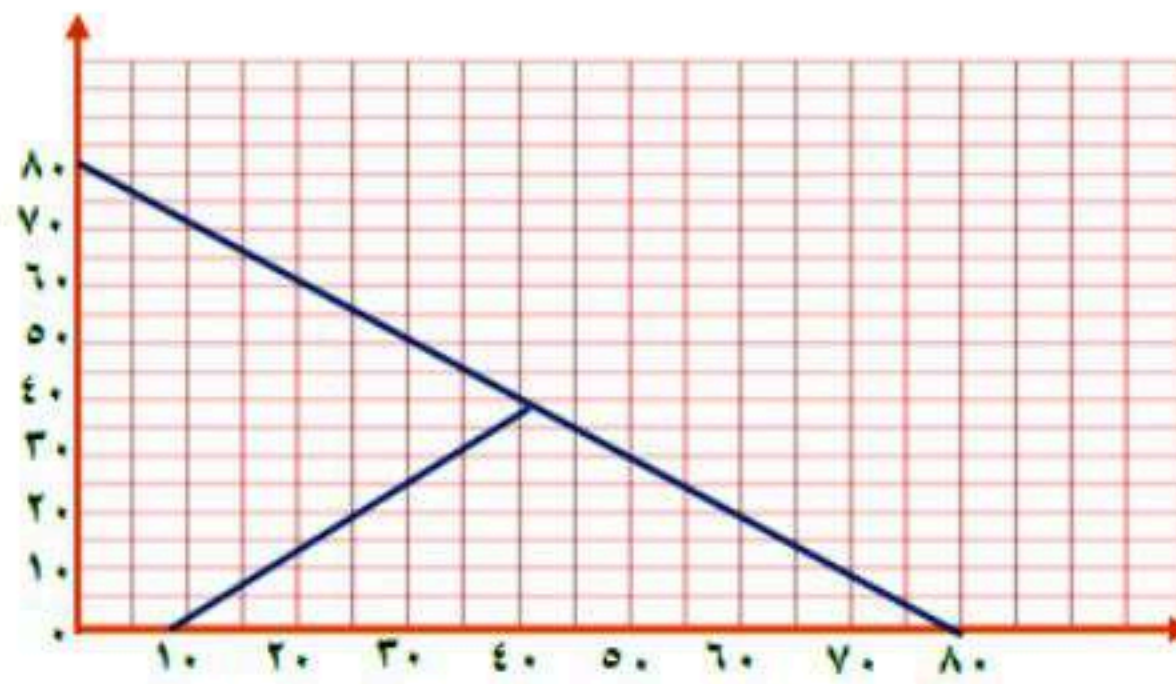
(ج) فسّر الحل في سياق هذا الموقف.

عدد المشاركين في فئة الصغار = ٤٥ مشارك.

عدد المشاركين في فئة الكبار = ٣٥ مشارك.



(د) مثل هذا النظام بيانيًا للتأكد من صحة الحل.



$$س - ص = ١٠$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ١٠ -$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ١٠)$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ١٠$$

$$\text{إذن النقطة } (١٠, ٠)$$

$$س + ص = ٨٠$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ٨٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٨٠, ٠)$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ٨٠$$

$$\text{إذن النقطة } (٠, ٨٠)$$

$$\text{نقطة التقاطع } (٣٥, ٤٥)$$



(٢٠) تمثيلات متعددة: لديك ٩ قطع نقد، ٩ مشابك ورق، استعمل ٩ منها على الأكثر لإنشاء عدد معين من النقاط، وافترض أن كل مشبك قيمته نقطة واحدة وكل قطعة نقد قيمتها ٣ نقاط، وأن ن تمثل قطعة نقد، م تمثل مشبك ورق. فمثلاً:

$$٢ن + ٣م = ٩ \text{ نقاط}$$

(أ) حسياً: كيف يمكنك أن تحصل على ١٥ نقطة مستعملاً كلا النوعين؟ قارن النمط الذي حصلت عليه بما حصل عليه زملاؤك.

للحصول على ١٥ نقطة : $٤ن + ٣م = ١٥$

هناك أكثر من نموذج صحيح ويحقق النظام ولكن يختلف في عدد القطع

مثلاً: ٤ قطع نقد ، ٣ مشابك.

(ب) تحليلياً: مستعملاً ٩ قطع، اكتب نظاماً من معادلتين وحله لإيجاد عدد مشابك الورق وقطع النقد اللازمة للحصول على ١٥ نقطة.

$$٣س + ص = ١٥$$

$$٩ = ص + س$$

$$٢س = ٦$$

$$س = ٣$$

$$١٥ = ص + (٣)٣$$

$$١٥ = ص + ٩$$

$$ص = ٦$$

عدد القطع النقدية ٣ قطع ب ٩ نقاط.

عدد المشابك ٦ مشابك ب ٦ نقاط.



(ج) جدولياً: أنشئ جدولاً يبين عدد مشابك الورق المستعملة والعدد الكلي للنقاط إذا كان عدد قطع النقد ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥.

عدد قطع النقد	عدد مشابك الورق	العدد الكلي للنقاط
٠	٩	٩
١	٨	١١
٢	٧	١٣
٣	٦	١٥
٤	٥	١٧
٥	٤	١٩

(د) لفظياً: هل تتطابق النتيجة في الجدول مع نتيجة (الإجابة عن الفرع ب)؟ فسر إجابتك.

نعم؛ بما أن قطعة النقد تعادل ٣ نقاط، فإن ٣ قطع منها تعادل ٩ نقاط،
يضاف إليها ٦ نقاط من ٦ مشابك ورق فنحصل على ١٥ نقطة.

(٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظامًا من معادلتين يمكن حله بحذف أحد متغيريه باستعمال الجمع، ثم اكتب قاعدة عامة لإنشاء مثل هذه الأنظمة.

$$\text{المعادلتين: } ٤س + ص = ١٢, \quad ٢س - ص = ٨$$

يجب لعمل نظام يمكن حله بالحذف بالجمع أن يكون هناك متغير معاملته في إحدى

المعادلتين يساوي معكوس معاملته في المعادلة الأخرى.

(٢٢) **تبرير:** إذا كانت النقطة $(٢, ٣)$ تمثل حل نظام معادلتين، وكانت إحدى معادتيه هي $٤س + ص = ٥$ ، فأوجد المعادلة الثانية لهذا النظام، وفسّر كيف توصلت إليها.

$$\text{المعادلة الثانية } ص - س = ٥$$

توصلت لها بوضع س بمعكوس معاملها في المعادلة المعطاه ثم التعويض عن ص

ب ٢ في المعادلة للحصول على ناتج المعادلة الثانية.

(٢٣) **تحذّر:** إذا كان ناتج ضرب عدد في ٧ يساوي ١٨٢، ومجموع رقميه يساوي ٨، فحدد المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لإيجاد هذا العدد، ثم حل النظام وأوجد العدد.

ليكن أ يمثل رقم الآحاد في العدد، ب يمثل رقم العشرات في العدد فيكون

$$٨ = أ + ب$$

$$١٨٢ = ٧(أ + ١٠ب)$$

العدد هو ٢٦

(٢٤) **اكتب:** بين متى يكون من المفيد استعمال الحذف لحل نظام من معادلتين.

عندما يكون في المعادلتين معامل متغير في إحدى المعادلات معكوس

معامل نفس المتغير في المعادلة الأخرى يفضل الحل بالحذف لجعل

المعادلة بها متغير واحد.



(٢٥) إذا استمر النمط الآتي، فما العدد الثامن؟

$$2, 3, \frac{9}{2}, \frac{27}{4}, \frac{81}{8}, \dots$$

$$\text{(ج)} \quad \frac{2281}{64}$$

$$\text{(د)} \quad \frac{2445}{64}$$

$$\text{(أ)} \quad \frac{2187}{64}$$

$$\text{(ب)} \quad \frac{2245}{64}$$

(٢٦) ما حل نظام المعادلتين الآتيتين؟

$$س + ٤ص = ١$$

$$٢س - ٣ص = -٩$$

$$\text{(أ)} \quad (١, ٠) \quad \text{(ج)} \quad \text{ليس له حل}$$

$$\text{(ب)} \quad (-٣, ١) \quad \text{(د)} \quad \text{يوجد عدد لانتهائي من الحلول}$$

مراجعة تراكمية

$$(٢٧) \quad ٦ص = س$$

$$٢س + ٣ص = ٤٠$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$٢س + ٣(٦ص) = ٤٠$$

$$٢س + ١٨ص = ٤٠$$

$$٢٠س = ٤٠$$

$$س = ٢$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$ص = ٢ = (٢)٦ = ١٢$$

لها حل واحد هو (٢، ١٢)



حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا التعويض، وبيّن ما إذا كان للنظام حل واحد، أم عدد لا نهائي من الحلول، أم ليس له حل: (الدرس ٢-٥)

$$(٢٨) \text{ س } = ٣\text{ص}$$

$$٤٥ = ٢\text{س} + ٣\text{ص}$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$٤٥ = ٢(٣\text{ص}) + ٣\text{ص}$$

$$٤٥ = ٦\text{ص} + ٣\text{ص}$$

$$٤٥ = ٩\text{ص}$$

$$\text{ص} = ٥$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$\text{س} = (٥)^٣ = ١٥$$

لها حل واحد هو (٥ ، ١٥)

$$(٢٩) \text{ س } = ٥\text{ص} + ٦$$

$$\text{س} = ٥\text{ص} - ٢$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$٥\text{ص} + ٦ = ٥\text{ص} - ٢$$

$$٦ = -٢$$

ليس لها حل.



(٣٠) **توفير:** يرغب كل من وائل ورياض في شراء دراجة، وقد وفرَّ وائل حتى الآن ٣٥ ريالاً ويخطط لتوفير ١٠ ريالات كل أسبوع. أما رياض فلديه الآن ٢٦ ريالاً ويخطط لتوفير ١٣ ريالاً في الأسبوع. (الدرس ١-٥)

(أ) بعد كم أسبوع يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساوياً؟

افتراض أن عدد الأسابيع س

$$١٠س + ٣٥ = ١٣س + ٢٦$$

$$١٣س - ١٠س = ٣٥ - ٢٦$$

$$٣س = ٩$$

$$س = ٣$$

إذا بعد ٣ أسابيع يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساوي.

(ب) ما مقدار ما يوفره كل منهما حتى ذلك الوقت؟

$$٣٥ + (٣)١٠ = \text{ما يوفره كل منهما}$$

$$٦٥ = ٣٥ + ٣٠ = \text{ريال.}$$

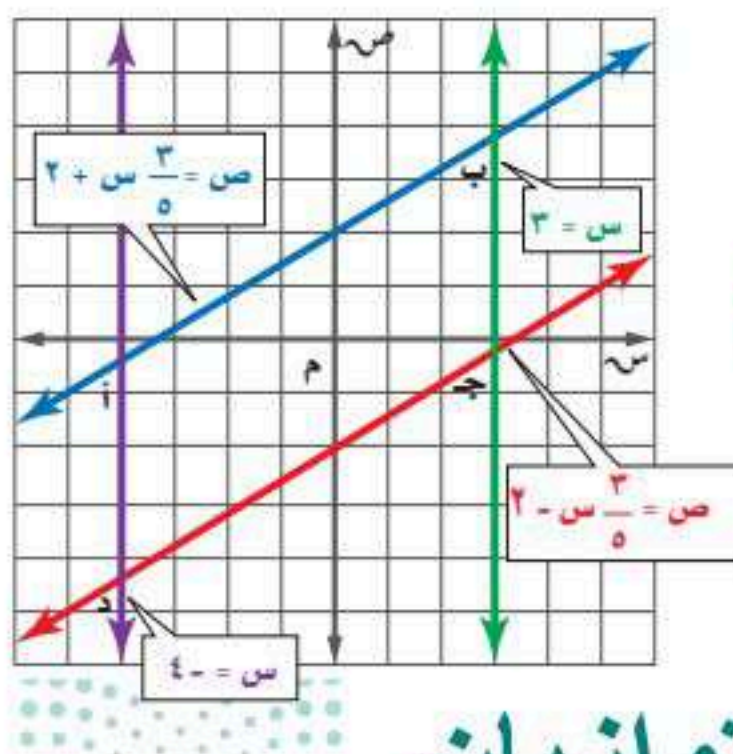
(٣١) **هندسة:** بين ما إذا كان الشكل أب جـ د متوازي أضلاع أم لا؟ وفسّر إجابتك. (مهارة سابقة)

نعم

الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع؛ بما أن كل زوج

من الأضلاع المتقابلة

لهما الميل نفسه أو ميلهما غير معرف، فإنهما متوازيان.



حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

$$(32) 6ج - = 48$$

اقسم طرفي المعادلة على ٦

$$ج - = 8$$

$$(33) 8 = \frac{2}{3}أ$$

اضرب طرفي المعادلة في ٣

$$24 = 2أ$$

اقسم طرفي المعادلة على ٢

$$12 = أ$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلّاً من العبارات الآتية:

$$(35) 7س^2 - 9س + 4س^2$$

$$11س^2 - 9س$$

$$(36) 6ل - 3 + 7ب + 1$$

$$6ل + 7ب - 2$$

$$(37) 5ص - 7(ص + 5)$$

$$5ص - 7ص - 35$$

$$-2ص - 35$$

$$(38) 10(2 + ر) + 3ر$$

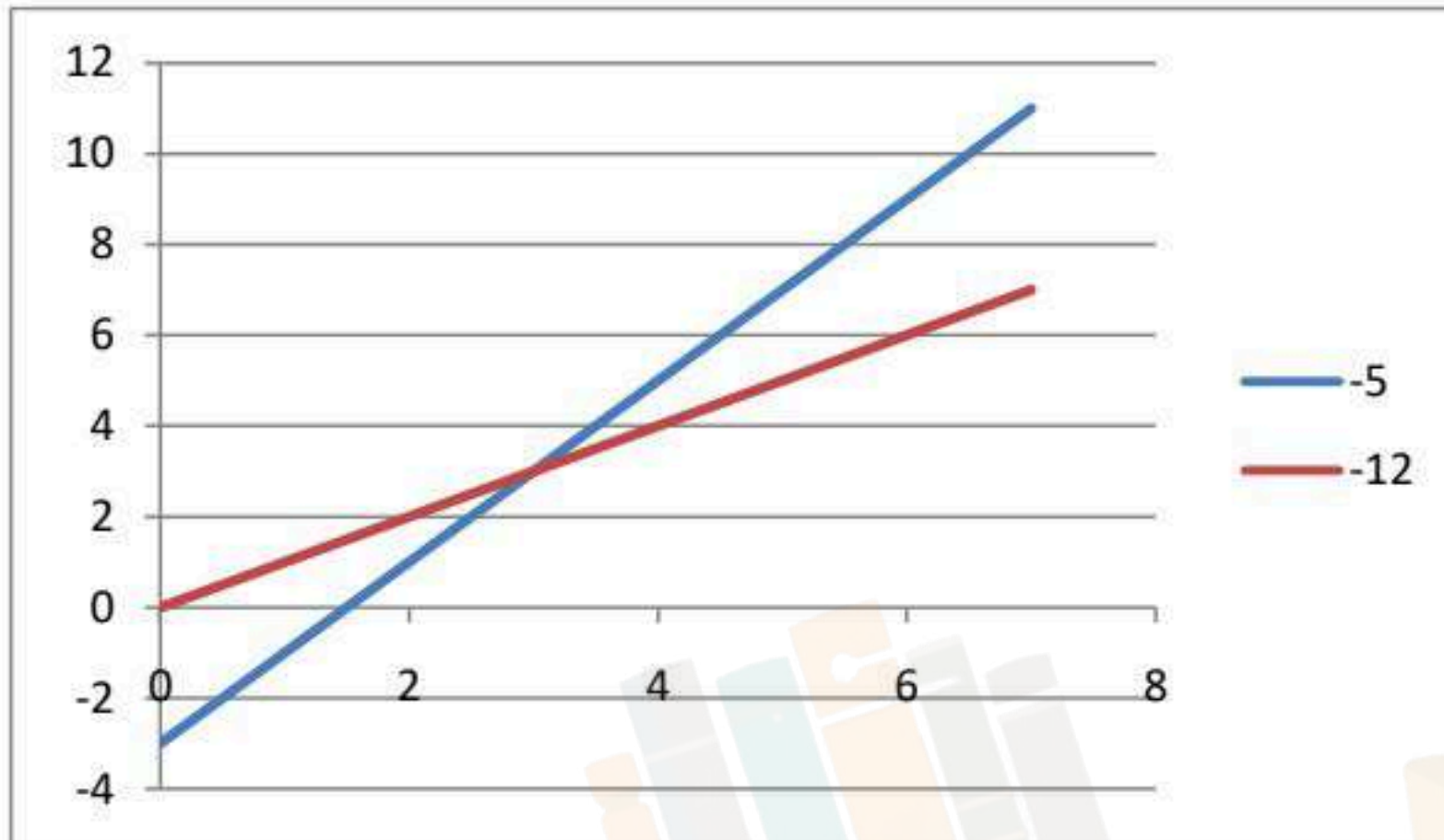
$$20 + 10ر + 3ر$$

$$20 + 13ر$$

مثل كل نظام فيما يأتي بياناً، واوجد عدد حلوله. وإن كان واحداً

فاكتبه: (الدرس ١-٥)

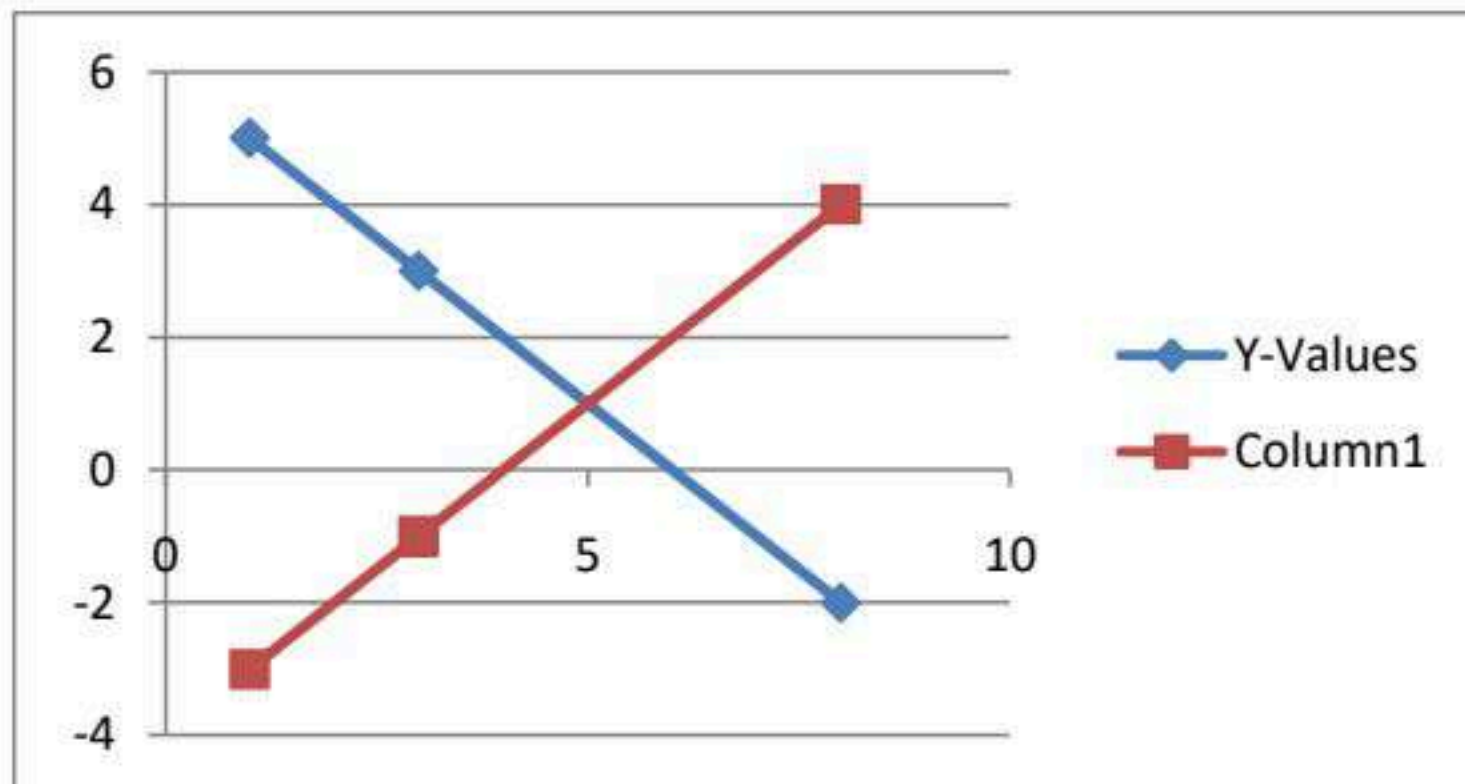
$$\begin{aligned} (٣) \quad & ٣ - ٢س = ص \\ & ٤ + س = ص \end{aligned}$$



لها حل واحد هو (٧، ١١)

متسق ومستقل

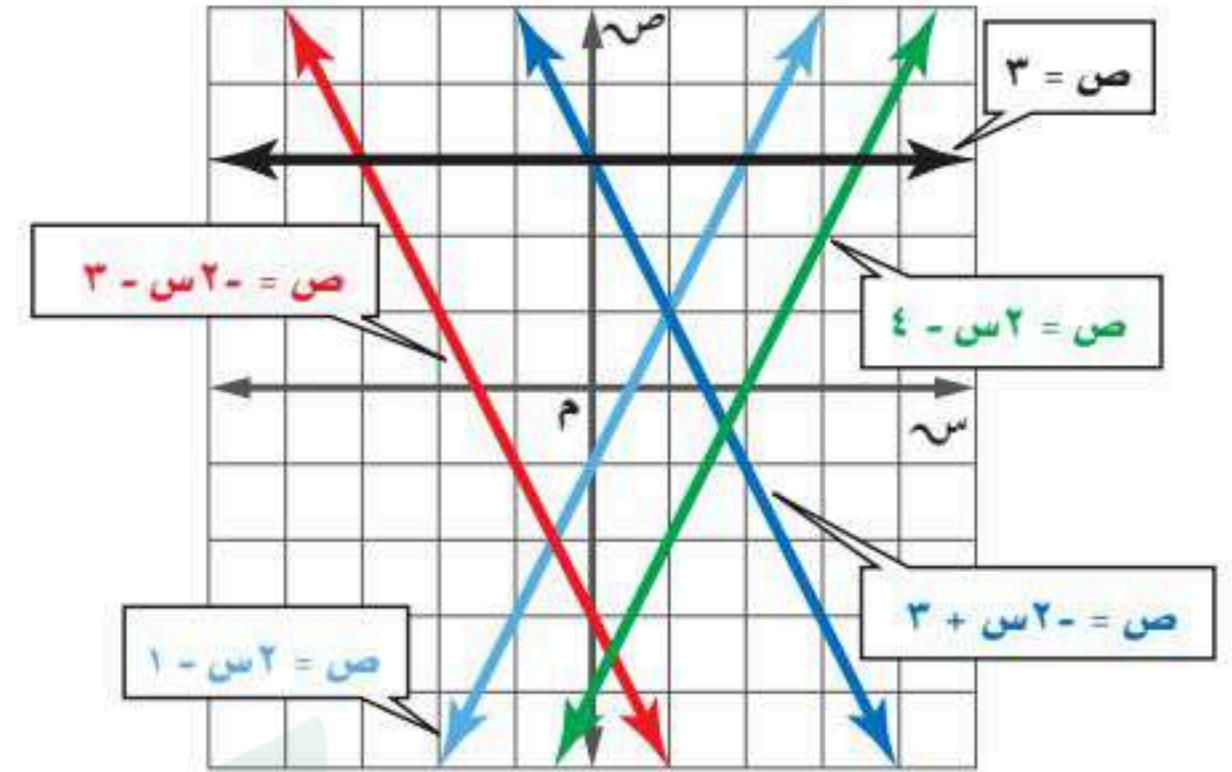
$$\begin{aligned} (٤) \quad & ٦ = ص + س \\ & ٤ = ص - س \end{aligned}$$



لها حل واحد وهو (١، ٥)

مستعملاً التمثيل البياني أدناه، حدد خصائص كل نظام فيما يأتي من

حيث كونه متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل: (الدرس ١-٥)



$$(١) \quad ١ - ٢س = ص$$

$$٣ + ٢س = ص$$

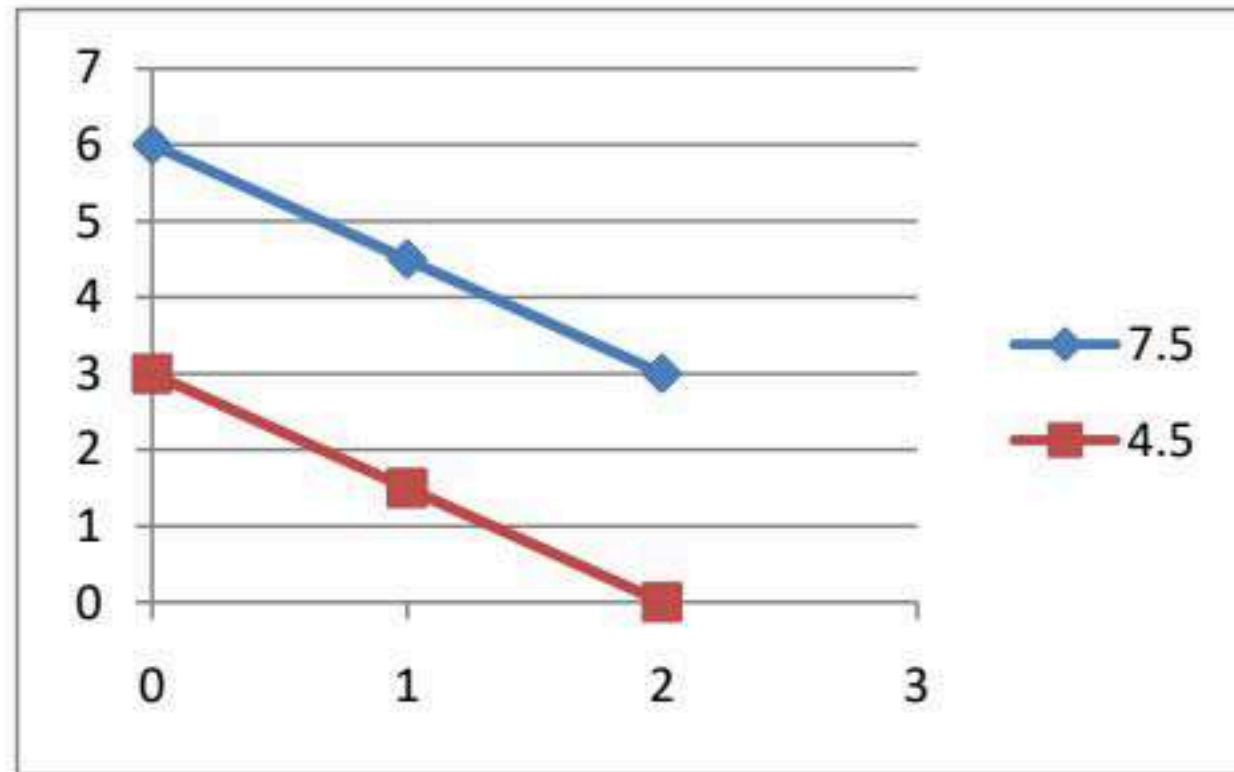
بما أن الخطين الممثلين للمعادلتين متقاطعين في نقطة إذاً النظام متسق ومستقل.

$$(٢) \quad ٣ + ٢س = ص$$

$$٣ - ٢س = ص$$

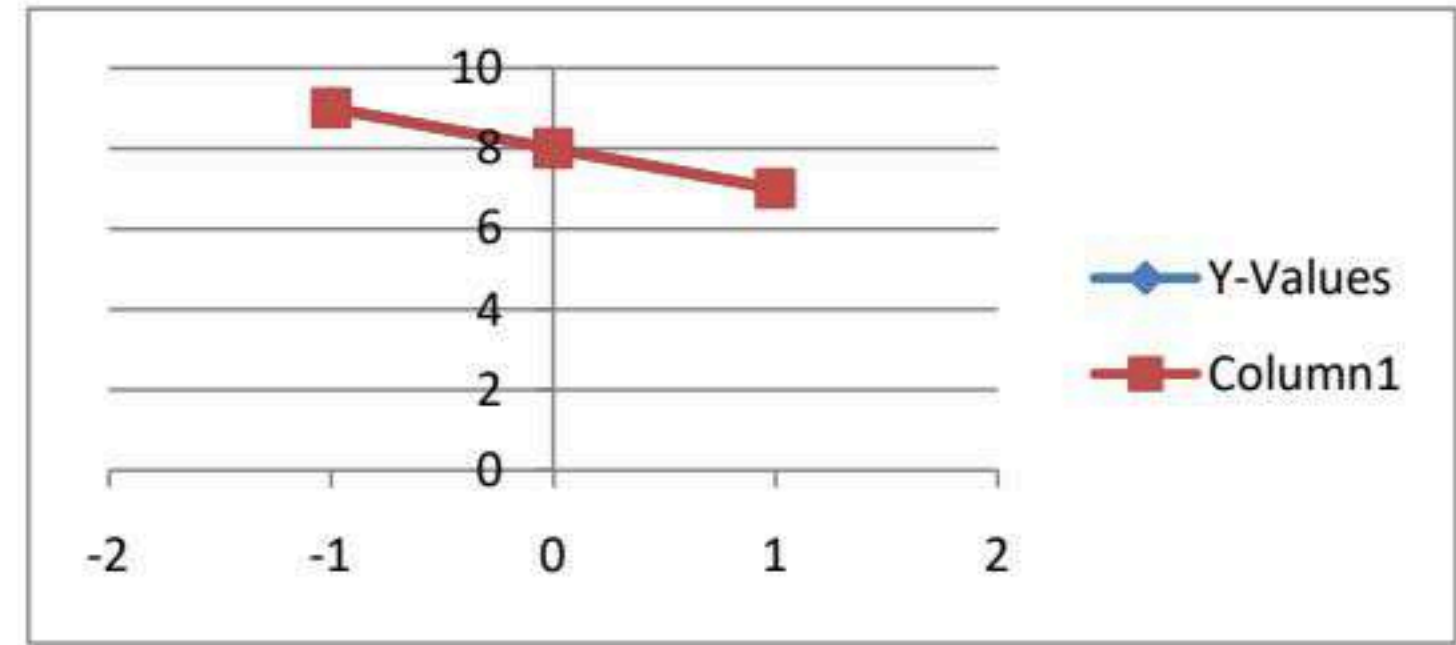
بما أن الخطين الممثلين للمعادلتين متوازيين إذاً النظام غير متسق.

$$\begin{aligned} (٧) \quad ١٢ &= ٢ص + ٣س \\ ٦ &= ٢ص + ٣س \end{aligned}$$



لا يوجد حل غير متسق

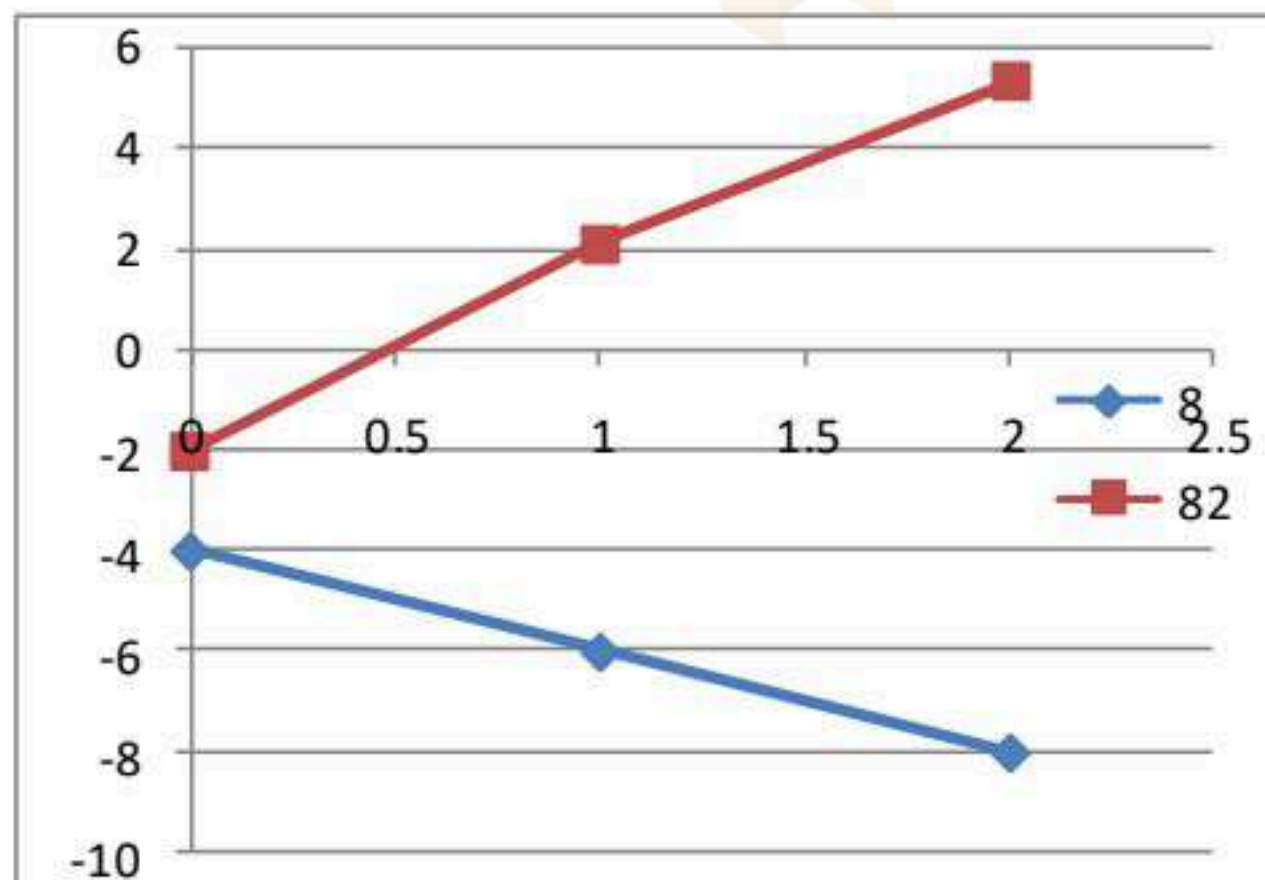
$$\begin{aligned} (٥) \quad ٨ &= ص + ٣س \\ ٢٤ &= ٣ص + ٣س \end{aligned}$$



لها عدد لانها من الحلول

متسق وغير مستقل

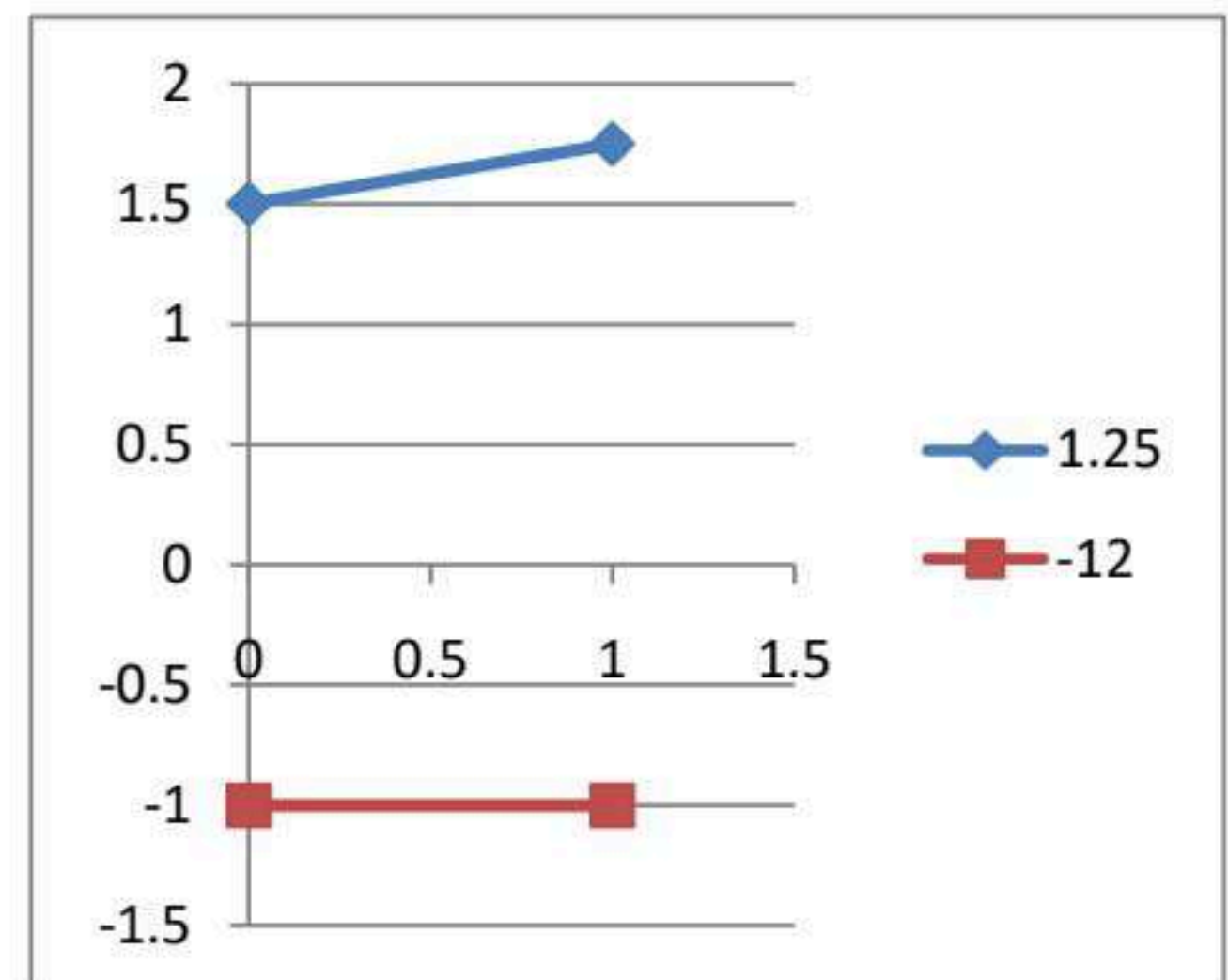
$$\begin{aligned} (٨) \quad ٤- &= ص + ٢س \\ ٦- &= ٣ص + ٥س \end{aligned}$$



لها حل واحد وهو (٨ ، ٦-)

متسق ومستقل

$$\begin{aligned} (٦) \quad ٦- &= ص - ٤س \\ ١- &= ص \end{aligned}$$



لا يوجد حل غير متسق

حلّ كلّاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض: (الدرس ٥-٢)

$$(٩) \text{ ص} = \text{س} + ٤$$

$$١٦ = \text{ص} + ٢\text{س}$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$\text{إذن } ١٦ = (٤ + \text{س}) + ٢\text{س}$$

$$١٦ = ٤ + \text{س} + ٢\text{س}$$

$$١٢ = ٣\text{س}$$

$$\text{س} = ٤$$

بالتعويض عن س

$$\text{إذن ص} = ٤ + ٤ = ٨$$

$$\text{ص} = ٨$$

حل النظام هو (٨ ، ٤)

$$(١٠) \text{ ص} = ٢\text{س} - ٣$$

$$٩ = \text{س} + \text{ص}$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$\text{إذن س} + (٢\text{س} - ٣) = ٩$$

$$\text{س} - ٢\text{س} + ٣ = ٩$$

$$- \text{س} = ٦$$

$$\text{س} = -٦$$

بالتعويض عن س

$$\text{إذن ص} = ٢(-٦) + ٣ = -٩$$

$$\text{ص} = -٩$$

حل النظام هو (-٩ ، -٦)



$$(١٢) \text{ ص} = -٤ \text{ س}$$

$$٦ \text{ س} - \text{ص} = ٣٠$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$٦ \text{ س} - (-٤ \text{ س}) = ٣٠$$

$$٦ \text{ س} + ٤ \text{ س} = ٣٠$$

$$١٠ \text{ س} = ٣٠$$

$$\text{س} = ٣$$

بالتعويض عن س في المعادلة الأولى

$$\text{ص} = -٤ \times ٣$$

$$\text{ص} = -١٢$$

حل النظام هو (٣ ، -١٢)

$$(١١) \text{ س} + \text{ص} = ٦$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٨$$

من المعادلة الثانية $\text{س} = \text{ص} + ٨$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$\text{إذن (ص} + ٨) + \text{ص} = ٦$$

$$\text{ص} + ٨ + \text{ص} = ٦$$

$$٢ \text{ ص} = -٢$$

$$\text{ص} = -١$$

بالتعويض عن ص

$$\text{إذن س} = ٨ + (-١) = ٧$$

$$\text{س} = ٧$$

حل النظام هو (٧ ، -١)

١١١' **حديثه الحيوان:** الجدول الآتي يبين، بحلقة دخول عائلتين لحديقة الحيوان في إحدى المدن. (الدرسان ٢-٥، ٣-٥)

العائلة	المجموعة	التكلفة الإجمالية
أ	٤ كبار وطفلان	١٨٤ ريالاً
ب	٤ كبار و٣ أطفال	٢٠٠ ريال

(أ) عرّف المتغيرات التي تمثل ثمن التذكرة للكبار و ثمن التذكرة للأطفال.

افرض س هي ثمن تذكرة الكبار

، ص ثمن تذكرة الأطفال

(ب) اكتب نظاماً من معادلتين لإيجاد ثمن كل من تذكرتي الكبار والأطفال.

$$١٨٤ = ٢ص + ٤س$$

$$٢٠٠ = ٣ص + ٤س$$

(ج) حل النظام، ووضح ماذا يعني الحل.

ب طرح المعادلتين $١٦ = ص$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$١٨٤ = ٣٢ + ٤س$$

$$٧٦ = س$$

يعني أن ثمن تذكرة الكبار ٧٦ ريال

و ثمن تذكرة الأطفال ١٦ ريال

١٤ (اختيار من متعدد): تريد أسماء شراء ١٢ قطعة من الشوكولاتة والمصاص؛ إذا كان مع أسماء ١٦ ريالاً، وكان ثمن قطعة الشوكولاتة ريالين، و ثمن قطعة المصاص ريالاً، فكم قطعة من كل نوع ستشتري؟ (الدرسان ٢-٥، ٣-٥)

(أ) ٦ قطع شوكولاتة، ٦ قطع مصاص.

(ب) ٤ قطع شوكولاتة، ٨ قطع مصاص.

(ج) ٧ قطع شوكولاتة، ٥ قطع مصاص.

(د) ٣ قطع شوكولاتة، ٩ قطع مصاص.

حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً طريقة الحذف: (الدرس ٣-٥)

$$(١٥) س + ص = ٩$$

$$س - ص = ٣$$

ب جمع المعادلتين

$$٢س = ٦$$

$$س = ٣$$

بالتعويض عن س في المعادلة الأولى

$$٩ = ٣ + ص$$

$$٦ = ص$$

حل النظام هو (٣ ، ٦)

$$(١٦) \text{ س} + ٣\text{ص} = ١١$$

$$\text{س} + ٧\text{ص} = ١٩$$

ب طرح المعادلة الاولى من المعادلة الثانية

$$٨ = ٤\text{ص}$$

$$\text{ص} = ٢$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الاولى

$$\text{س} + ٦ = ١١$$

$$\text{س} = ٥$$

حل النظام هو (٢ ، ٥)

$$(١٧) \text{ س} - ٤\text{ص} = -٦$$

$$٣\text{س} + ٤\text{ص} = ١٠$$

بقسمة المعادلة الاولى على ٣

$$٣\text{س} - ٨\text{ص} = -٢ \quad \leftarrow ٣$$

ب طرح المعادلة ٣ من المعادلة ٢

$$١٢\text{ص} = ١٢$$

$$\text{ص} = ١$$

بالتعويض عن ص في المعادلة ٢

$$٣\text{س} + ٤ \times ١ = ١٠$$

$$٣\text{س} = ٦$$

$$\text{س} = ٢$$

حل النظام هو (٢ ، ١)



$$١٨ - (٥س + ٢ص) = ١١$$

$$٥س - ٧ص = ١$$

بجمع المعادلتين

$$-٥ص = -١٠$$

$$ص = ٢$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$٥س - ٧ \times ٢ = ١$$

$$٥س = ١٥$$

$$س = ٣$$

حل النظام هو (٣ ، ٢)





حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

لماذا؟

تحقق من فهمك



$$(أ) \quad ١٣ = ٩ر + ك$$

$$٤- = ٣ر + ٢ك$$

$$(أ١) \quad ١٠ = ٢ص - ٦س$$

$$١٩- = ٣س - ٧ص$$

اضرب المعادلة الثانية في -٣

$$-٣(١٣ = ٩ر + ك) \Rightarrow -٣٩ر - ٣ك = -٣٩$$

$$١٣ = ٩ر + ك$$

$$-٣٩ر - ٣ك = -٣٩$$

$$ك = -٥$$

عوض عن ك في إحدى المعادلات

$$١٣ = ٩ر + (-٥)$$

$$١٨ = ٩ر$$

$$٢ = ر$$

الحل هو: (٢، -٥)

اضرب المعادلة الثانية في -٢

$$-٢(١٠ = ٢ص - ٦س) \Rightarrow -٢٠ = ٢ص - ١٢س$$

$$١٠ = ٢ص - ٦س$$

$$-٢٠ = ٢ص - ١٢س$$

$$ص = ٤$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$١٠ = ٢(٤) - ٦س$$

$$١٠ = ٨ - ٦س$$

$$١٨ = ٦س$$

$$٣ = س$$

الحل هو: (٣، ٤)

أحيانًا نحتاج إلى ضرب كل معادلة في عدد مختلف لحل نظام المعادلتين.

مثال ٢ ضرب كلتا المعادلتين لحذف أحد المتغيرين

حل النظام الآتي مستعملًا الحذف:

$$٤س + ٢ص = ٨$$

$$٣س + ٣ص = ٩$$

الطريقة ١: حذف المتغير س.

$$٤س + ٢ص = ٨$$

$$٣س + ٣ص = ٩$$

اضرب بـ ٣
اضرب بـ ٤

$$١٢س + ٦ص = ٢٤$$

$$١٢س - ١٢ص = ٣٦ \quad (+)$$

اجمع

$$١٢س - ٦ص = ١٢$$

تم حذف المتغير س

$$\frac{١٢س}{٦} = \frac{٦ص}{٦}$$

اقسم كلا الطرفين على ٦

$$٢ = ص$$

بسط

الآن عوض عن ص بـ ٢ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة س.

المعادلة الثانية

$$٣س + ٣ص = ٩$$

عوض عن ص بـ ٢

$$٩ = ٣(٢) + ٣س$$

بسط

$$٩ = ٦ + ٣س$$

اطرح ٦ من كلا الطرفين

$$٣ = ٣س$$

اقسم كل طرف على ٣

$$\frac{٣}{٣} = \frac{٣س}{٣}$$

الحل (٢، ١)

$$١ = س$$

الطريقة ٢: حذف المتغير ص.

$$٤س + ٢ص = ٨$$

$$٣س + ٣ص = ٩$$

اضرب بـ ٣
اضرب بـ ٢

$$١٢س + ٦ص = ٢٤$$

$$١٨س - ٦ص = ١٨ \quad (+)$$

تم حذف المتغير ص

$$١٨س = ٤٢$$

اقسم كلا الطرفين على ١٨

$$\frac{١٨س}{١٨} = \frac{٤٢}{١٨}$$

بسط

$$١ = س$$

والآن عوض عن س بـ ١ بإحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

المعادلة الثانية

$$٣س + ٣ص = ٩$$

عوض عن س بـ ١

$$٩ = ٣(١) + ٣ص$$

بسط

$$٩ = ٣ + ٣ص$$

اطرح ٣ من كلا الطرفين، ثم بسط

$$٦ = ٣ص$$

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$\frac{٦}{٣} = \frac{٣ص}{٣}$$

بسط

$$٢ = ص$$

الحل هو (٢، ١) ويتطابق مع الحل الذي حصلنا عليه بالطريقة الأولى.

تحقق: عوض عن س بـ (١)، وعن ص بـ ٢ في المعادلة الأولى

المعادلة الأصلية

$$٨ = ٤س + ٢ص$$

عوض عن (س، ص) بـ (٢، ١).

$$٨ \stackrel{?}{=} ٤(٢) + ٢(١)$$

اضرب

$$٨ \stackrel{?}{=} ٨ + ٢$$

اجمع

$$٨ = ٨$$

$$١٢ (أ٢) ٥س - ٣ص = ٦$$

$$٢س + ٥ص = ١٠ -$$

اضرب المعادلة الأولى في ٢
والثانية في ٥

$$١٢ ١٠س - ٦ص = ١٢$$

$$١٠س + ٢٥ص = ٥٠ - اطرح المعادلتين$$

$$٦٢ = ٣١ص -$$

$$٢ - = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٦ = ٥س - (٢ -) ٣$$

$$٠ = ٥س$$

$$٠ = س$$

الحل هو: (٠، ٢ -)

$$٢ (ب٢) ٦أ + ٢ب = ٢$$

$$٨ = ٤أ + ٣ب$$

اضرب المعادلة الأولى في ٣
والثانية في ٢

$$٦ ١١٨أ + ٦ب = ٦$$

$$١٦ ١٨أ + ٦ب = ١٦ اطرح المعادلتين$$

$$١٠ - = ١١٠أ$$

$$١ - = أ$$

عوض عن أ في إحدى المعادلات

$$٢ = ٦(١ -) + ٢ب$$

$$٨ = ٢ب$$

$$٤ = ب$$

الحل هو: (٤، ١ -)

(٣) **زورق:** يقطع زورق ٤ أميال في الساعة في اتجاه التيار، ويستغرق في رحلة العودة ١,٥ ساعة، أوجد معدل سرعة القارب في المياه الساكنة.

افترض أن س معدل سرعة الزورق، ص سرعة التيار

$$س + ص = ٤ \quad \leftarrow \quad ١,٥س + ١,٥ص = ٦$$

$$(س - ص) = ١,٥ \quad \leftarrow \quad ١,٥س - ١,٥ص = ٤$$

$$٣س = ١٠$$

$$س = ٣,٣$$

معدل سرعة الزورق = ٣,٣ ميل / ساعة.



المثالان ١، ٢ حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا الحذف:

$$(١) \quad ٢س - ص = ٤$$

$$٧س + ٣ص = ٢٧$$

اضرب المعادلة الأولى في ٣

$$٦س - ٣ص = ١٢$$

$$٧س + ٣ص = ٢٧ \quad \text{اجمع المعادلتين}$$

$$١٣س = ٣٩$$

$$س = ٣$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٢(٣) - ص = ٤$$

$$ص = ٢$$

الحل هو: (٣، ٢)

$$(٢) \quad ٢س + ٧ص = ١$$

$$س + ٥ص = ٢$$

اضرب المعادلة الثانية في ٢

$$٢س + ١٠ص = ٤$$

$$٢س + ٧ص = ١ \quad \text{اطرح المعادلتين}$$

$$٣ص = ٣$$

$$ص = ١$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٢س + ٧(١) = ١$$

$$٢س = ٦$$

$$س = ٣$$

الحل هو: (٣، ١)



$$(٣) \quad ٤س + ٢ص = -١٤$$

$$٥س + ٣ص = -١٧$$

اضرب المعادلة الأولى في ٣ والثانية في ٢

$$١٢س + ٦ص = -٤٢$$

اطرح المعادلتين

$$١٠س + ٦ص = -٣٤$$

$$٢س = -٨$$

$$س = -٤$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٤(-٤) + ٢ص = -١٤$$

$$٢ص = ٢$$

$$ص = ١$$

الحل هو: $(-٤, ١)$



مثال ٣ (٤) صيد: يقطع قارب صيد مسافة ١٠ أميال في ٣٠ دقيقة في اتجاه مجرى النهر، إلا أنه يقطع المسافة نفسها في رحلة العودة في ٤٠ دقيقة، أوجد معدل سرعته في المياه الساكنة بوحدة ميل / ساعة.

افترض أن سرعة القارب س ، ومعدل سرعة النهر ص

$$(س + ص) ٣٠ = ١٠ \quad \leftarrow \quad ٣٠س + ٣٠ص = ١٠$$

$$(س - ص) ٤٠ = ١٠ \quad \leftarrow \quad ٤٠س - ٤٠ص = ١٠$$

اضرب المعادلة الأولى في ٤ والثانية في ٣

$$١٢٠س + ١٢٠ص = ٤٠$$

$$١٢٠س - ١٢٠ص = ٣٠$$

$$٢٤٠س = ٧٠$$

$$س = ٠,٢٩١$$

معدل سرعة القارب ٠,٢٩١ × ٦٠ = ١٧,٥ ميلاً / ساعة.



المثالان ١، ٢ حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٥) \quad \begin{cases} ٢ = س + ص \\ ١٥ = ٣س - ٤ص \end{cases}$$

$$١٥ = ٣س - ٤ص$$

$$٢ = س + ص$$

$$\times ٣$$

←

$$٦ = ٣س + ٣ص$$

$$١٥ = ٣س - ٤ص$$

←

$$١٥ = ٣س - ٤ص$$

$$٢١ = ٧ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٣ = ص$$

$$٢ = ٣ + ص$$

$$١ = ص$$

الحل هو: (٣، ١)

$$(٦) \quad \begin{cases} ٨ = ص - س \\ ١٦ = ٧س + ٥ص \end{cases}$$

$$١٦ = ٧س + ٥ص$$

$$٨ = ص - س$$

$$\times ٥$$

←

$$٤٠ = ٥ص - ٥س$$

$$١٦ = ٧س + ٥ص$$

$$١٦ = ٧س + ٥ص$$

$$٢٤ = ١٢س$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٢ = ص$$

$$٨ = ٢ - ص$$

$$٦ = ص$$

الحل هو: (٦، ٢)



$$(7) \quad 6س + ص = 39$$

$$3س + 2ص = 15$$

$$6س + 2ص = 39 \quad \leftarrow \quad 2 \times \quad 3س + 2ص = 15$$

$$3س + 2ص = 15$$

$$3س + 2ص = 15$$

$$9س = 63$$

$$س = 7$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$6(7 - ص) + ص = 39$$

$$ص = 3$$

الحل هو: $(7, 3)$

$$(8) \quad 2س + 5ص = 11$$

$$4س + 3ص = 1$$

$$2س + 5ص = 11 \quad \leftarrow \quad 2 \times \quad 4س + 3ص = 1$$

$$4س + 3ص = 1$$

$$4س + 3ص = 1$$

$$7ص = 21$$

$$ص = 3$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$2س + 5(3) = 11$$

$$2س = 4$$

$$س = 2$$

الحل هو: $(2, 3)$



$$(9) \quad 29 = 3س + 4ص$$

$$43 = 6س + 5ص$$

$$174 = 18س + 24ص \quad \leftarrow 6 \times 29 = 3س + 4ص$$

$$129 = 18س + 15ص \quad \leftarrow 3 \times 43 = 6س + 5ص$$

$$45 = 9ص$$

$$5 = ص$$

$$29 = 3س + (5)4$$

$$9 = 3س$$

$$3 = س$$

الحل هو: (3، 5)

$$(10) \quad 80 = 4س + 7ص$$

$$58 = 3س + 5ص$$

$$240 = 12س + 21ص \quad \leftarrow 3 \times 80 = 4س + 7ص$$

$$232 = 12س + 20ص \quad \leftarrow 4 \times 58 = 3س + 5ص$$

$$8 = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$80 = 4س + (8)7$$

$$24 = 4س$$

$$6 = س$$

الحل هو: (6، 8)



$$(11) \quad 12س - 3ص = 3$$

$$6س + 1ص = 1$$

$$12س - 3ص = 3$$

$$12س - 3ص = 3$$

$$18س + 3ص = 3$$

$$\leftarrow 3 \times$$

$$6س + 1ص = 1$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$0 = 3س$$

$$ص = 1$$

$$0 = س$$

الحل هو: (1, 0)

$$(12) \quad 4س + 2ص = 0$$

$$10س + 3ص = 8$$

$$0 = 4س + 2ص$$

$$\leftarrow 10 \times$$

$$0 = 4س + 2ص$$

$$32 = 12س + 4ص$$

$$\leftarrow 4 \times$$

$$8 = 3س + 1ص$$

$$32 = 32ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$0 = 4س + 2(1)$$

$$ص = 1$$

$$-4س = 2$$

$$س = -0.5$$

الحل: (1, 0, 5)



(١٣) **نظرية الأعداد:** ما العددين اللذان سبعة أمثال أحدهما زائد ثلاثة أمثال الآخر يساوي سالب واحد، ومجموعهما يساوي سالب ثلاثة؟

افترض العددين س، ص

$$٧س + ٣ص = -١$$

$$٧س + ٣ص = -١$$

$$٣س + ٣ص = -٩$$

$$س + ص = -٣ \quad \times ٣ \quad \leftarrow$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٢ + ص = -٣$$

$$ص = -٥$$

الحل هو: (٢، -٥)

$$٤س = ٨$$

$$س = ٢$$

(١٤) **كرة قدم:** سجّل أحد لاعبي كرة القدم (١٢) هدفاً في الدوري الممتاز. فإذا علمت أن ضعف عدد الأهداف التي سجلها في مرحلة الذهاب تزيد على ثلاثة أمثال أهدافه في مرحلة الإياب بـ ٤، فما عدد أهدافه في كل من مرحلتَي الذهاب والإياب؟

عدد أهداف الذهاب س وعدد أهداف الإياب ص

$$٣س + ٣ص = ٣٦$$

$$س + ص = ١٢ \quad \times ٣ \quad \leftarrow$$

$$٢س - ٣ص = ٤$$

$$٢س - ٣ص = ٤ \quad \leftarrow$$

$$٥س = ٤٠$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٨ + ص = ١٢$$

$$ص = ٤$$

$$س = ٨$$

عدد أهداف الذهاب = ٨ أهداف.

عدد أهداف الإياب = ٤ أهداف.



حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(١٥) \quad -٠,٤س + ٠,٢٥ص = -٢,١٧٥$$

$$٢س + ص = ٧,٥$$

$$-١,٦س + ص = -٨,٧ \quad \text{بالقسمة على } ٠,٢٥$$

$$٢س + ص = ٧,٥$$

$$-١٦,٢س = -٣,٦$$

$$س = ٤,٥$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٢(٤,٥) + ص = ٧,٥$$

$$ص = -١,٥$$

الحل هو: $(٤,٥, -١,٥)$



$$(١٦) \quad ٢\frac{٣}{٤} = ص٤ + س\frac{١}{٤}$$

$$٩\frac{١}{٤} = ص\frac{١}{٢} + س٣$$

$$٢\frac{٣}{٤} = ص٤ + س\frac{١}{٤} \quad \times ٤ \quad \leftarrow \quad س + ١٦ص = ١١$$

$$٩\frac{١}{٤} = ص\frac{١}{٢} + س٣ \quad \times ٤ \quad \leftarrow \quad ٣س + ٢ص = ٣٧$$

اضرب المعادلة الثانية في ٨

$$س + ١٦ص = ١١$$

$$٩٦س + ١٦٦ص = ٢٩٦ \quad \text{طرح المعادلتين}$$

$$٩٥س = ٢٨٥$$

$$س = ٣$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٩\frac{١}{٤} = ص\frac{١}{٢} + س٣$$

$$٩\frac{١}{٤} = ص\frac{١}{٢} + ٣ \times ٣$$

$$\frac{١}{٤} = ص\frac{١}{٢}$$

$$ص = \frac{١}{٢}$$

الحل هو: $(٣, \frac{١}{٢})$



(١٧) **هندسة:** إذا علمت أن التمثيل البياني للمعادلتين $س + ٢ص = ٦$ ، $٢س + ص = ٩$ يشتمل على ضلعين من أضلاع مثلث، وأن نقطة تقاطع المستقيمين هي رأس المثلث، فأجب عن الأسئلة الآتية:

(أ) ما إحداثيات رأس المثلث؟

رأس المثلث هي نقطة التقاطع أي حل المعادلتين

$$س + ٢ص = ٦ \quad \leftarrow$$

$$٢س + ص = ٩ \quad \leftarrow \quad ٢ \times$$

$$\underline{٤س + ٢ص = ١٨}$$

$$-٣س = -١٢$$

$$س = ٤$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

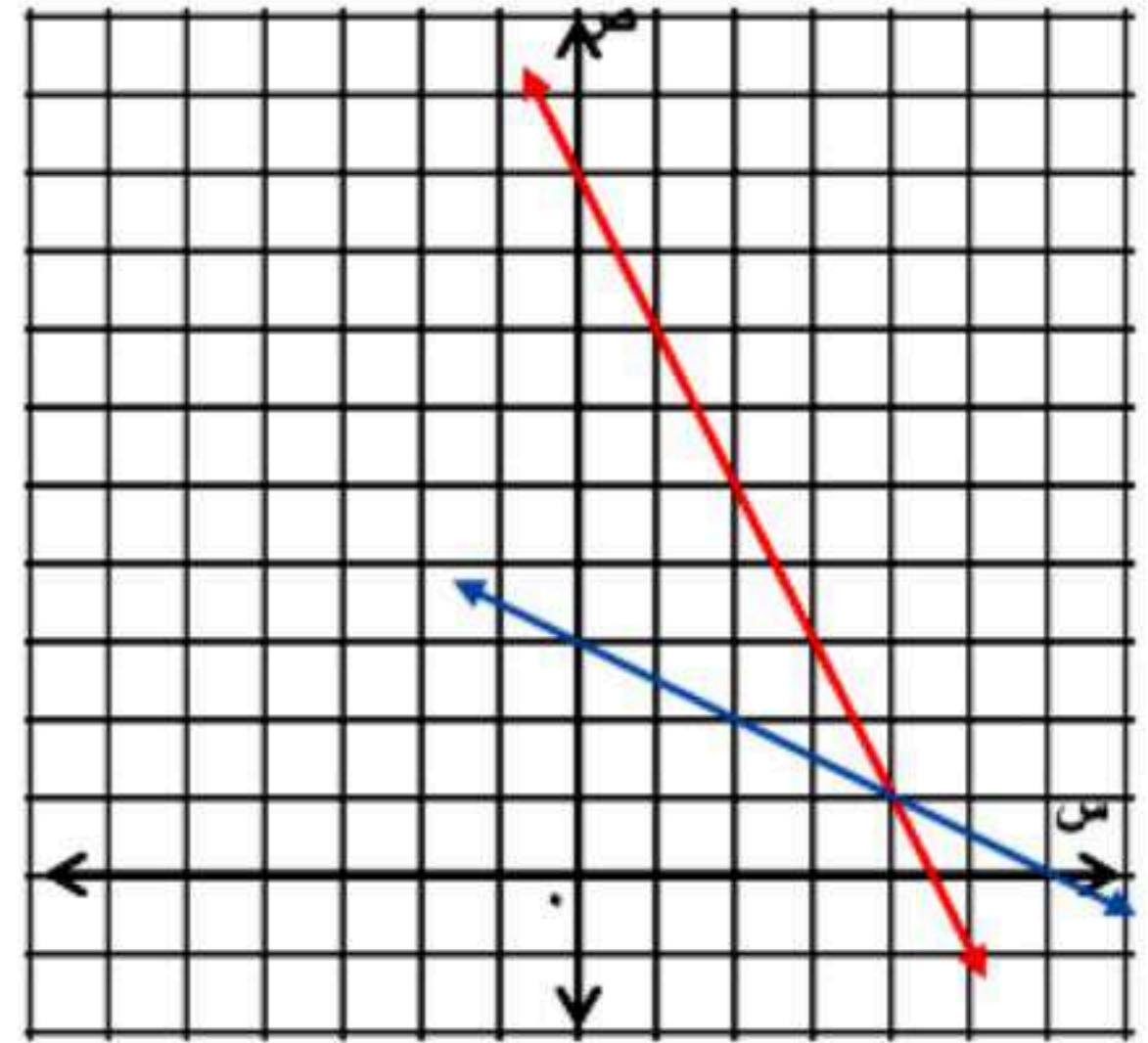
$$٩ = ص + (٤)٢$$

$$ص = ١$$

$$\text{رأس المثلث} = (٤, ١)$$



ب) ارسم هذين المستقيمين، وعين رأس المثلث.



$$س + ٢ص = ٦$$

$$٣ = ص$$

$$٠ = س$$

إذن النقطة (٣ ، ٠)

$$٦ = س$$

$$٠ = ص$$

إذن النقطة (٠ ، ٦)

$$٩ = س + ٢ص$$

$$٩ = ص$$

$$٠ = س$$

إذن النقطة (٩ ، ٠)

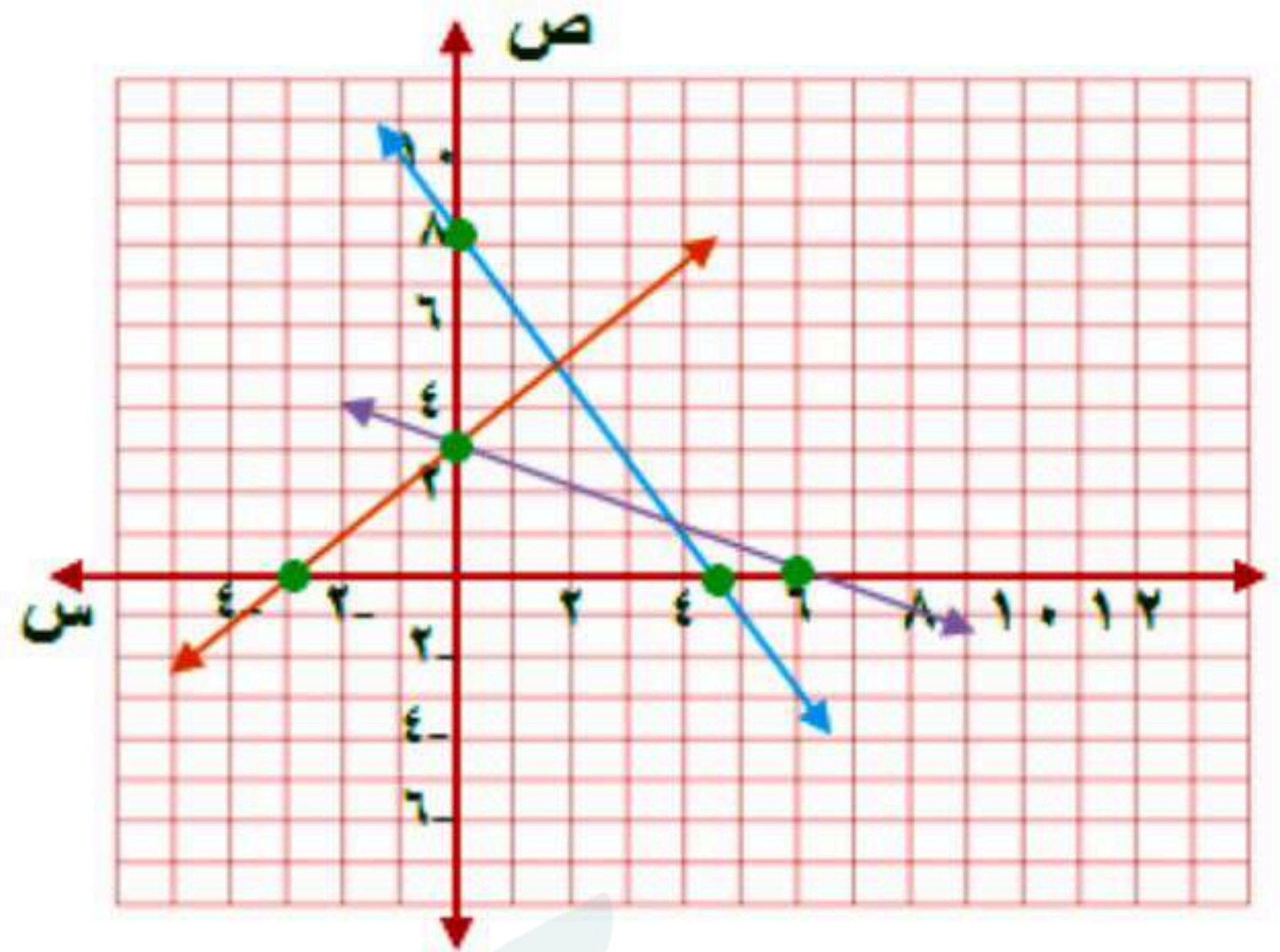
$$٤, ٥ = س$$

$$٠ = ص$$

إذن النقطة (٠ ، ٤, ٥)



(ج) إذا كان التمثيل البياني للمعادلة $s - v = 3$ يشمل الضلع الثالث للمثلث، فارسم هذا المستقيم على الشكل نفسه.



$$s - v = 3$$

$$\text{عند } s = 0$$

$$v = 3$$

إذن النقطة $(3, 0)$

$$\text{عند } v = 0$$

$$s = 3$$

إذن النقطة $(0, 3)$

(د) أوجد إحداثيات الرأسين الآخرين للمثلث.

الرأسين الآخرين للمثلث $(3, 0)$ ، $(0, 2)$ ، $(5, 0)$.



(١٨) **اختبارات:** اكتشف معلم أنه عكس درجة أحد طلابه في أثناء رصدها مما أخر ترتيبه بين الأوائل، فأخبر الطالب وبيّن له أن مجموع رقمي درجته يساوي ١٤، والفارق بين درجتيه الحالية والصحيحة ٣٦ درجة. وطلب إليه أن يعرف درجته الصحيحة وسوف يكافئه. فما الدرجة الصحيحة؟

درجته الصحيحة = ٩٥ درجة.

(١٩) **تبرير:** وضح كيف يمكنك تعريف نظام المعادلتين الخطيتين الذي له عدد لا نهائي من الحلول.

عندما تكون إحدى المعادلتين مضاعفة للأخرى.

(٢٠) **اكتشف الخطأ:** حلّ كل من سعيد وحسين نظامًا من معادلتين، فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

حسين	سعيد
$11 = 7 + 2r$	$11 = 7 + 2r$
$7 - = 9 - r \quad (-)$	$7 - = 9 - r$
$18 = r$	$11 = 7 + 2r$
$11 = 7 + 2r$	$14 - = 18 - 2r \quad (-)$
$11 = 7 + (18)2$	$25 = 25$
$11 = 7 + 36$	$1 = r$
$25 - = 7$	$11 = 7 + 2r$
$\frac{25}{7} - = \frac{7}{7}$	$11 = (1)7 + 2r$
$3,6 - = r$	$11 = 7 + 2r$
الحل (١٨، ٣,٦-)	$4 = 2r$
	$\frac{4}{2} = \frac{2r}{2}$
	$2 = r$
	الحل (١، ٢)

سعيد، لأنه حذف المتغير r بضرب المعادلة الثانية $\times 2$ ثم طرح. أما حسين فلم

ي طرح المعادلتين بصورة صحيحة.

(٢١) **مسألة مفتوحة:** اكتب نظامًا من معادلتين يمكن حله بضرب إحدى معادلتيه في -٣، ثم جمع المعادلتين معًا.

$$٢س - ص = ٨ \quad \times \quad ٣- \quad \leftarrow \quad ٦س + ٣ص = ٢٤-$$

$$٩ = ٣ص - س \quad \leftarrow \quad \underline{٩ = ٣ص - س}$$

$$١٥- = ٥س -$$

$$٣ = س$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٩ = ٣ - ٣ص$$

$$٦ = ٣ص -$$

$$٢ = ص -$$

الحل هو: (٣، -٢)



(٢٢) **تحذّر:** إذا كان حل النظام: $٤س + ٥ص = ٢$ ، $٦س - ٢ص = ٢$ هو $(٣، أ)$ ، فأوجد قيمة كل من: أ، ب موضحًا خطوات الحل التي استعملتها.

التعويض عن س و ص بالنقطة (٣، أ)

$$٤س + ٥ص = ٢$$

$$٢ = ١٢ + ٥أ$$

$$١٠ - = ٥أ$$

$$٢ - = أ$$

بالتعويض عن

$$٦س - ٢ص = ب$$

$$١٨ - ٢ \times ٢ - = ب$$

$$١٨ + ٤ = ب$$

$$٢٢ = ب$$

(٢٣) **اكتب:** وضح كيف تحدّد المتغير الذي ينبغي حذفه باستعمال الضرب.

حدد المتغير الذي يكون إشارته مختلفة ويمكن أن يتساوي معاملة في

المعادلتين بضرب أحد المعادلتين في عدد معين بحيث يمكن حذفه بجمع

المعادلتين.



(٢٤) ما الزوج المرتب الذي يمثل حل النظام الآتي؟

$$2س - 3ص = 9$$

$$-س + 3ص = 6$$

$$(أ) (3, 3)$$

$$(ب) (3, -3)$$

$$(ج) (-3, 1)$$

$$(د) (1, -3)$$

$$2س - 3ص = 9$$

$$-س + 3ص = 6$$

$$س = 3$$

$$3 + 3ص = 6$$

$$3ص = 3$$

$$ص = 1$$

(٢٥) احتمال: يبين الجدول أدناه نتائج رمي مكعب أرقام. فما الاحتمال التجريبي لظهور العدد ٣؟

النتائج	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤	٨	٢	٠	٥	١

$$(أ) \frac{2}{3} \quad (ب) \frac{1}{3} \quad (ج) \frac{2}{5} \quad (د) \frac{1}{5}$$

$$\text{الإجابة (ب) } \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

مراجعة تراكمية

حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٣)

$$(٢٦) 6ق + هـ = 7$$

$$6ق + 3هـ = 9$$

$$6ق + هـ = 7$$

$$6ق + 3هـ = 9$$

$$2هـ = 2$$

$$هـ = 1$$

عوض عن هـ في إحدى المعادلات

$$6ق + 3(1) = 9$$

$$6ق = 6$$

$$ق = 1$$

الحل هو: $(1, 1)$

اطرح المعادلتين

$$2هـ = 2$$

$$هـ = 1$$

عوض عن هـ في إحدى المعادلات

$$6ق + 3(1) = 9$$

$$6ق = 6$$

$$ق = 1$$

الحل هو: $(1, 1)$



$$(٢٧) \quad ٩ - = ٣ك + ٥س$$

$$٣س + ٣ك = -٣$$

$$٩ - = ٣ك + ٥س$$

$$\underline{٣س + ٣ك = -٣}$$

$$٦ - = ٢س$$

$$٣ - = س$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٣ - = ٣ك + (٣ -) ٣$$

$$٦ = ٣ك$$

$$٢ = ك$$

الحل هو: $(٢, ٣-)$

$$(٢٨) \quad ٦ = ٢س - ٤ز$$

$$٣ - = ٤ز - س$$

$$٦ = ٢س - ٤ز$$

$$٣ - = ٤ز - س$$

$$٩ = س$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٦ = ٢(٩) - ٤ز$$

$$١٢ - = ٤ز -$$

$$٣ = ز$$

الحل هو: $(٣, ٩)$

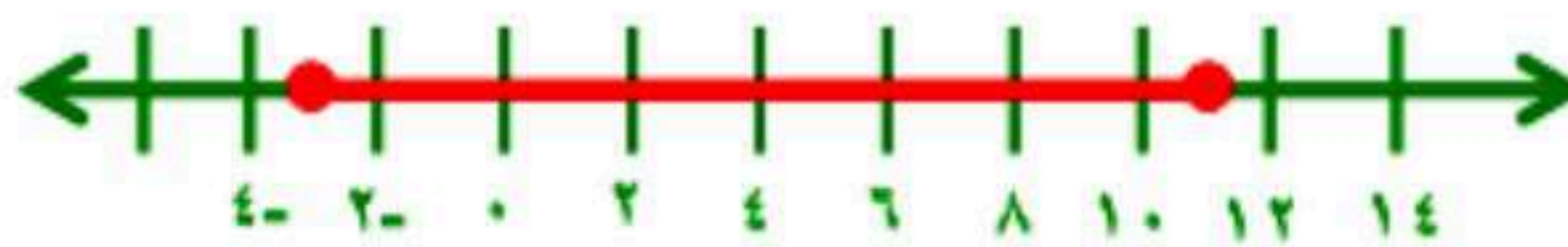


حلّ كل متباينة فيما يأتي، ومثل مجموعة حلها بيانياً: (مهارة سابقة)

$$(29) \quad 8 \geq |5 - m| \quad \text{أو} \quad m - 5 \leq -8$$

$$m \geq 13 \quad \text{أو} \quad m \leq -3$$

مجموعة الحل: $\{m \mid -3 \leq m \leq 13\}$



$$(30) \quad 5 > |11 + k| \quad \text{أو} \quad 5 > 11 + k$$

$$k > -6 \quad \text{أو} \quad k < -16$$

مجموعة الحل: $\{k \mid -16 < k < -6\}$



$$(31) \quad 11 < |9 + 2w| \quad \text{أو} \quad 11 < 9 + 2w$$

$$2w < 2 \quad \text{أو} \quad 2w > 20$$

$$w < 1 \quad \text{أو} \quad w > 10$$

مجموعة الحل: $\{w \mid w < 1 \text{ أو } w > 10\}$

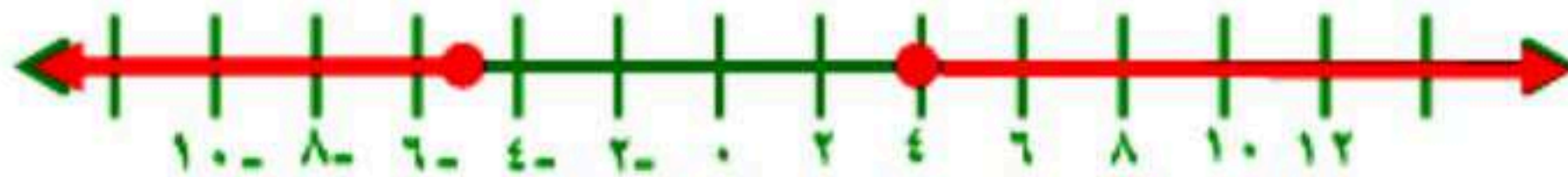


$$(32) \quad 9 \leq |1 + r^2| \quad 9 \leq 1 + r^2 \quad 9 - \geq 1 + r^2$$

$$8 \leq r^2 \quad 10 - \geq r^2$$

$$4 \leq r \quad 5 - \geq r$$

مجموعة الحل: $\{r | r \leq 4 \text{ أو } r \geq 5\}$



(33) إذا علمت أن د(س) = 3س - 1، فما قيمة د(-4)؟ (مهارة سابقة)

$$د(س) = 3س - 1$$

$$د(-4) = 3(-4) - 1$$

$$= -12 - 1 = -13$$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

اكتب الصيغة التي تعبر عن الجملة في كل مما يأتي:

(34) مساحة المثلث (م) تساوي نصف حاصل ضرب طول القاعدة (ل) في الارتفاع (ع).

$$م = \frac{1}{2} ل ع$$

(35) محيط الدائرة (مح) يساوي حاصل ضرب 2 في (ط) في نصف القطر (نق).

$$مح = 2 ط نق$$

(36) حجم المنشور القائم (ح) يساوي حاصل ضرب الطول (ل) في العرض (ع) في الارتفاع (أ).

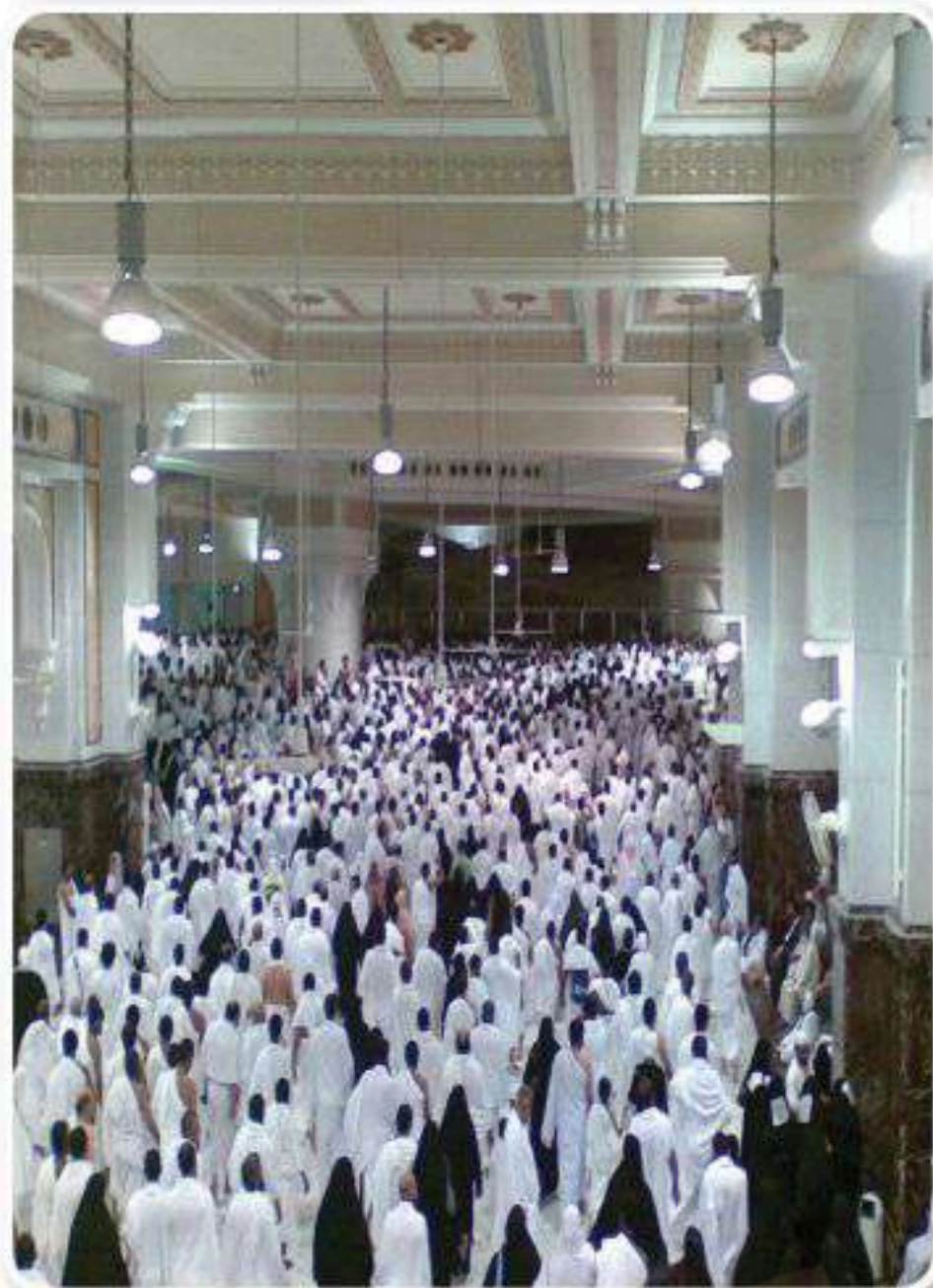
$$ح = ل ع أ$$





تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

لماذا؟



قطع أحمد في طوافه حول الكعبة وسعيه بين الصفا والمروة أثناء أدائه العمرة مسافة ٣١٠٠ مترًا تقريبًا، وكانت مسافة طوافه كاملة مساوية لمسافة أحد أشواط السعي.

يعبر عن المسافة التي قطعها أحمد في طوافه وسعيه بالمعادلة: $s + 3100$ ، ويعبر عن العلاقة بين مسافة الطواف ومسافة السعي بالمعادلة $s = \frac{1}{7} s$ حيث s تمثل مسافة السعي، s مسافة الطواف.

يمكنك حل هذا النظام لإيجاد المسافة التي قطعها في كل من السعي، والطواف.

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض أو بالحذف.

والآن

- أعدد أفضل الطرق لحل نظام من معادلتين.
- أحل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية.

تحديد أفضل طريقة: تعلمت سابقًا خمس طرائق لحل أنظمة المعادلات الخطية، والجدول أدناه يبين أفضل حالة لاستعمال كل منها.

مفهوم أساسي

حل نظام مكون من معادلتين خطيتين

مطوياتك

الطريقة	أفضل حالة لاستعمالها
التمثيل البياني	لتقدير الحلول؛ فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلًا دقيقًا.
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو -١.
الحذف باستعمال الجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوسًا جمعياً للآخر.
الحذف باستعمال الطرح	إذا كان معامل أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين.
الحذف باستعمال الضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات (١) أو (-١)، وليس من السهل التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما.

تعد طريقتا التعويض والحذف من الطرائق الجبرية لحل أنظمة المعادلات، والطريقة الجبرية عادةً تعدُّ أفضل الطرق للحصول على إجابة دقيقة. أما التمثيل البياني باستعمال التقنيات أو بدونها فمناسب لتقدير الحل.





$$(١١) \quad ٥س + ٧ص = ٢$$

$$٢-س + ٧ص = ٩$$

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معامل كل حد.

خط

بما أن معامل المتغيرين س، ص في المعادلتين ليس متساويين أو متعاكسين إذاً لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين لذا استعمل الحذف بالضرب.

حل

اضرب المعادلة الأولى في ٢

$$٦س - ٨ص = ٢٠$$

$$٥س + ٨ص = ٢$$

$$١١س = ٢٢$$

$$س = ٢$$

عوض عن س = ٢ في المعادلة الأولى

$$٥(٢) + ٨ص = ٢$$

$$٨ = ٨ص$$

$$ص = ١$$

الحل هو: (٢، ١)





١٠- = ٣س - ٤ص (ب)

٢- = ٥س + ٨ص

الحذف بالضرب ؛

(١، ٢-)



١ ج) س - ص = ٩

٧ س + ص = ٧

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملي كل حد.

خط

بما أحد معاملي ص في إحدى المعادلتين معكوساً جمعياً لمعاملها في المعادلة الأخرى إذا استعمل الحذف بالجمع.

حل

س - ص = ٩

٧ س + ص = ٧

٨ س = ١٦

س = ٢

عوض عن س في المعادلة الثانية

٧ = ص + (٢)٧

ص = ٧ -

الحل هو: (٢، ٧ -)





$$(د) \quad 5س - ص = 17$$

$$3س + 2ص = 5$$

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معامل كل حد.

افهم

بما أن معاملي المتغيرين س، ص في المعادلتين ليس متساويين أو متعاكسين إذاً لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيريين، بما أن معامل ص في المعادلة الأولى $= 1$ إذاً يمكن استعمال التعويض.

خطط

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = 5س - 17$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$3س + 2(5س - 17) = 5$$

$$3س + 10س - 34 = 5$$

$$13س = 39$$

$$س = 3$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$ص = 5(3) - 17 = 2$$

الحل هو: $(3, 2)$

حل



(٢) **تطوع:** تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع؛ اكتب نظامًا من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوع يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساويًا.

افتراض أن عدد الساعات ص وعدد الأسابيع س

$$\text{ص} = ٣\text{س} + ٥٠$$

$$\text{ص} = ٥\text{س}$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٥\text{س} = ٣\text{س} + ٥٠$$

$$٢\text{س} = ٥٠$$

$$\text{س} = ٢٥$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$\text{ص} = ٥\text{س}$$

$$\text{ص} = ٥ \times ٢٥ = ١٢٥$$

بعد ٢٥ أسبوع تتساوى عدد ساعات التطوع لكلاهما.



مثال ١ حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثمّ حلّه:

$$(١) \quad ٢س + ٣ص = ١١$$

$$٨س - ٥ص = ٩$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$٨س - ٥(٥ - ٢س) = ٩$$

$$٨س - ٢٥ + ١٠س = ٩$$

$$١٨س = ٣٤$$

الحل هو: (٢، ٥)

$$(٢) \quad ٣س + ٤ص = ١١$$

$$٢س + ص = ١$$

بما أن معامل ص في المعادلة الثانية واحد استعمل التعويض

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$ص = ١ - ٢س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٣س + ٤(١ - ٢س) = ١١$$

$$٣س - ٨س + ٤ = ١١$$

$$-٥س = ٧$$

$$س = -٣$$

عوض عن س بـ -٣ في المعادلة الثانية

$$ص = ١ - ٢(-٣)$$

$$ص = ٧$$

الحل هو: (-٣، ٧)

مثال ١ حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثمّ حلّه:

$$(٣) \quad \begin{cases} ٣س - ٤ص = ٥ \\ ٣س + ٢ص = ٣ \end{cases}$$

$$٣س + ٢ص = ٣$$

بما أن معاملي س في المعادلتين كلاهما معكوس للآخر اجمع المعادلتين

$$٢ص = ٢ -$$

$$ص = ١$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٣س - ٤(١) = ٥$$

$$٣س = ٩$$

$$س = ٣$$

الحل هو: $(٣, ١)$

$$(٤) \quad \begin{cases} ٣س + ٧ص = ٤ \\ ٥س - ٧ص = ١٢ \end{cases}$$

$$٥س - ٧ص = ١٢$$

بما أن معامل المتغير ص في إحدى المعادلتين معكوس للمعادلة الأخرى

إذاً اجمع المعادلتين

$$٨س = ٨$$

$$س = ١$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٣(١) + ٧ص = ٤$$

$$٧ص = ١$$

$$ص = ١$$

الحل هو: $(١, ١)$



مثال ٢ (٥) تسوق: اشترى عبدالله ٤ كراسات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالاً، واشترى عبدالرحمن كراسة وحقيبتين بمبلغ ٩٤ ريالاً.

(أ) اكتب نظاماً من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

افترض الكراسات س والحقائب ص

$$٤س + ٣ص = ١٨١$$

$$س + ٢ص = ٩٤$$

(ب) حدّد أفضل طريقة لحل هذا النظام.

بما أن معاملات المتغيرات ليس معكوسة ولا مساوية إذاً لا يصلح استخدام الجمع أو الطرح ولكن معامل س في المعادلة الثانية واحد إذاً استعمل التعويض.



(ج) حل النظام.

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ س

$$س = -٢ص + ٩٤$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٤(-٢ص + ٩٤) + ٣ص = ١٨١$$

$$-٨ص + ٣٧٦ + ٣ص = ١٨١$$

$$-٥ص = -١٩٥$$

$$ص = ٣٩$$

عوض عن ص في المعادلة

$$س = -٢(٣٩) + ٩٤$$

$$س = -٧٨ + ٩٤$$

$$س = ١٦$$

الحل هو: (١٦ ، ٣٩)

إذن ثمن الكراسة ١٦ ريالاً ، ثمن الحقيبة ٣٩ ريالاً.



مثال ١ حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

$$(٦) \quad \begin{cases} ٣س - ٤ص = ٥- \\ ٣س - ٦ص = ٥- \end{cases}$$

$$٣س - ٦ص = ٥-$$

بما أن معامل س في المعادلتين كلاهما معكوس الآخر إذاً اجمع المعادلتين

$$٣س - ٤ص = ٥-$$

$$\underline{٣س - ٦ص = ٥-}$$

$$١٠- = ١٠ص -$$

$$١ = ص$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٣س - ٤(١) = ٥-$$

$$س = -\frac{١}{٣}$$

الحل هو: $(١, -\frac{١}{٣})$



مثال ١ حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

$$(٧) \quad ٥س + ٨ص = ١$$

$$٢- = ٨ص + ٦-$$

بما أن معامل ص في المعادلتين متساوي

إذاً اطرح المعادلتين

$$٥س + ٨ص = ١$$

$$٢- = ٨ص + ٦-$$

$$٧س = ٧$$

$$س = ١$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٥(١) + ٨ص = ١$$

$$٨ص = ٤-$$

$$ص = -\frac{٤}{٨} = -\frac{١}{٢}$$

الحل هو: $(١, -\frac{١}{٢})$



مثال ١ حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

$$(٨) \text{ ص} + \text{ع} = ٣$$

$$\text{ص} = -\text{ع} - ١$$

بما أن المعادلة الثانية محلولة بالنسبة لـ ص

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$-٣\text{ع} - ١ + \text{ع} = ٣$$

$$-٣ = ١ -$$

ليس لها حل.

(٩) **سكان:** بلغ مجموع عدد سكان محافظتي خميس مشيط وبيشة (في أحد الأعوام) نحو ٧٢٠ ألفاً، فإذا علمت أن عدد سكان خميس مشيط يقل بمقدار ٨٠ ألفاً عن ثلاثة أمثال عدد سكان بيشة، فاكتب نظاماً من معادلتين وحله لإيجاد عدد سكان كل محافظة منهما.

افترض أن محافظة خميس مشيط س، محافظة بيشة ص

$$\leftarrow \text{س} + \text{ص} = ٧٢٠$$

$$\text{س} + \text{ص} = ٧٢٠$$

$$\leftarrow -\text{س} + ٣\text{ص} = ٨٠$$

$$٣\text{ص} - \text{س} = ٨٠$$

$$٨٠٠ = ٤\text{ص}$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$\text{ص} = ٢٠٠$$

$$\text{س} + ٢٠٠ = ٧٢٠$$

$$\text{س} = ٥٢٠$$

عدد سكان محافظة خميس مشيط = ٥٢٠ ألف.

عدد سكان محافظة بيشة = ٢٠٠ ألف.



(١٠) **آثار:** يبلغ مجموع مساحتي قصر ابن شعلان في القرية وقصر صاهود في الأحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع، أوجد مساحة كل قصر منهما.

افترض مساحة قصر ابن شعلان س ، مساحة قصر صاهود ص
 $س + ص = ١٣٠٠٠$

٢- س + ص = ٤٠٠٠ اطرح المعادلتين

$$٩٠٠٠ = س٣$$

$$س = ٣٠٠٠$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$١٣٠٠٠ = ص + ٣٠٠٠$$

$$ص = ١٠٠٠٠$$

مساحة قصر ابن شعلان = ٣٠٠٠ متر مربع.

مساحة قصر صاهود = ١٠٠٠٠ متر مربع.

(١١) تعرف نقطة التعادل بأنها النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع المصاريف، فإذا دفعت دار النشر ١٣٢٠٠ ريال لإعداد كتاب و ٢٥ ريالاً تكاليف طباعة النسخة الواحدة، فما عدد النسخ التي يتعين بيعها لتخطي نقطة التعادل، علماً أنها تباع النسخة الواحدة بمبلغ ٤٠ ريالاً؟ فسر إجابتك.

$$ص = ١٣٢٠٠ + ٢٥س$$

$$ص = ٤٠س$$

$$٤٠س = ١٣٢٠٠ + ٢٥س$$

$$١٣٢٠٠ = ١٥س$$

$$س = ٨٨٠$$

$$٨٨٠ \times ٤٠ = ٣٥٢٠٠ \text{ ريالاً.}$$

عدد النسخ اللازم بيعها لتخطي نقطة التعادل = ٨٨٠ نسخة.



المادة	الكتلة المعاد تدويرها (كجم)	
	صالح	محمد
البلاستيك	٩	٩
الورق	١١٥	٣٠

(١٢) **تدوير:** يقوم محمد وصالح بتجميع الورق والبلاستيك المستعمل وبيعه من أجل إعادة تدويره كما في الجدول المقابل، وحصل محمد على ٣٣ ريالاً، وصالح على ٥٠ ريالاً مقابل ذلك.

(أ) عين المتغيرات، واكتب نظاماً من معادلتين خطيتين لهذا الموقف.

افترض البلاستيك س والورق ص

$$٩س + ٣٠ص = ٣٣$$

$$٩س + ١١٥ص = ٥٠$$

(ب) ما سعر الكيلوجرام الواحد من البلاستيك؟

اطرح المعادلتين

$$-٨٥ص = -١٧$$

$$ص = ٠,٢$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٩س + ٣٠(٠,٢) = ٣٣$$

$$٩س = ٢٧$$

$$س = ٣$$

سعر كيلو البلاستيك = ٣ ريالاً.



(١٣) **مكتبات:** تقدم إحدى المكتبات عرضاً؛ فتبيع الكتاب ذا الغلاف المقوى والمجلد بـ ٤٠ ريالاً والكتاب غير المجلد بـ ٣٠ ريالاً، فإذا دفع عبد الحكيم ٢٩٠ ريالاً ثمنًا لـ ٨ كتب، فما عدد الكتب المجلدة التي اشتراها؟

افترض ان عدد الكتب المجلده س والغير مجلده ص

$$٤٠س + ٣٠ص = ٢٩٠$$

$$٨ = ص + س$$

حل المعادلة بالنسبة لـ ص

$$ص = ٨ - س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٤٠س + ٣٠(٨ - س) = ٢٩٠$$

$$٤٠س - ٣٠س + ٢٤٠ = ٢٩٠$$

$$١٠س = ٥٠$$

$$س = ٥$$

عدد الكتب المجلدة = ٥ كتب.



(١٤) **قيادة سيارات:** قاد فارس سيارته مسافة ٩٠ كيلومترًا، وكان معدل سرعة السيارة (ر) كلم في الساعة، وفي رحلة العودة نقصت حركة السيارة، فأصبحت سرعة السيارة $(\frac{3}{4}ر)$ كلم في الساعة، فإذا استغرقت الرحلة كاملة ساعة و ٤٥ دقيقة، فأوجد معدل سرعة السيارة في كل من رحلتي الذهاب والإياب.

المعادلة ١

$$٩٠ = ر \times ن١$$

$$٩٠ = ر \times \frac{٣}{٤} ن٢$$

$$٩٠ \times \frac{٤}{٣} = ر \times ن٢$$

المعادلة ٢

$$١٢٠ = ر \times ن٢$$

المعادلة ١ + ٢

$$٢١٠ = ر(ن١ + ن٢)$$

$$٢١٠ = ر \times ١,٧٥$$

الذهاب

$$١٢٠ = ر \text{ كلم/ساعة}$$

العودة

$$٩٠ = ر \times \frac{٣}{٤} \text{ كلم/ساعة}$$



(١٥) **مسألة مفتوحة:** كوّن نظامًا من معادلتين يمثل موقفًا في الحياة، وصف الطريقة التي تستعملها لحل هذا النظام، ثم حله وفسّر معناه.

اشترك ٢٠٠ طالب من الصف الثالث في النشاط الصيفي وكان مثلي طلاب النشاط الفني يزيد عن ثلاثة أمثالي مشترك في النشاط الرياضي بـ ١٥ طالب فكم عدد المشتركين في كل نشاط؟

$$س + ص = ٢٠٠$$

$$١٥ = ٣ص - س$$

اضرب المعادلة الأولى في ٣

$$٦٠٠ = ٣ص + س$$

$$١٥ = ٣ص - س$$

$$٦١٥ = ٥س$$

$$١٢٣ = س$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٢٠٠ = ١٢٣ + ص$$

$$٧٧ = ص$$

عدد طلاب النشاط الفني = ١٢٣ طالب.

عدد طلاب النشاط الرياضي = ٧٧ طالب.



(١٦) **تبرير:** في نظام من معادلتين إذا كان s يمثل الزمن المستغرق في قيادة دراجة هوائية، v تمثل المسافة المقطوعة، وحل النظام هو $(-١، ٧)$ ، فاستعمل هذه المسألة لمناقشة أهمية تحليل الحل وتفسيره في سياق المسألة.

عليك أن تتحقق دائماً من الإجابة للتأكد من أنها منطقية في سياق المسألة الأصلية وإلا فإنها تكون غير صحيحة.

فالحل $(-١، ٧)$ غير صحيح؛ لأن الوقت لا يمكن أن يكون سالباً. لذا يجب إعادة الحل.

(١٧) **تحديد:** حل نظام المعادلتين الآتي باستعمال ثلاث طرائق مختلفة، ووضح خطوات الحل:

$$4s + v = 13$$

$$6s - v = 7$$

الطريقة الأولى:

بما أن معامل v في كلا المعادلتين متعاكسين إذن يمكن جمع المعادلتين

$$4s + v = 13$$

$$6s - v = 7$$

$$10s = 20$$

$$s = 2$$

$$6 \times 2 - v = 7$$

$$v = 5$$

إذن الحل $(2، 5)$

الطريقة الثانية:

بما أن معامل ص في المعادلة الأولى ويمكن استخدام التعويض

$$ص = -٤س + ١٣$$

عوض في المعادلة الثانية

$$٦س - (-٤س + ١٣) = ٧$$

$$٦س + ٤س - ١٣ = ٧$$

$$١٠س = ٢٠$$

$$س = ٢$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$ص = -٤(٢) + ١٣$$

$$ص = ٥$$

الحل هو: (٢، ٥)



الطريقة الثالثة بيانياً:

$$٤س + ص = ١٣$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ١٣$$

إذن النقطة (١٣ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ٣,٢٥$$

إذن النقطة (٠ ، ٣,٢٥)

$$٦س - ص = ٧$$

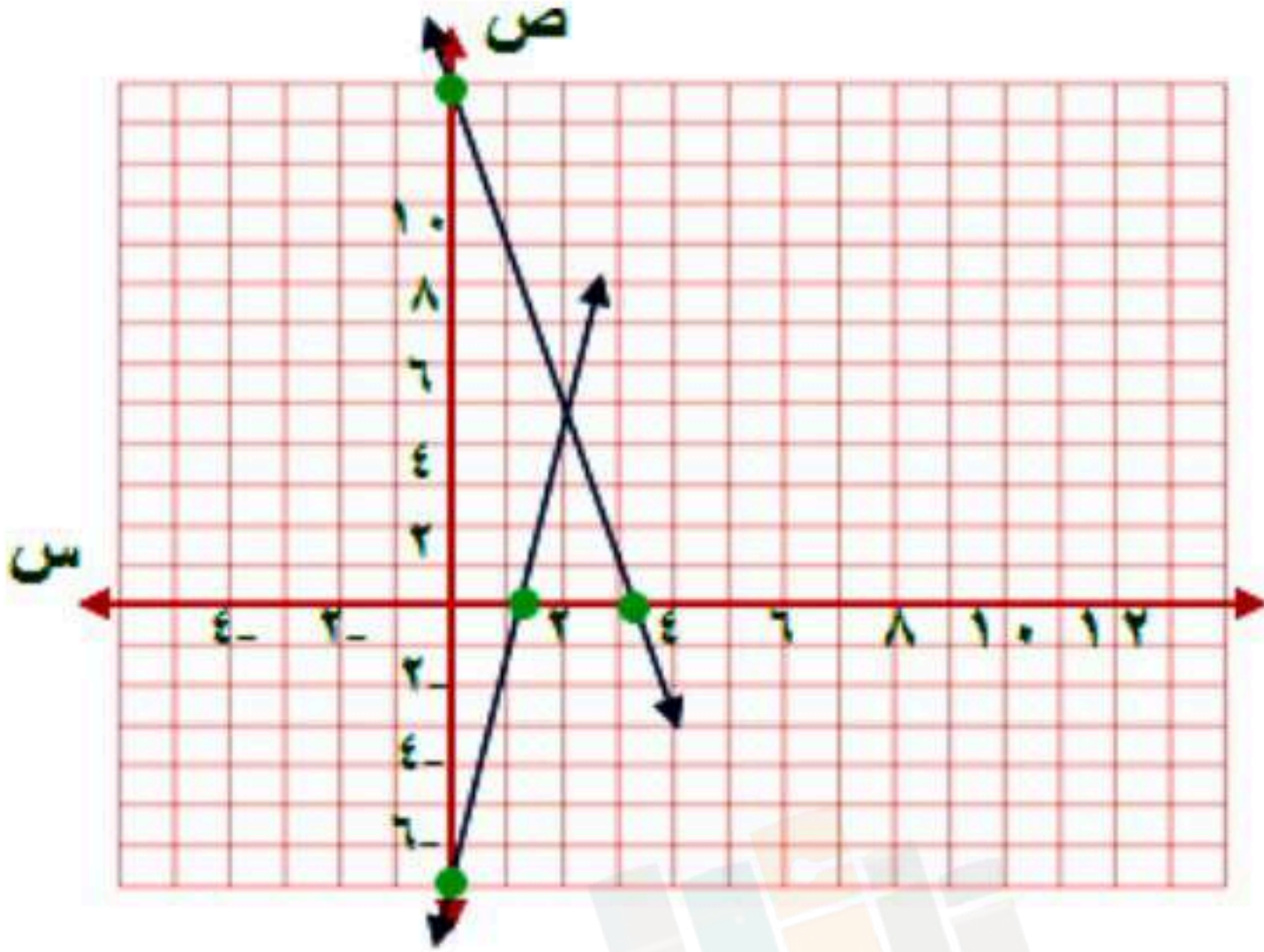
$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = -٧$$

إذن النقطة (٧- ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ١,٢$$

إذن النقطة (٠ ، ١,٢)

نقطة التقاطع (٥ ، ٢)



(١٨) اكتب سؤالاً: يدعي أحد الطلاب أن الحذف هو أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات، اكتب سؤالاً تبين فيه خطأ هذا الادعاء.

هل يمكن أن تكون هناك طريقة أخرى أفضل إذا كانت إحدى المعادلتين على الصورة

$$ص = م + س + ب؟$$

(١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

$$\begin{aligned} س - ص &= ٣ \\ س + \frac{١}{٣} ص &= ١ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -س + ص &= ٠ \\ ٥س = ٢ص \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ص &= س - ٤ \\ \frac{ص}{س} &= \frac{٢}{٣} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ص &= س + ١ \\ ص &= ٣س \end{aligned}$$

النظام المختلف هو النظام الثاني؛ لأنه الوحيد الذي لا يمثل نظاماً من معادلتين خطيتين.

(٢٠) اكتب: وضح متى يكون التمثيل البياني أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، ومتى تكون الطريقة الجبرية أفضل؟

يكون التمثيل البياني أمثل طريقة للحل في حالة طلب تقدير للحل أي غير دقيق لأنه في الغالب إجابته غير دقيقة.

أما في حالة الطريقة الجبرية يكون في حالة طلب الإجابة دقيقة فيكون الحل بإحدى طرق الحذف الجمع أو الطرح أو الضرب على حسب معادلات النظام.



تدريب على اختبار

(٢١) إذا كان $٥س + ٣ص = ١٢$ ، $٤س - ٥ص = ١٧$. فما قيمة $ص$ ؟

(أ) ١

(ب) ٣

(ج) ١

(د) ٣-

$$٥س + ٣ص = ١٢ \quad \text{بالمضرب في } ٤$$

$$٤س - ٥ص = ١٧ \quad \text{بالمضرب في } ٥$$

$$٢٠س + ١٢ص = ٤٨$$

$$٢٠س - ٢٥ص = ٨٥$$

طرح المعادلتين

$$٣٧ص = -٣٧$$

$$ص = -١$$

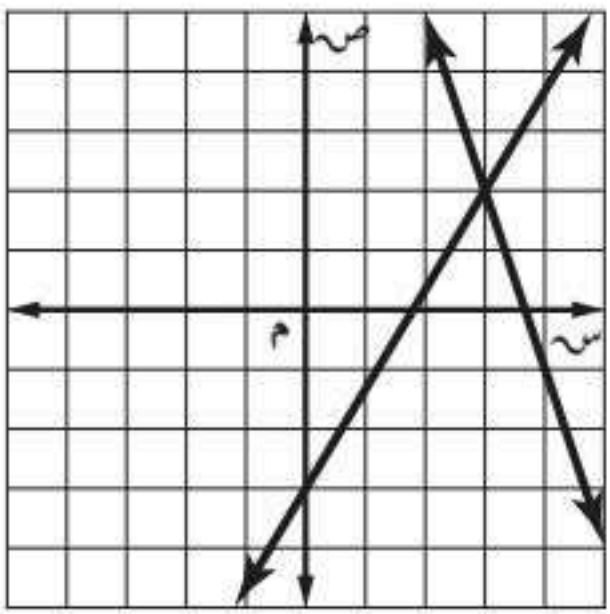
(٢٢) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثل الشكل المجاور حلًّا له؟

$$\begin{cases} ١١ص - ٣س = ١١ \\ ٣ص - ٥س = ٩ \end{cases} \quad \text{(أ)}$$

$$\begin{cases} ١١ص - ٣س = ١١ \\ ٢ص - ٤س = ٥ \end{cases} \quad \text{(ب)}$$

$$\begin{cases} ١٥ص - ٥س = ١٥ \\ ٧ص + س = ٢ \end{cases} \quad \text{(ج)}$$

$$\begin{cases} ١٥ص - ٥س = ١٥ \\ ٣ص + ٢س = ١٨ \end{cases} \quad \text{(د)}$$

الإجابة (أ) $١١ص - ٣س = ١١$

$$٣ص - ٥س = ٩$$

$$١١ص - ٣س = ١١$$

$$٣ص - ٥س = ٩$$

$$٣(٣ص - ٥س) = ٣(٩)$$

$$٩ص - ١٥س = ٢٧$$

$$١٤س - ٤٢ = ٢٧$$

$$٣ = س$$

$$١١ + ٩ = ٢٠$$

$$٢ = ص$$

حلّ كل نظام فيما يأتي مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٤)

$$(٢٣) \text{ س} + \text{ص} = ٣$$

$$٣\text{س} - ٤\text{ص} = ١٢$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

$$\text{س} = -\text{ص} + ٣$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$٣(-\text{ص} + ٣) - ٤\text{ص} = ١٢$$

$$-٣\text{ص} + ٩ - ٤\text{ص} = ١٢$$

$$-٧\text{ص} = ٣$$

$$\text{ص} = -\frac{٣}{٧}$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$\text{س} = -(-\frac{٣}{٧}) + ٣ = \frac{٣}{٧} + ٣ = \frac{٢٤}{٧}$$

الحل هو: $(\frac{٢٤}{٧}, -\frac{٣}{٧})$



حلّ كل نظام فيما يأتي مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٤)

$$(٢٤) \quad -٤س + ٢ص = ٠$$

$$٢س - ٣ص = ١٦$$

بما أن معاملات المتغيرات غير متساوية ولا معكوسة، استعمل الضرب لحل النظام

$$-٤س + ٢ص = ٠ \quad \leftarrow \quad -٤س + ٢ص = ٠$$

$$٢س - ٣ص = ١٦ \quad \leftarrow \quad ٤س - ٦ص = ٣٢$$

$$-٤س + ٢ص = ٠$$

$$٨ - ٦ص = ٣٢$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٢س - ٣(٨ - ٦ص) = ١٦$$

$$٢س - ٢٤ + ١٨ص = ١٦$$

$$٢س = ٤٠$$

الحل هو: $(٨ - , ٤ -)$

حل كل نظام فيما يأتي مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٤)

$$(٢٥) \quad ٤س + ٢ص = ١٠$$

$$٥س - ٣ص = ٧$$

بما أن معاملات المتغيرات غير متساوية ولا معكوسة، استعمل الضرب لحل النظام

$$٤س + ٢ص = ١٠ \quad \times ٣$$

$$١٢س + ٦ص = ٣٠$$

$$٥س - ٣ص = ٧ \quad \times ٢$$

$$١٠س - ٦ص = ١٤$$

$$٢٢س = ٤٤$$

$$س = ٢$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٤(٢) + ٢ص = ١٠$$

$$٢ص = ٢$$

$$ص = ١$$

الحل هو: (٢، ١)



(٢٦) حل المتباينة: $|س - ٢| \geq ٣$. (مهارة سابقة)

$$س - ٢ \geq ٣ \quad س - ٢ \leq -٣$$

$$س \geq ٥ \quad س \leq -١$$

مجموعة الحل: $\{س | -١ \leq س \leq ٥\}$

حل كل معادلة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

(٢٧) $٥ = ٤ت - ٧$

$٥ = ٤ت - ٧$

$٧ + ٧ = ٤ت + ٧$

$١٢ = ٤ت$

$٣ = ت$

(٢٨) $١٩ = ٣س + ١٠$

$١٩ = ٣س + ١٠$

$١٠ - ١٩ = ٣س + ١٠ - ١٩$

$٩ = ٣س$

$٣ = س$

(٢٩) حل المعادلة: $٦ = ٤ + ٢س$ بيانيًا. (مهارة سابقة)

$٦ = ٤ + ٢س$

$٦ - ٦ = ٤ - ٦ + ٢س$

$٠ = ٢ - ٢س$

$٢ - ٢س = ٠$

$٢ - ٢س = ٠$

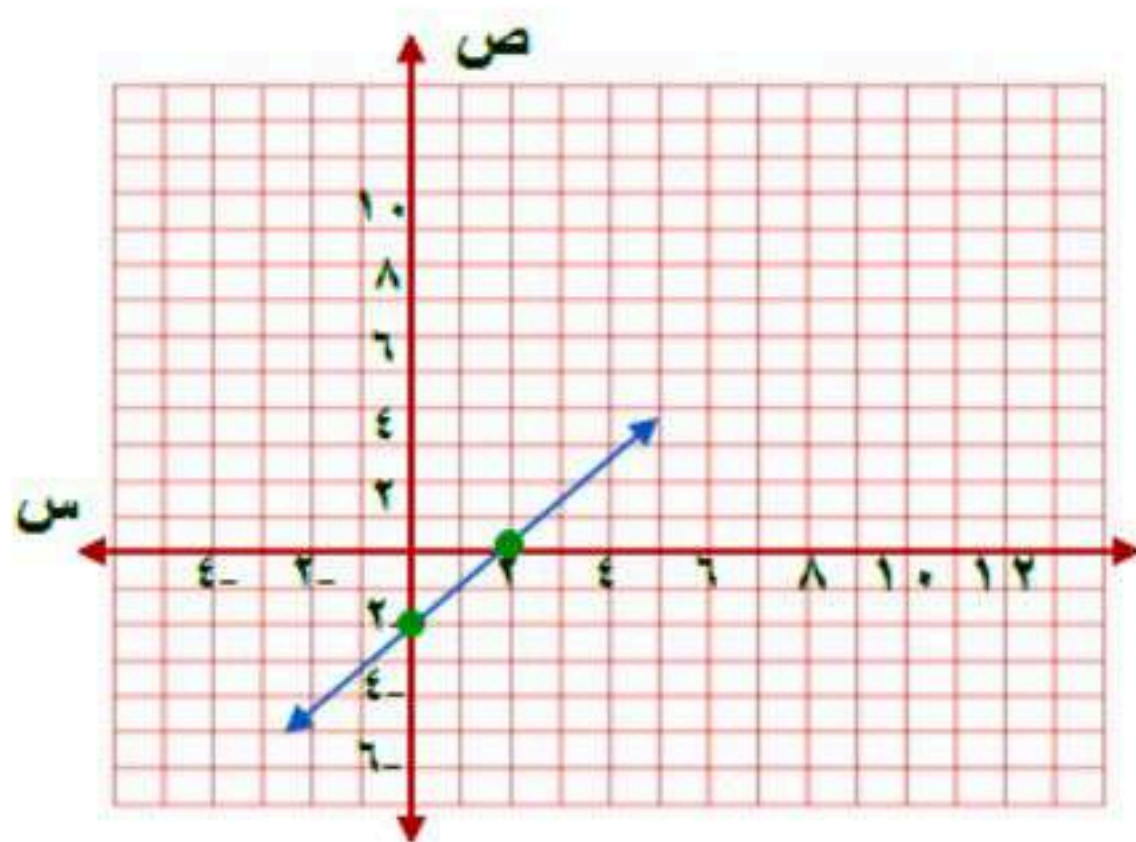
$٢ = ٢س$

$٠ = ٢س$

$٠ = ٢س$

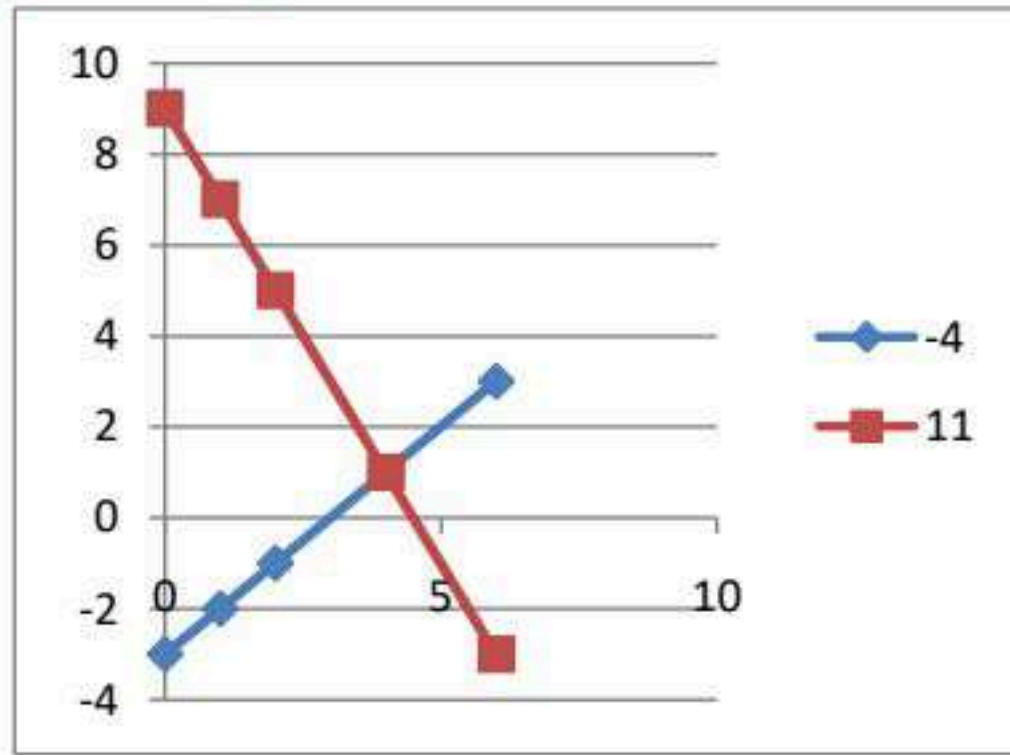
النقطة (٠، ٢)

النقطة (٢، ٠)



$$\begin{aligned} (2) \text{ ص} &= \text{س} - 3 \\ \text{ص} &= 2\text{س} + 9 \end{aligned}$$

لها حل واحد وهو (٦ ، ٣)



$$(3) \text{ س} - \text{ص} = 4$$

$$\text{س} + \text{ص} = 10$$

$$\text{عند س} = 0, \text{ ص} = -4$$

إذن النقطة (٠ ، -٤)

$$\text{عند ص} = 0, \text{ س} = 4$$

إذن النقطة (٤ ، ٠)

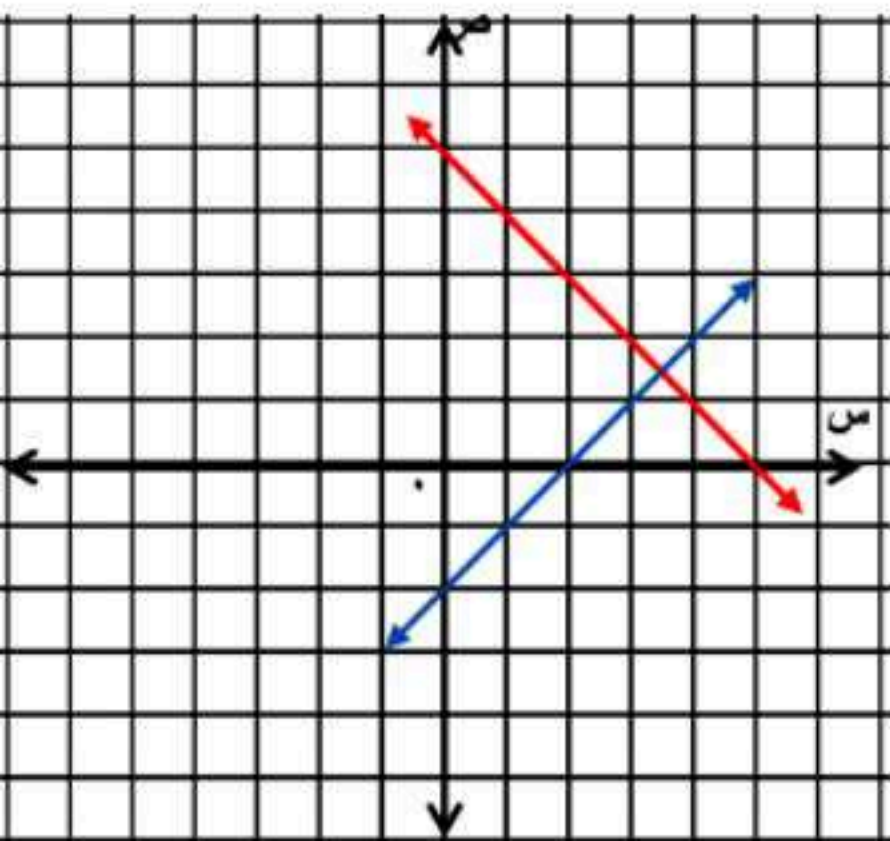
$$\text{س} + \text{ص} = 10$$

$$\text{عند س} = 0, \text{ ص} = 10$$

إذن النقطة (٠ ، ١٠)

$$\text{عند ص} = 0, \text{ س} = 10$$

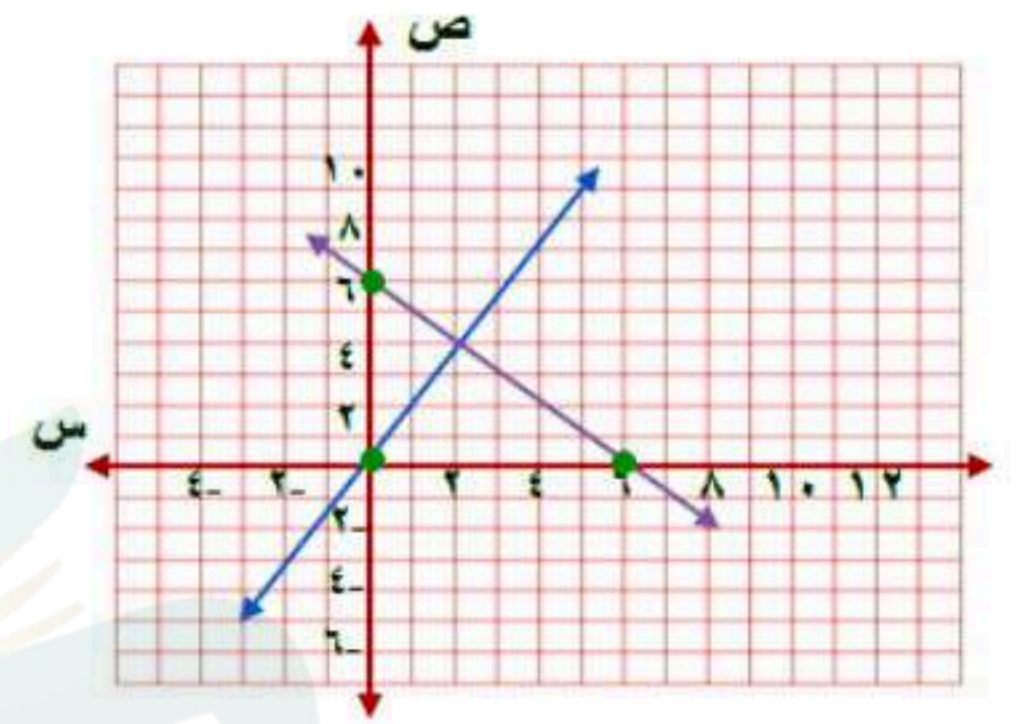
إذن النقطة (١٠ ، ٠)



مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بياناً، وحدد عدد حلوله، وإن كان له حل واحد فاكتبه:

$$(1) \text{ ص} = 2\text{س}$$

$$\text{ص} = 6 - \text{س}$$



$$\text{ص} = 2\text{س}$$

$$\text{عند س} = 0, \text{ ص} = 0$$

إذن النقطة (٠ ، ٠)

$$\text{عند ص} = 0, \text{ س} = 3$$

إذن النقطة (٣ ، ٠)

$$\text{ص} = 6 - \text{س}$$

$$\text{عند س} = 0, \text{ ص} = 6$$

إذن النقطة (٠ ، ٦)

$$\text{عند ص} = 0, \text{ س} = 6$$

إذن النقطة (٦ ، ٠)

بما أن المستقيمين متقاطعين في نقطة

إذاً الحل هو: (٢ ، ٤)

حلّ كلّاً من النظامين الآتيين بالتعويض:

$$(٥) \text{ ص} = \text{س} + ٨$$

$$٢ \text{ س} + \text{ص} = -١٠$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$٢ \text{ س} + \text{س} + ٨ = -١٠$$

$$٣ \text{ س} + ٨ = -١٠$$

$$٣ \text{ س} = -١٨$$

$$\text{س} = -٦$$

عوض في المعادلة الأولى

$$\text{ص} = -٦ + ٨$$

$$\text{ص} = ٢$$

الحل هو: $(٢, -٦)$

$$(٤) \text{ س} + ٢ \text{ ص} = ٤$$

$$٢ \text{ س} + ٣ \text{ ص} = -١$$

$$٢ \text{ س} + ٣ \text{ ص} = ٤$$

عند $\text{س} = ٠$

$$\text{ص} = \frac{٤}{٣}$$

إذن النقطة $(٠, \frac{٤}{٣})$

عند $\text{ص} = ٠$

$$\text{س} = ٢$$

إذن النقطة $(٢, ٠)$

$$٢ \text{ س} + ٣ \text{ ص} = -١$$

عند $\text{س} = ٠$

$$\text{ص} = -\frac{١}{٣}$$

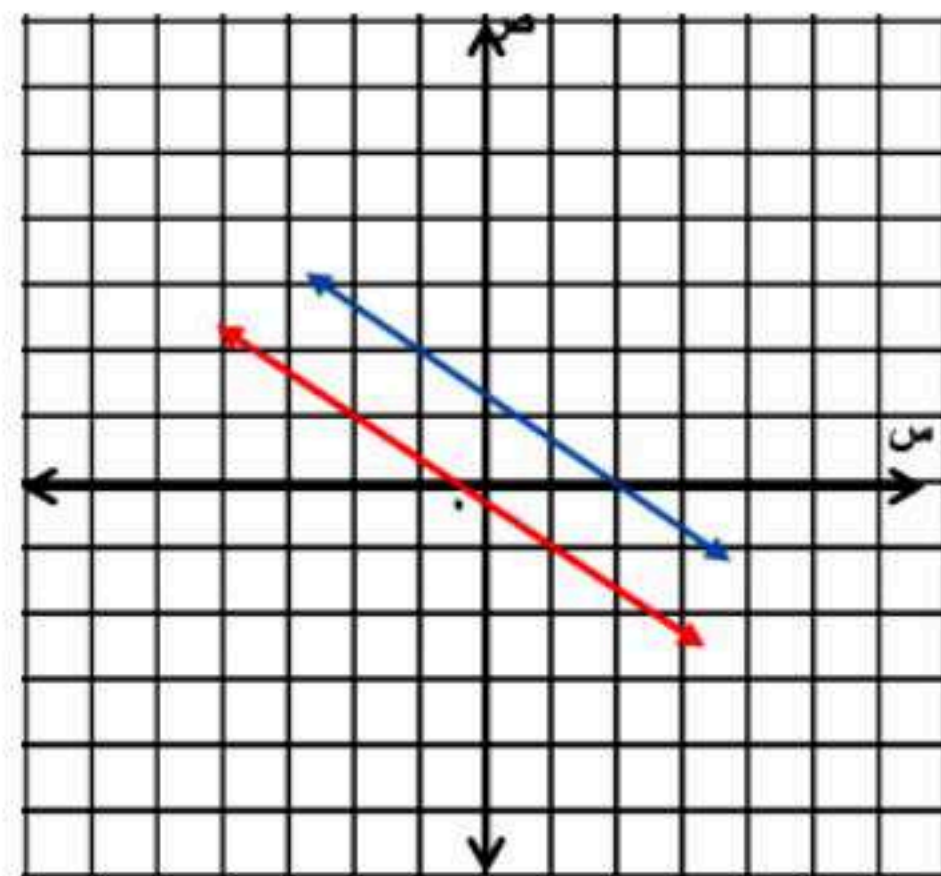
إذن النقطة $(٠, -\frac{١}{٣})$

عند $\text{ص} = ٠$

$$\text{س} = -\frac{١}{٢}$$

إذن النقطة $(-\frac{١}{٢}, ٠)$

لا يوجد حل.



$$(٦) \text{ س} = -٤ \text{ ص} - ٣$$

$$٣ \text{ س} - ٢ \text{ ص} = ٥$$

بالتعويض عن س في المعادلة ٢

$$٣(-٤ \text{ ص} - ٣) - ٢ \text{ ص} = ٥$$

$$-١٢ \text{ ص} - ٩ - ٢ \text{ ص} = ٥$$

$$-١٤ \text{ ص} = ١٤$$

$$\text{ص} = -١$$

بالتعويض عن ص في المعادلة

$$\text{س} = -٤ \times -١ - ٣$$

$$\text{س} = ١$$

$$\text{س} = ١$$

حل النظام هو (١، -١)

حلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية بالحذف:

$$(٧) \text{ س} + \text{ص} = ١٣$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٥$$

$$\text{س} + \text{ص} = ١٣$$

اجمع س - ص = ٥

$$\text{س} = ١٨$$

$$\text{س} = ٩$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٩ + \text{ص} = ١٣$$

$$\text{ص} = ٤$$

الحل هو: (٩، ٤)



$$٨) ٣س + ٧ص = ٢$$

$$٣س - ٤ص = ١٣$$

$$٣س + ٧ص = ٢$$

$$\underline{٣س - ٤ص = ١٣}$$

$$١١ص = ١١ -$$

$$ص = ١ -$$

اطرح

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٣س - ٤(١ -) = ١٣$$

$$٣س + ٤ = ١٣$$

$$٣س = ٩$$

$$س = ٣$$

الحل هو: (٣، ١-)

$$٩) س + ص = ٨$$

$$س - ٣ص = -٤$$

ب طرح المعادلتين

$$٤ص = ١٢$$

$$ص = ٣$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الأولى

$$س + ٣ = ٨$$

$$س = ٥$$

حل النظام هو (٥، ٣)

(١٠) اختيار من متعدد: ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًا للنظام الآتي؟

$$\begin{aligned} 6 &= 4 - \text{ص} \\ -6 &= 3 + \text{ص} \end{aligned}$$

(أ) (٦، ٥) (ج) (٠، ١)

(ب) (٦-، ٣-) (د) (٨-، ٤-)

$$6 = 4 - \text{ص}$$

$$-6 = 3 + \text{ص}$$

$$6 = -\text{ص}$$

$$\text{ص} = -6$$

$$6 = 24 + \text{ص}$$

$$6 = 18 - \text{ص}$$

$$\text{ص} = -3$$

الإجابة (ب) (٦-، ٣-)

(١١) تسوق: اشترى فيصل ٨ كتب ومجلات لأبنائه بقيمة ١٧٥ ريالاً. فإذا كان ثمن الكتاب ٢٥ ريالاً، وثمرن المجلة ٢٠ ريالاً، فما عدد كل من الكتب والمجلات التي اشتراها؟

افتراض أن عدد الكتب س وعدد المجلات ص
 $8 = \text{ص} + \text{س}$

$$175 = 20\text{ص} + 25\text{س}$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

$$\text{س} = 8 - \text{ص}$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$175 = 20\text{ص} + (8 - \text{ص})25$$

$$175 = 20\text{ص} + 200 - 25\text{ص}$$

$$-5\text{ص} = -25$$

$$\text{ص} = 5$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$\text{س} = 8 - 5$$

$$\text{س} = 3$$

عدد الكتب = ٣، عدد المجلات = ٥

(١٢) **حداثق:** لدى عبد الكريم ٤٢ مترًا من السياج لإحاطة حديقته، فإذا كانت مزرعته مستطيلة الشكل وطولها يساوي مثلي عرضها ناقص ٣ أمتار، فعرف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد طول الحديقة وعرضها، ثم حل النظام باستعمال التعويض.



افترض أن الطول س والعرض ص

$$س = ٢ص - ٣$$

$$٤٢ = ٢ص + ٢س$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$٤٢ = ٢ص + (٣ - ٢ص)٢$$

$$٤٢ = ٢ص + ٦ - ٤ص$$

$$٤٨ = ٢ص$$

$$٨ = ص$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$س = ٣ - (٨)٢$$

$$س = ١٣$$

طول الحديقة = ١٣ متر وعرضها = ٨ متر.

(١٣) **مجلّات:** اشترك أحمد في المجلتين الرياضية والعلمية، فإذا تلقى هذا العام ٢٤ نسخة من كلتا المجلتين، وكان عدد نسخ المجلة العلمية أقل من مثلي عدد نسخ المجلة الرياضية بمقدار ٦، فعرف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد عدد المجلّات من كل نوع.

افترض المجلة الرياضية س والمجلة العلمية ص

$$س + ص = ٢٤$$

$$٢س - ص = ٦$$

اجمع

$$٣س = ٣٠$$

$$س = ١٠$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٢٤ = ١٠ + ص$$

$$١٤ = ص$$

عدد نسخ المجلة الرياضية = ١٠ نسخ.

عدد نسخ المجلة العلمية = ١٤ نسخة.

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

٣) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للنظام الآتي:

$$\begin{aligned} 3س - 8ص &= 50 \\ 3س - 5ص &= 38 \end{aligned}$$

(أ) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{8})$

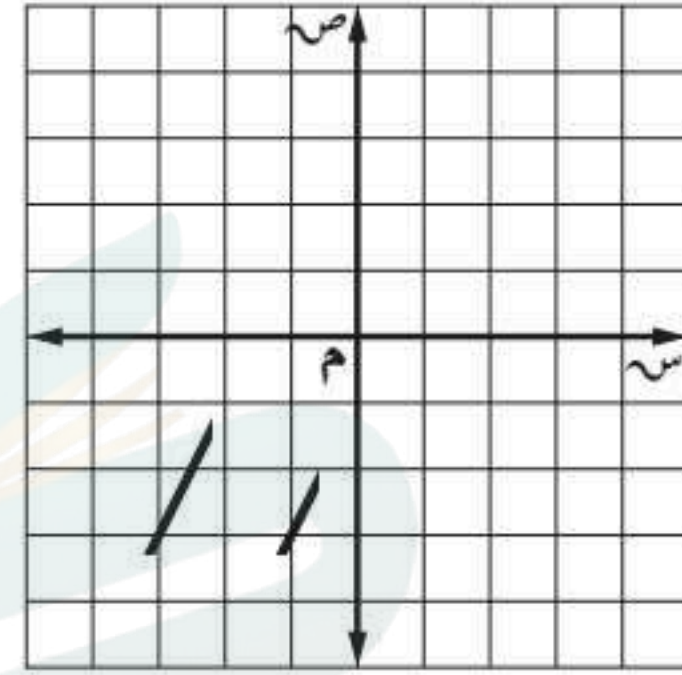
(ب) $(-6, 4)$

(ج) $(-\frac{2}{7}, \frac{4}{9})$

(د) $(4, -9)$

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) أي المصطلحات الآتية يصف نظام المعادلتين الممثل بيانياً؟



(أ) متسق

(ب) متسق ومستقل

(ج) متسق وغير مستقل

(د) غير متسق

٤) ما حل المتباينة: $2س \leq -6$ ؟

(أ) $س \leq -3$

(ب) $س \leq 3$

(ج) $س \geq 3$

(د) $س \geq -3$

٥) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للنظام الآتي:

$$\begin{aligned} 3س + 2ص &= 2 \\ 2س - 2ص &= 18 \end{aligned}$$

(أ) $(1, 3)$

(ب) $(7, -4)$

(ج) $(-4, 5)$

(د) $(-2, 3)$

٢) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للنظام الآتي:

$$\begin{aligned} 4س - 7ص &= 1 \\ 3س - 2ص &= 1 \end{aligned}$$

(أ) $(3, 5)$

(ب) $(4, -1)$

(ج) $(5, -2)$

(د) $(-6, 2)$

إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

(٩) خرج سعيد بسيارته في رحلة، وبعد أن توقف عند إحدى الإشارات وجد أن عليه أن يقطع ١٢ كيلومترًا ليصبح ما قطعه مساويًا على الأقل لنصف المسافة الكلية البالغة ١٠٨ كيلومترات. فكم كيلومترًا على الأقل يكون قد قطع عند توقفه عند الإشارة؟

المسافة الكلية = ١٠٨ كيلومتر، إذا نصفها = ٥٤ كيلومتر.
 $س + ١٢ \leq ٥٤$

$$س \leq ٤٢$$

قطع عند وصوله للإشارة ٤٢ كيلومتر على الأقل.

(١٠) يقدم متجر خصمًا قيمته ١٥ ريالًا على جميع السلع، فإذا أراد سالم شراء سلعة يتراوح ثمنها ما بين ٤٥ ريالًا و ٨٩ ريالًا، فكم يتوقع أن يدفع ثمنًا لها؟

الثن بعد الخصم س ، قبل الخصم س + ١٥

$$٤٥ > س + ١٥ > ٨٩$$

$$٤٥ - ١٥ > س - ١٥ > ٨٩ - ١٥$$

$$٣٠ > س > ٧٤$$

يدفع ما بين ٣٠ و ٧٤ ريال.

(٦) ما حل المتباينة $٥ > ٢س + ٥ > ٧$ ؟

(أ) $٠ > س > ٢$

(ب) $٥ > س > ٦$

(ج) $٠ > س > ٤$

(د) $١ > س > ٠$

(٧) ما متباينة القيمة المطلقة للتمثيل البياني الآتي؟



(أ) $٣ > |١ + س|$

(ب) $٣ \geq |١ + س|$

(ج) $٣ \leq |١ + س|$

(د) $٣ < |١ + س|$

(٨) مع أحمد وشقيقه ١٥ ريالًا يريدان أن يشتريا بها دفترين وعددًا من أقلام الرصاص، فإذا كان ثمن الدفتر ٦ ريالات و ثمن قلم الرصاص ٠,٧٥ ريال. فما أكبر عدد ممكن من أقلام الرصاص يمكنهما شراؤه؟

(أ) ٣

(ب) ٤

(ج) ٥

(د) ٦

إجابة قصيرة

(١١) عددان مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٩، فما العددان؟

$$س + ص = ٤١$$

$$س - ص = ٩$$

$$٢س = ٥٠$$

$$س = ٢٥$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٤١ = ص + ٢٥$$

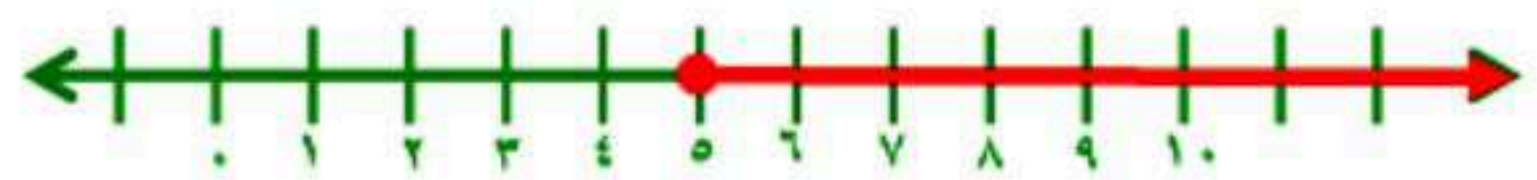
$$ص = ١٦$$

العددان هما ٢٥، ١٦

(١٢) حُلّ المتباينة $س^٢ \leq ١٠$ ، ثم مثّل الحل بيانيًا.

$$س^٢ \leq ١٠$$

$$س \leq ٥$$



(١٣) حُلّ المتباينة $|س^٣ - ١| \geq ٨$ ، ثم مثّل الحل بيانيًا.

$$س^٣ - ١ \geq ٨$$

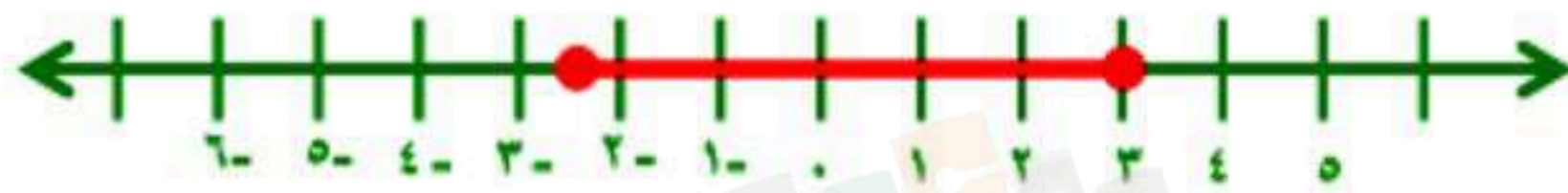
$$س^٣ \geq ٩$$

$$س \geq ٣$$

$$س^٣ - ١ \leq -٨$$

$$س^٣ \leq -٧$$

$$س \leq -٢$$



(١٤) حُلّ المتباينة $١ > ٢ك - ٥ \geq ١٣$ ، ثم مثّل الحل بيانيًا.

$$١ > ٢ك - ٥$$

$$٢ك > ٦$$

$$٢ك > ١٨$$

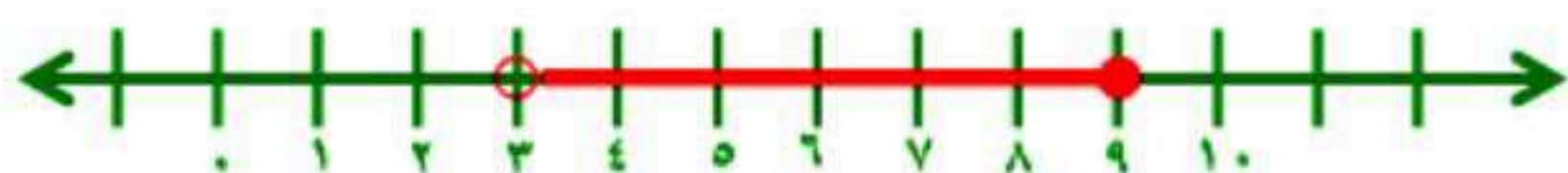
$$ك > ٣$$

$$٢ك - ٥ \geq ١٣$$

$$٢ك \geq ١٨$$

$$ك \geq ٩$$

$$٣ < ك \leq ٩$$



أجب عن السؤال الآتي موضِّحًا خطوات الحل:

(١٥) **وجبات:** يبيِّن الجدول أدناه ثمن وجبتي إفطار في أحد المطاعم.

الوجبة	الثمن (ريال)
٣ شطائر ، علبة عصير	١٣
٤ شطائر ، علبة عصير	١٤

(أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

افترض الشطائر س، العصير ص

$$٣س + ٢ص = ١٣$$

$$٤س + ص = ١٤$$



ب) حُلّ النظام الذي كتبته، وفسّره في سياق المسألة.
حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$ص = -٤س + ١٤$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٣س + ٢(-٤س + ١٤) = ١٣ \quad \text{بسط}$$

$$٣س - ٨س + ٢٨ = ١٣$$

$$-٥س + ٢٨ = ١٣$$

$$-٥س + ٢٨ - ٢٨ = ١٣ - ٢٨ \quad \text{اطرح ٢٨ من الطرفين}$$

$$-٥س = -١٥ \quad \text{اقسم الطرفين على -٥}$$

$$س = ٣$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$ص = -٤(٣) + ١٤$$

$$ص = -١٢ + ١٤ = ٢$$

إذاً ثمن الشطيرة الواحدة = ٣ ريال.

و ثمن العصير الواحد = ٢ ريال.

ج) ما المبلغ الذي يدفعه شخص اشترى شطيرتين وعلبة عصير؟

المبلغ = (عدد الشطائر × ثمن الشطيرة) + (عدد العصير × ثمن الواحد)

$$= (٢ \times ٣) + (١ \times ٢)$$

$$= ٦ + ٢$$

$$= ٨ \text{ ريال.}$$