

تم تحميل وعرض المادة من

موقع كتيبي



www.kottby.net

موقع كتيبي يعرض لكم الكتب الدراسية الطبعة الجديدة
وحلولها، وشرح للمناهج الدراسية، توزيع المناهج، تحاضير،
أوراق عمل، نماذج إختبارات عرض مباشر وتحميل PDF

حمل التطبيق من هنا



الفصل ٢

العلاقات والدوال الخطية

فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية جبرياً.

والآن

- أمثل العلاقات والدوال.
- أميز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعها السيني والصادي.
- أمثل المعادلات الخطية بيانياً وأكتبها.
- أستعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أنعرف المتتابعات الحسابية كدوال خطية.

لماذا؟

 **متنزهات:** يعد متنزه الحبلية في منطقة عسير من أهم مناطق الجذب السياحي في بلادنا. إذا كان عدد زواره يزداد سنوياً بصورة ثابتة تقريباً، فيمكن تمثيل ذلك بدالة خطية تصف معدل تغير عدد الزوار بالنسبة للزمن.

المفردات:

- النظام الإحداثي ص (٥٠)
- المخطط السهمي ص (٥٠)
- المتغير المستقل ص (٥٢)
- المتغير التابع ص (٥٢)
- الدالة ص (٥٦)
- المعادلة الخطية ص (٦٣)
- الميل ص (٧٨)

العلاقات والدوال الخطية

منظم أفكار

المطويات

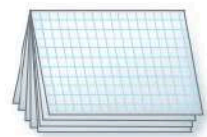
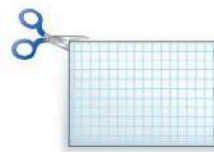
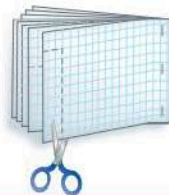
ملاحظاتك حول العلاقات والدوال الخطية، مبتدئاً بأربع أوراق مربعات.

٤ **سم غلاف المطوية**
بعنوان الفصل، ثم رقم الصفحات بتسلسل الدروس، وخصص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة.

٣ **قص هامشاً طويلاً من**
الطرف الحر للأوراق بعرض سطرين، مبتدئاً بالورقة الأخيرة، ثم التي تسبقها وهكذا.

٢ **قص عند خط الطي**
وثبت الأنصاف الثمانية معاً لتشكّل كتيباً.

١ **اطوكل ورقة إلى**
نصفين من أعلى إلى أسفل.



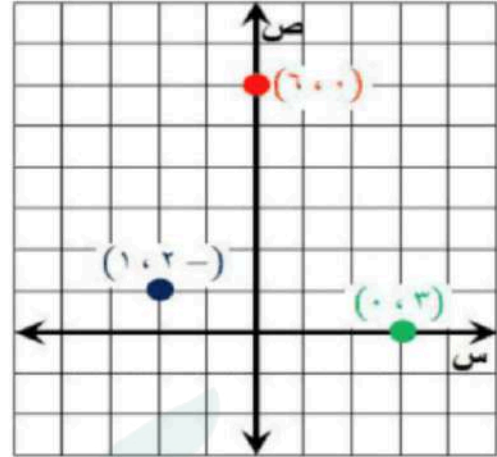
التهيئة للفصل ٢

اختبار سريع

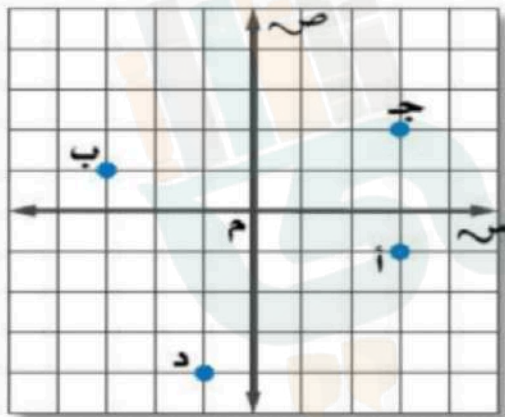
مثّل كل زوج مرتب مما يأتي في المستوى الإحداثي: (مهارة سابقة)

(١) $(-٢, ١)$ (٢) $(٣, ٠)$ (٣) $(٠, ٦)$

الحل:



اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي:



(٤) أ الحل: $(١ - , ٣)$

(٥) ب الحل: $(١٠ , ٣ -)$

(٦) ج الحل: $(٢ , ٣)$

(٧) د الحل: $(٤ - , ١ -)$

حل كلاً من المعادلات الآتية: (المروس ١-٢, ١-٣, ١-٤)

$$٨ = ٢س$$

الحل:

المعادلة الأصلية

$$٨ = ٢س$$

اقسم كلا الطرفين على ٢

$$\frac{٨}{٢} = \frac{٢س}{٢}$$

بسط

$$٤ = س$$

$$(9) \text{ س} + 1 = 6$$

الحل:

$$\text{س} + 1 = 6$$

$$\text{س} + 1 - 1 = 6 - 1$$

$$\text{س} = 5$$

المعادلة الأصلية

اطرح 1 من كلا الطرفين

بسط

$$(10) \text{ س} - 1 = 5$$

الحل:

$$\text{س} - 1 = 5$$

$$\text{س} - 1 + 1 = 5 + 1$$

$$\text{س} = 6$$

المعادلة الأصلية

أضف 1 إلى كلا الطرفين

بسط

$$(11) \text{ س} = \frac{1}{3}$$

الحل:

$$\text{س} = \frac{1}{3}$$

$$(3) \text{ س} = \frac{1}{3} (3) (1)$$

$$\text{س} = 3$$

المعادلة الأصلية

اضرب كلا الطرفين في 3

بسط

$$(12) 2\text{س} + 4 = 0$$

الحل:

$$2\text{س} + 4 = 0$$

$$2\text{س} + 4 - 4 = 0 - 4$$

$$2\text{س} = -4$$

$$\frac{2\text{س}}{2} = \frac{-4}{2}$$

$$\text{س} = -2$$

المعادلة الأصلية

اطرح 4 من كلا الطرفين

بسط

اقسم كلا الطرفين على 2

بسط

$$(13) \text{ س} + 2 = 2$$

الحل:

$$\text{س} + 2 = 2$$

$$\text{س} - \text{س} + 2 = 2 - \text{س}$$

$$2 = 2$$

المعادلة الأصلية

اطرح س من كلا الطرفين

بسط

أوجد قيمة $\frac{أ-ب}{ج-د}$ لكل مجموعة من القيم الآتية: (الدرس ١-١)

(١٤) $أ=٧، ب=٦، ج=٩، د=٥$

الحل:

$$\frac{أ-ب}{ج-د} = \frac{٧-٦}{٩-٥}$$

عوض قيم أ، ب، ج، د

$$\frac{١}{٤} =$$

بسط

(١٥) $أ=٣-، ب=٠، ج=٣، د=١-$

الحل:

$$\frac{أ-ب}{ج-د} = \frac{٣- - (٣-)}{(١-) - ٣}$$

عوض قيم أ، ب، ج، د

$$\frac{٣-}{١+٣} =$$

$$\frac{٣-}{٤} =$$

بسط

(١٦) $أ=٥-، ب=٥-، ج=٥، د=٨$

الحل:

$$\frac{أ-ب}{ج-د} = \frac{(٥-) - (٥-)}{٨ - ٥}$$

عوض قيم أ، ب، ج، د

$$\frac{٠}{٣-} =$$

$$٠ =$$

بسط

(١٧) $أ=٦-، ب=٣، ج=٨، د=٢$

الحل:

$$\frac{أ-ب}{ج-د} = \frac{٦- - ٣}{٨ - ٢}$$

عوض قيم أ، ب، ج، د

$$\frac{٩-}{٦} =$$

$$\frac{٣}{٢} =$$

بسط

بسط مرة ثانية

فيما سبق

درس حل المعادلات
بمتغير أو بمتغيرين.

والآن

- أهمل العلاقات.
- أفسر التمثيل البياني للعلاقات.

المفردات

- النظام الإحداثي
- المستوى الإحداثي
- المحور س
- المحور ص
- نقطة الأصل
- الزوج المرتب
- الإحداثي السيني
- الإحداثي الصادي
- العلاقة
- المخطط السهمي
- المجال
- المدى
- المتغير المستقل
- المتغير التابع

رابط المدرس الرقمي



www.ien.edu.sa



كلما تعمقت في المحيط زاد الضغط على الجسم لكثرة الماء من فوقك. فجاذبية الأرض تجذب الماء إلى الأسفل مما يسبب ضغطاً أكبر. والمعادلة $ض = ث \times ع$ تربط ضغط الماء الكلي بالعمق. حيث إن:

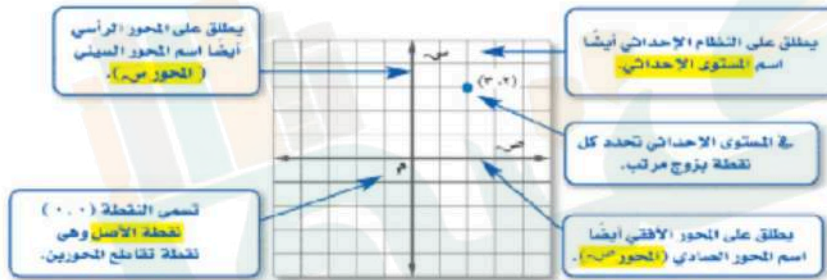
ض = الضغط

ث = تسارع الجاذبية الأرضية

ع = عمق الماء

(علماً بأن ث، ت ثابت)

تمثيل العلاقة: يمكن تمثيل العلاقة التي تربط بين العمق والضغط الناتج بخط مستقيم في مستوى إحداثي. **النظام الإحداثي** يتكون من تقاطع خطي أعداد، هما: المحور الأفقي والمحور الرأسي.



تمثل النقاط على المستوى الإحداثي باستعمال الأزواج المرتبة.

- **الزوج المرتب** عدنان يكتبان على الصورة (س، ص).
- تسمى قيمة س **بالإحداثي السيني**، وتمثل البعد الأفقي للنقطة عن المحور ص.
- تسمى قيمة ص **بالإحداثي الصادي** وتمثل البعد الرأسي للنقطة عن المحور س.

تسمى مجموعة الأزواج المرتبة **علاقة**، ويمكن وصف هذه العلاقة بعدة طرائق: أزواج مرتبة، تمثيل بياني، جدول، مخطط سهمي.

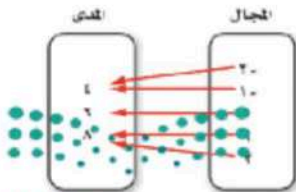
ويوضح **المخطط السهمي** كيف ترتبط عناصر المجال بالمدى.

ويطلق على مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة **المجال**.

وعلى مجموعة الأعداد الثانية **المدى**.

والمخطط السهمي المجاور يمثل الأزواج المرتبة:

$(-4, 2), (4, 1), (6, 0), (8, 1), (8, 2)$



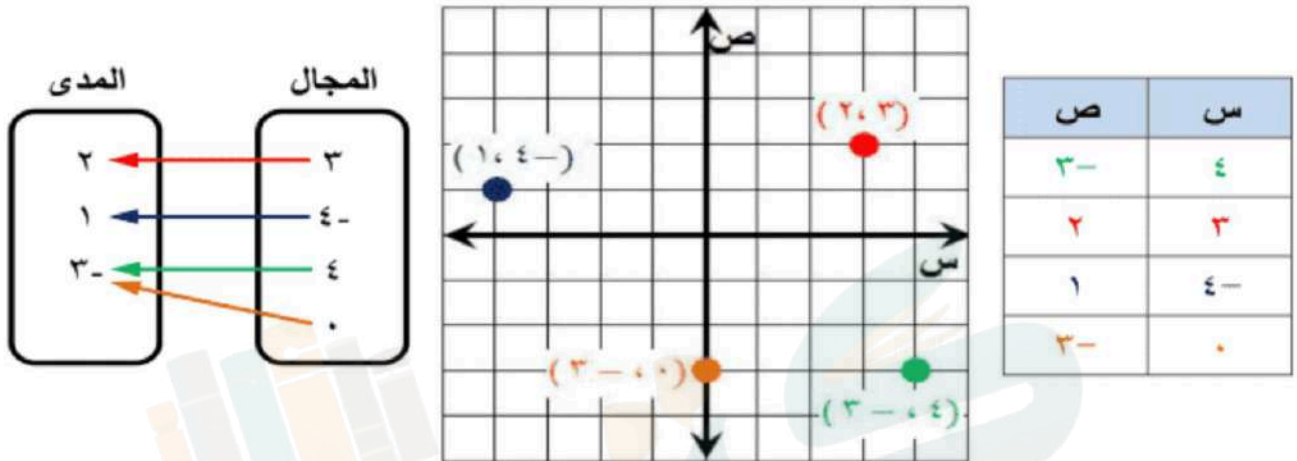
١١) مثل العلاقة $\{(3-, 0), (1, 4-), (2, 3), (3-, 4)\}$ بجدول، وبيانيًا، وبالمخطط السهمي.

الحل:

الجدول: اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

التمثيل البياني: مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.

المخطط السهمي: ضع قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم سهمًا من قيم س في المجال إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.



١٢) حدد كلاً من: المجال والمدى.

الحل:

المجال هو: $\{4-, 3, 0, 4-\}$

المدى هو: $\{2, 1, 3-\}$

تحقق من فهمك

حدّد كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:
(١٢) يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة مع ازدياد درجة الحرارة.

الحل:

درجة الحرارة متغير مستقل، لأنها لا تتأثر بضغط الهواء داخل الإطار، أما ضغط الهواء داخل الإطار فيكون متغيراً تابعاً، لأن مقداره يعتمد على درجة الحرارة.

(١٣) كلما قلت كمية المطر انخفض مستوى سطح الماء في النهر.

الحل:

كمية المطر متغير مستقل، لأنها لا تتأثر بمستوى سطح الماء في النهر، أما مستوى سطح الماء في النهر فيكون متغيراً تابعاً، لأن مقداره يعتمد على كمية المطر.

تحقق من فهمك

صف التمثيل البياني في كل مما يأتي:

(١٣) حافلة المدرسة

الحل:

يشير التمثيل إلى فترتي توقف للحافلة، وأن الحافلة كانت سريعة في أول فترة ثم تباطأت.



(١٣) التغيير في الدخل

الحل:

يزداد الدخل الكلي بازدياد الوقت ولكن ليس بمعدل ثابت.



مثال ١ مثل كل علاقة فيما يأتي بجدول ، وبيانيًا ، وبمخطط سهمي ، ثم حدّد كلّاً من مجالها ومداهما:

$$(١) \{(٣، ٤)، (٢، ٢-)، (٦-، ٥)\}$$

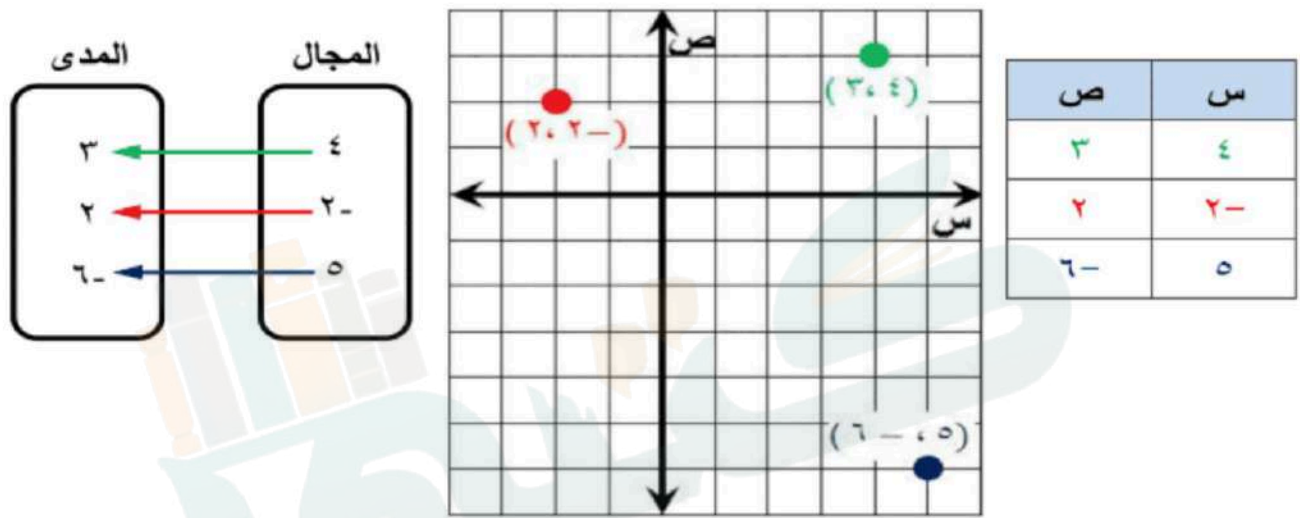
الحل:

الجدول: اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

التمثيل البياني: مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.

المخطط السهمي: ضع قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم سهماً من قيم س في المجال

إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.



المجال هو: $\{٥، ٤، ٢-\}$ ، والمدى هو: $\{٣، ٢، ٦-\}$

$$(٢) \{(٣، ٢-)، (٥-، ٠)، (٤، ١-)، (٧-، ٥)\}$$

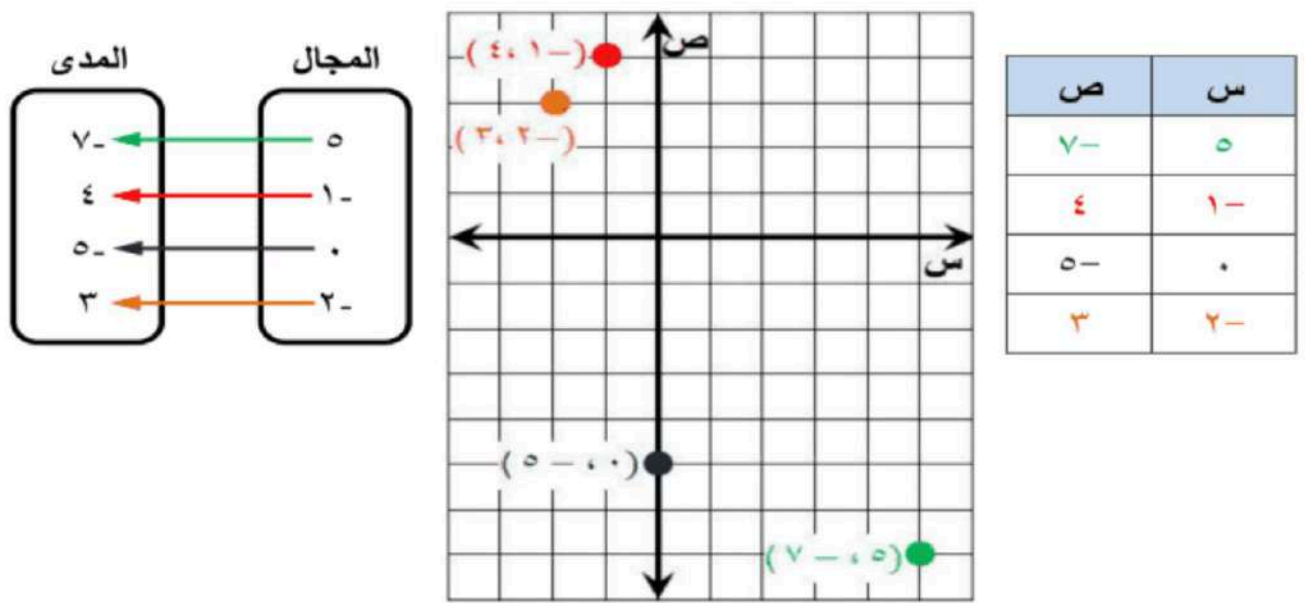
الحل:

الجدول: اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

التمثيل البياني: مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.

المخطط السهمي: ضع قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم سهماً من قيم س في المجال

إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.



المجال هو: $\{5, 0, 1, 2\}$ ، والمدى هو: $\{7, 4, 5, 3\}$

مثال ٢ حدّد كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلّ علاقة فيما يأتي:

(٣) زيادة درجة حرارة مُركَّب داخل وعاء محكم الإغلاق تزيد من الضغط داخل الوعاء.
الحل:

درجة حرارة المركب متغير مستقل، لأنها لا تتأثر بالضغط داخل الوعاء، أما الضغط داخل الوعاء فيكون متغيراً تابعاً، لأن مقداره يعتمد على درجة حرارة المركب.

(٤) يشتري جمال بطاقات له ولأصدقائه لدخول حديقة الحيوان، وكلما اشترى بطاقات أكثر كان المبلغ المدفوع أكبر.
الحل:

عدد بطاقات الدخول متغير مستقل، لأنها لا تتأثر بالمبلغ المدفوع، أما المبلغ المدفوع فيكون متغيراً تابعاً، لأن مقداره يعتمد على عدد بطاقات الدخول.

(٥) يجري محل تجاري تخفيضات على سلعة. وكلما ازدادت المبيعات كان ربحه أكثر.

الحل:

المبيعات متغير مستقل، لأنها لا تتأثر بالربح، أما الربح فيكون متغيراً تابعاً، لأن مقداره يعتمد على المبيعات

مثال ٣ صف كلاً من التمثيلين البيانيين الآتيين:

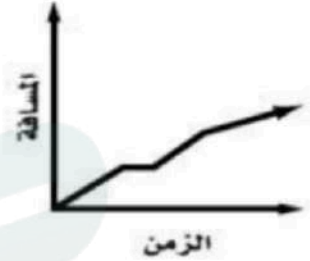
٦) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات شركة عبر الإنترنت.



الحل:

بصورة عامة تزداد المبيعات بثبات، مع وجود فترتين تتناقص المبيعات في إحداها وتبقى ثابتة في الأخرى.

٧) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها ياسر في أثناء الجري.



الحل:

بدأ ياسر بالجري، ثم توقف لفترة زمنية قصيرة، ثم تابع بالسرعة نفسها. وأخيراً خفف من سرعته قليلاً.

رقم الصفحة في الكتاب ٥٣

تدرب وحل المسائل

مثال ١ مثل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانيًا، وبمخطط سهمي، ثم حدّد كلاً من مجالها ومداه:

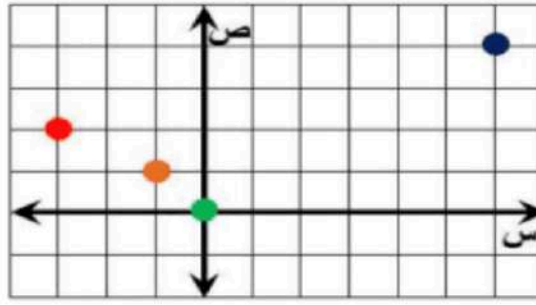
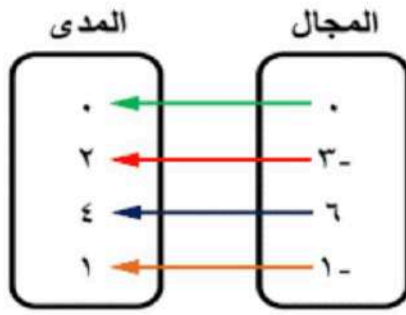
$$٨) \{(٠, ٠), (٢, ٣), (٤, ٦), (١, -١)\}$$

الحل:

الجدول: اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

التمثيل البياني: مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.

المخطط السهمي: ضع قائمة لقيم x في المجال وقيم y في المدى. وارسم سهماً من قيم x في المجال إلى قيم y التي تقابلها في المدى.



ص	س
0	0
2	3-
4	6
1	1-

المجال هو: $\{0, 3-, 6, 1-\}$ ، والمدى هو: $\{0, 2, 4, 1\}$

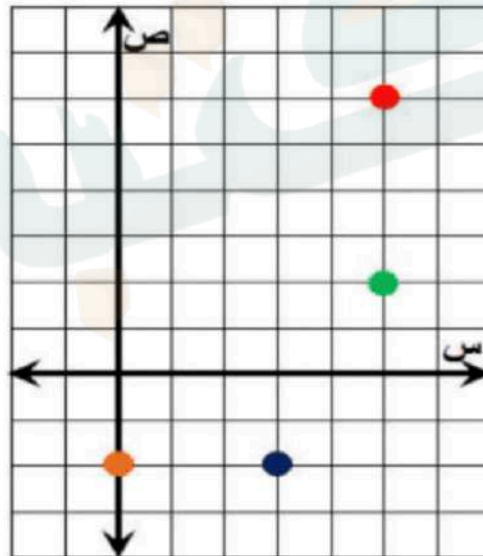
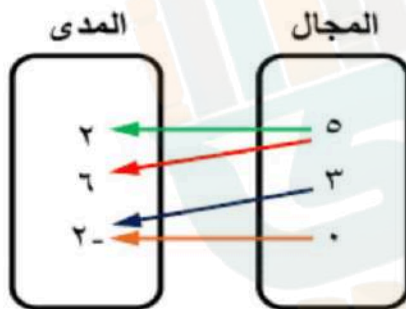
٩) $\{(2-, 0), (2-, 3), (6, 0), (2, 0)\}$

الحل:

الجدول: اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

التمثيل البياني: مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.

المخطط السهمي: ضع قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم سهماً من قيم س في المجال إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.



ص	س
2	5
6	3
2-	0
2-	0

المجال هو: $\{5, 3, 0\}$ ، والمدى هو: $\{2, 6, 2-\}$

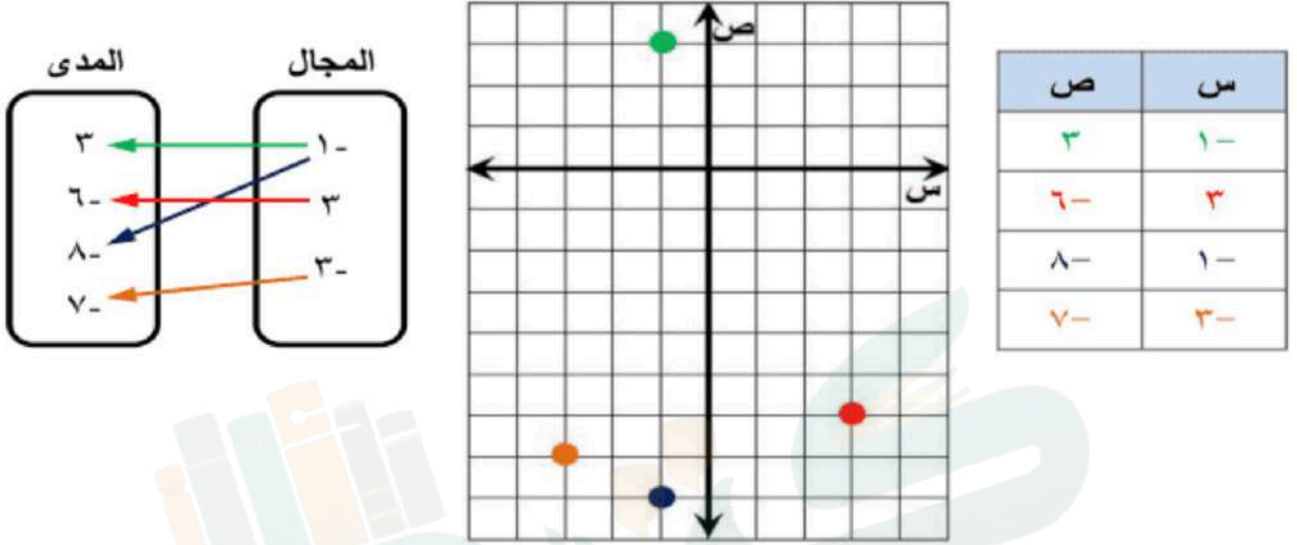
$$(١٠) \{(٧-، ٣-)، (٨-، ١-)، (٦-، ٣)، (٣، ١-)\}$$

الحل:

الجدول: اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

التمثيل البياني: مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.

المخطط السهمي: ضع قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم سهماً من قيم س في المجال إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.



المجال هو: $\{٣، ١-، ٣-\}$ ، والمدى هو: $\{٣، ٦-، ٧-، ٨-\}$

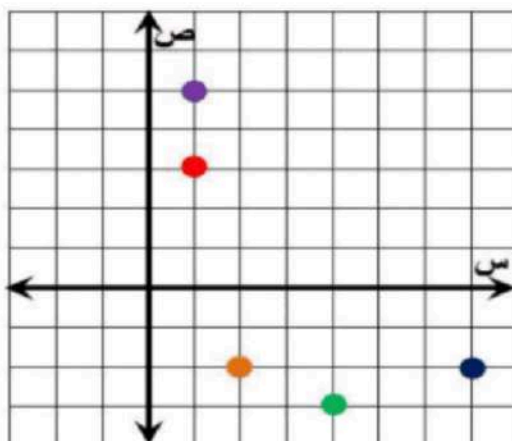
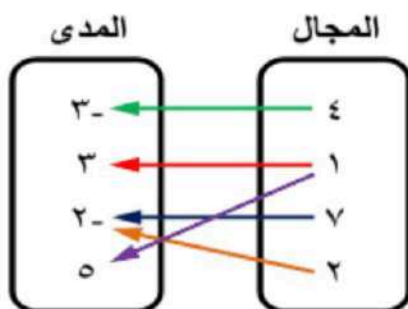
$$(١١) \{(٥، ١)، (٢-، ٢)، (٢-، ٧)، (٣، ١)، (٣-، ٤)\}$$

الحل:

الجدول: اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

التمثيل البياني: مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.

المخطط السهمي: ضع قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم سهماً من قيم س في المجال إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.



ص	س
3-	4
3	1
2-	7
2-	2
5	1

المجال هو: $\{1, 2, 4, 7\}$ ، والمدى هو: $\{3-, 3, 2-, 5\}$

مثال ٢ حدّد كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلّ علاقة فيما يأتي:

(١٢) أقام النادي المدرسي غداءً مشتركاً، إذ يحضر كل عضو طبق طعام أو حلوى. وكلما ازداد عدد المشاركين، زادت كمية الطعام.

الحل:

عدد الطلاب الذين حضروا الغداء المشترك متغير مستقل، لأنه لا يتأثر بكمية الطعام، أما كمية الطعام في الغداء المشترك فتكون متغيراً تابعاً، لأن مقدارها يعتمد على عدد الطلاب الذين حضروا الغداء المشترك.

(١٣) إذا قاد محمد سيارته بصورة أسرع، فإنه يستغرق وقتاً أطول للوقوف التام.

الحل:

سرعة السيارة متغير مستقل، لأنها لا تتأثر بالزمن اللازم لتقف السيارة، أما الزمن اللازم لتقف السيارة فيكون متغيراً تابعاً، لأن مقداره يعتمد على سرعة السيارة.

(١٤) يزيد التدخين من احتمال التعرض للإصابة بداء السكري من النوع الثاني.

مثال ٣ صف كل تمثيل بياني فيما يأتي:

(١٥) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات محل للأدوات الرياضية.

الحل:

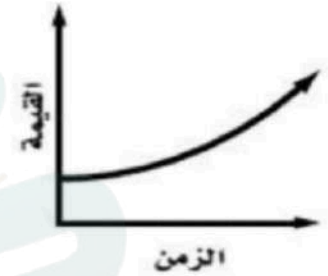
يشير التمثيل البياني إلى زيادة مبيعات الأدوات الرياضية، ثم ثباتها لفترة، ثم زيادتها بصورة حادة، ثم ثباتها مرة أخرى، ثم نقصانها بحدّة، ثم يستمر نقصانها تدريجياً إلى أن عادت إلى مستوى المبيعات في بداية التمثيل البياني.



(١٦) يوضح التمثيل البياني أدناه قيمة لوحة فنية نادرة.

الحل:

تزداد قيمة اللوحة بسرعة عالية.



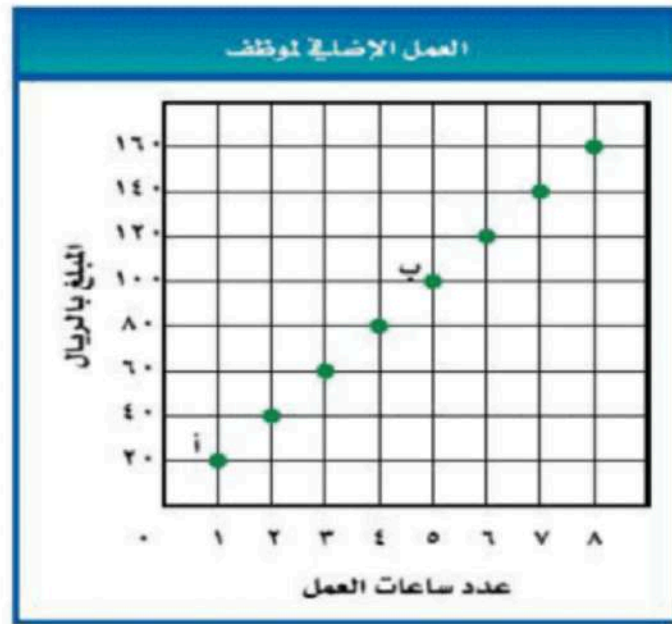
(١٧) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها سيارة.

الحل:

تحركت سيارة ثم توقفت، ثم تحركت بسرعة، بعدها توقفت السيارة للمرة الثانية، ثم واصلت الحركة.



استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ١٨ - ٢٠:



١٨) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ، وبيّن ماذا يمثل.

الحل:

إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ هي (١ ، ٢٠).

يحصل الموظف على ٢٠ ريال مقابل ساعة عمل إضافية واحدة.

١٩) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب، وبيّن ماذا يمثل.

الحل:

إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب هي (٥ ، ١٠٠).

يحصل الموظف على ١٠٠ ريال مقابل خمس ساعة عمل إضافية.

٢٠) عيّن كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

الحل:

المتغير المستقل: عدد ساعات العمل الإضافية.

المتغير التابع: المبلغ الذي يحصل عليه الموظف.

استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ٢١ - ٢٣:



(٢١) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ج، وبيّن ماذا يمثل.
الحل:

إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ج هي (٣ ، ٢).
قيمة المبيعات عام ١٤٢٣ هـ كانت مليوني ريال.

(٢٢) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة د، وبيّن ماذا يمثل.
الحل:

إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة د هي (٥ ، ٦).
قيمة المبيعات عام ١٤٢٥ هـ كانت ستة ملايين ريال.

(٢٣) عيّن كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.
الحل:

المتغير المستقل: العام.

المتغير التابع: قيمة المبيعات السنوية.

مثّل كل علاقة فيما يأتي في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة، وحدّد كلّاً من مجالها ومداهما:

(٢٤)

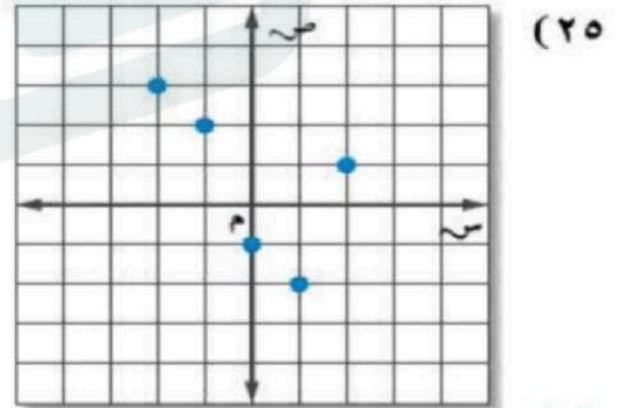
أسعار السمك	
الكتلة (كجم)	السعر (ريال)
١	٢٥
٢	٥٠
٥	١٢٥
٨	١٥٠

الحل:

$$\{(1, 25), (2, 50), (5, 125), (8, 150)\}$$

المجال: $\{1, 2, 5, 8\}$

المدى: $\{25, 50, 125, 150\}$



الحل:

$$\{(1, 2), (2, 1), (1, 0), (2, 1), (3, 2)\}$$

المجال: $\{1, 2, 3\}$

المدى: $\{0, 1, 2\}$

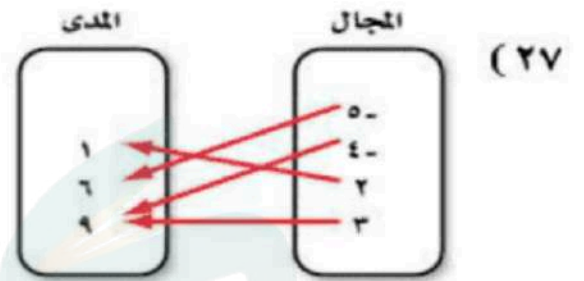
مثّل كل علاقة فيما يأتي بمجموعة أزواج مرتبة:

(٢٦)

ص	س
١-	٤
٩	٨
٦-	٢-
٣-	٧

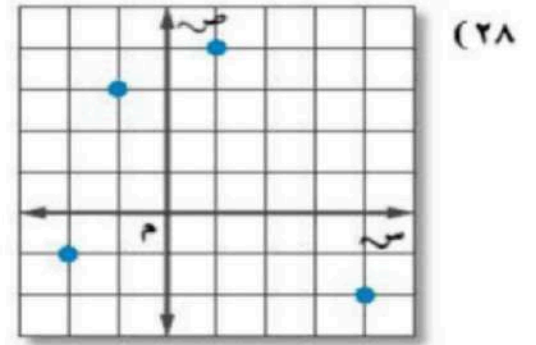
الحل:

$$\{(٣- , ٧) , (٦- , ٢-) , (٩ , ٨) , (١- , ٤)\}$$



الحل:

$$\{(٩ , ٣) , (١ , ٢) , (٩ , ٤-) , (٦ , ٥-)\}$$



الحل:

$$\{(١- , ٢-) , (٣ , ١-) , (٤ , ١) , (٢- , ٤)\}$$

(٢٩) **رياضة تنافسية:** بناءً على المعلومات المكتوبة إلى اليمين، أي التمثيلات الآتية هي أفضل تمثيل للسباق التنافسي الثلاثي؟ ولماذا؟

الربط مع الحياة

ترياثلون سباق ثلاثي، وهو أشبه بالماراثون، يبدأ بالسباحة، ثم ركوب الدراجات، وينتهي بالجري، بحيث يفصل بين كل مرحلة وأخرى فترة تبادل الملابس والأحذية بحسب المرحلة التالية

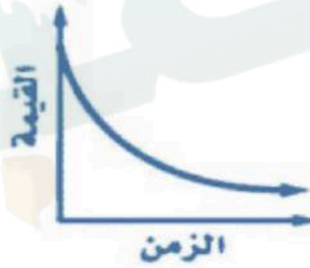
الحل:

التمثيل ب هو أفضل تمثيل للسباق التنافسي الثلاثي، حيث يشير إلى فترتي توقف يقوم بها الرياضي استعداداً للحدث القادم.

مثل كل موقف فيما يأتي بيانياً :

(٣٠) **سيارة:** تنخفض قيمة سيارة بصورة كبيرة في السنوات القليلة الأولى لإنتاجها.

الحل:



(٣١) **رياضة:** يتنقل رياضي بين الجري والمشي خلال التدريب.

الحل:



(٣٢) علم الأحياء: يحتوي جسم الشخص البالغ على ٢ كيلوجرام ماء تقريباً لكل ٣ كيلوجرامات من كتلة جسمه. ويمكن تمثيل ذلك بالمعادلة $و = ٢ \left(\frac{ج}{٣}\right)$ ، حيث تمثل (و) كتلة الماء في الجسم، وتمثل (ج) كتلة الجسم.

(أ) كوّن جدولاً يوضح العلاقة بين كتلة الجسم وكتلة الماء لأشخاص كتلتهم: ٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠ كيلوجراماً، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضرورياً.

الحل:

كتلة الجسم (ج)	٨٠	٧٥	٧٠	٦٥	٦٠	٥٥	٥٠
كتلة الماء و = $٢ \left(\frac{ج}{٣}\right)$	٥٣,٣	٥٠	٤٦,٧	٤٣,٣	٤٠	٣٦,٦	٣٣,٣

(ب) حدّد كلّاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

الحل:

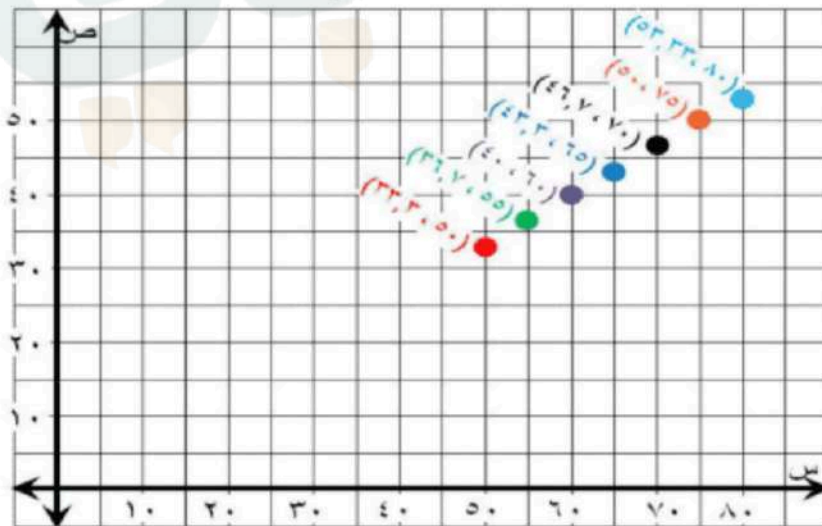
المتغير المستقل: كتلة الجسم (ج). المتغير التابع: كتلة الماء في الجسم (و).

(ج) حدّد كلّاً من المجال والمدى، ثمّ مثل العلاقة بيانياً.

الحل:

المجال: {٨٠، ٧٥، ٧٠، ٦٥، ٦٠، ٥٥، ٥٠}

المدى: {٥٣,٣، ٥٠، ٤٦,٧، ٤٣,٣، ٤٠، ٣٦,٦، ٣٣,٣}



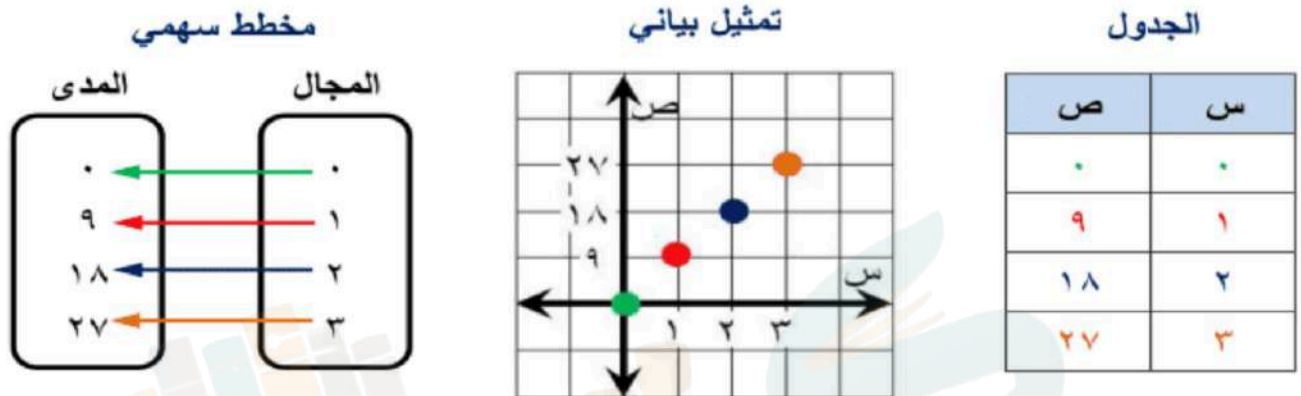
(٣٣) **سألة مفتوحة:** صف موقعاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بعلاقة، وبين كيف تعتمد إحدى الكميتين في العلاقة على الأخرى، ثم مثل هذه العلاقة بثلاث طرائق مختلفة.

الحل:

عدد بطاقات المسرح المباعة والتمن الكلي للبطاقات يمكن أن يُمثل بعلاقة، إذ يعتمد التمن الكلي للبطاقات على عدد البطاقات المباعة.

$$\{(0, 0), (9, 1), (18, 2), (27, 3)\}$$

تمثيل العلاقة بثلاث طرائق مختلفة:



(٣٤) **تحذّر:** صف موقعاً من واقع الحياة يحتوي على عدد سالب في المجال أو في المدى.

الحل:

في بعض الدول يكون متوسط درجات الحرارة سالباً في فصل الشتاء، حيث أن فصل الشتاء يمثل المجال ومتوسط درجات الحرارة يمثل المدى.

(٣٥) **اكتب:** استعمل البيانات حول ضغط الماء الواردة في بداية الدرس لتوضيح الفرق بين المتغيرات المستقلة والتابعة.

الحل: تعتمد قيمة المتغير التابع على قيمة المتغير المستقل.

عمق الماء متغير مستقل، لأنه لا يتأثر بالضغط تحت الماء، أما **الضغط تحت الماء فيكون متغيراً تابعاً،** لأن مقداره يعتمد عمق الماء.

(٣٦) أي العبارات الآتية تكافئ العبارة : $٦(٣ - ج) + ٢(١١ - ج)$ ؟

- (أ) $٢(٢٠ - ج)$ (ب) $٨(١٤ - ج)$ (ج) $٨(٥ - ج)$ (د) $٤٠ - ج$
- الحل:** الإجابة الصحيحة **ج** ، شرح الحل:

$$٦(٣ - ج) + ٢(١١ - ج) = ١٨ - ٦ج + ٢٢ - ٢ج$$

$$= ٤٠ - ٨ج$$

$$= ٨(٥ - ج)$$

خاصية التوزيع

بسط

اخراج ٨ عامل مشترك

مراجعة تراكمية

رقم الصفحة في الكتاب ٥٥

حل كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض $\{١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$: (الدرس ١ - ١)

(٣٧) $٤٢ = ٦(٥ + س)$

الحل:

عوض عن **س** في المعادلة $٤٢ = ٦(٥ + س)$ بجميع قيم مجموعة التعويض.

بما أن المعادلة صحيحة عندما **س = ٢**، فإن حل

المعادلة $٤٢ = ٦(٥ + س)$ هو **س = ٢**

وتكون مجموعة الحل: **{٢}**

(٣٨) $١١ + س = ١٥$

الحل:

عوض عن **س** في المعادلة $١١ + س = ١٥$ بجميع قيم مجموعة التعويض.

بما أن المعادلة صحيحة عندما **س = ٤**، فإن حل

المعادلة $١١ + س = ١٥$ هو **س = ٤** وتكون

مجموعة الحل: **{٤}**

س	$٤٢ = ٦(٥ + س)$	صحيح أم خطأ؟
١	$٤٢ = ٦(٥ + ١)$	خطأ
٢	$٤٢ = ٦(٥ + ٢)$	صحيح
٣	$٤٢ = ٦(٥ + ٣)$	خطأ
٤	$٤٢ = ٦(٥ + ٤)$	خطأ
٥	$٤٢ = ٦(٥ + ٥)$	خطأ

س	$١١ + س = ١٥$	صحيح أم خطأ؟
١	$١١ + ١ = ١٥$	خطأ
٢	$١١ + ٢ = ١٥$	خطأ
٣	$١١ + ٣ = ١٥$	خطأ
٤	$١١ + ٤ = ١٥$	صحيح
٥	$١١ + ٥ = ١٥$	خطأ

$$٢ + \frac{٤٥}{و} = ١٧ \quad (٣٩)$$

الحل:

عوض عن $و$ في المعادلة $٢ + \frac{٤٥}{و} = ١٧$ بجميع قيم مجموعة التعويض.

بما أن المعادلة صحيحة عندما $و = ٣$ ، فإن حل المعادلة $٢ + \frac{٤٥}{و} = ١٧$ هو $و = ٣$ وتكون مجموعة الحل: $\{٣\}$

و	$٢ + \frac{٤٥}{و} = ١٧$	صحيح أم خطأ؟
١	$٢ + \frac{٤٥}{١} = ١٧$	خطأ
٢	$٢ + \frac{٤٥}{٢} = ١٧$	خطأ
٣	$٢ + \frac{٤٥}{٣} = ١٧$	صحيح
٤	$٢ + \frac{٤٥}{٤} = ١٧$	خطأ
٥	$٢ + \frac{٤٥}{٥} = ١٧$	خطأ

(٤٠) حل المعادلة: $|٣ - س| = ٣$. (الدرس ١-٥)

الحل:

المعادلة الأصلية

$$٣ = |٣ - س|$$

الحالة ٢

$$٣ - س = ٣ - ٣$$

$$٣ - س = ٠$$

$$س = ٣$$

الحالة ١

$$٣ = ٣ - س$$

$$٣ + س = ٣ + ٣$$

$$س = ٠$$

أضف ٣ إلى كلا الطرفين

بسط

(٤١) حل المعادلة $٣س = ٦س - ٦$. (الدرس ١-٤)

الحل:

المعادلة الأصلية

$$٣س = ٦س - ٦$$

اطرح ٣س من كلا الطرفين

$$٣س - ٣س = ٦س - ٦س - ٦$$

بسط

$$٠ = ٠ - ٦$$

أضف ٦ إلى كلا الطرفين

$$٠ + ٦ = ٠ - ٦ + ٦$$

بسط

$$٦ = ٠$$

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$\frac{٦}{٣} = \frac{٠}{٣}$$

بسط

$$٢ = ٠$$

مهارة سابقة :

أوجد ناتج كلا مما يأتي:

$$(٤٢) \quad ٤ + ٢(٢)٣$$

الحل:

$$٤ = ٢(٢) \quad ٤ + (٤)٣ = ٤ + ٢(٢)٣$$

$$\text{اضرب} \quad ٤ + ١٢ =$$

$$\text{اجمع} \quad ١٦ =$$

$$\text{-----}$$
$$(٤٣) \quad ٣ \times ٥ + ٢$$

الحل:

$$\text{اضرب} \quad ١٥ + ٢ = ٣ \times ٥ + ٢$$

$$\text{اجمع} \quad ١٧ =$$

$$\text{-----}$$
$$(٤٤) \quad ٢[(١-٢) \times ٥]$$

الحل:

$$١ = ٢(١) \quad ٢[(١) \times ٥] = ٢[(١-٢) \times ٥]$$

$$\text{اضرب} \quad ٢[٥] =$$

$$٢٥ = ٢(٥) \quad ٢٥ =$$

الدوال

٢ - ٢

تحقق من فهمك



١) هل تشكل العلاقة الآتية دالة؟ فسّر ذلك.
 $\{(٢, ١), (٣, ٢), (٣, ١), (٢, ٢)\}$

الحل:

ليست دالة، لأن العنصر ٢ في المجال ارتبط بالعنصرين ١ ، ٢- في المدى. أو لأن العنصر ٣ في المجال ارتبط بالعنصرين ٢- ، ١ في المدى.



(٢) يتسع وعاء لـ ٣ كجم من الحبوب، وكتلته وهو فارغ ١,٣ كجم، وكتلته وهو ممتلئ ٤,٣ كجم.
(أ) كوّن جدولاً يبين كتلة الوعاء عندما يحتوي على: ٠, ١, ٢, ٣ كيلوجرامات من الحبوب، على الترتيب.

الحل:

٣	٢	١	٠	كمية الحبوب
٤,٣	٣,٣	٢,٣	١,٣	الكتلة

(ب) حدّد كلاً من: مجال الدالة ومداها.

الحل:

مجال الدالة هو: $\{٠, ١, ٢, ٣\}$

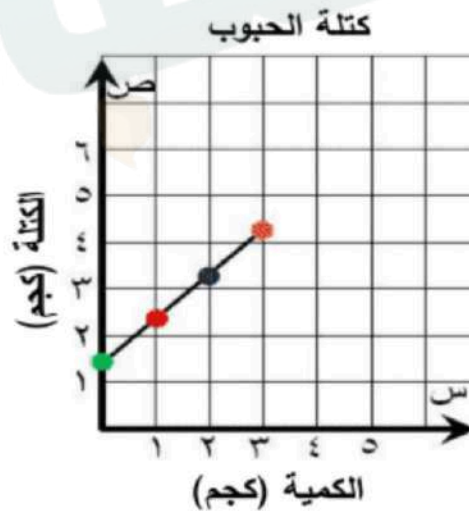
مدى الدالة هو: $\{١,٣, ٢,٣, ٣,٣, ٤,٣\}$

(ج) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانياً.

الحل:

بناءً على الجدول، وبما أن كمية الحبوب متغير مستقل والكتلة متغير تابع، لذا فالأزواج المرتبة هي:

$(٠, ١,٣)$ ، $(١, ٢,٣)$ ، $(٢, ٣,٣)$ ، $(٣, ٤,٣)$



(د) بين ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر ذلك.

الحل:

الدالة متصلة، لأنها تُمثل بخط دون انقطاع.

هل تمثل كل معادلة فيما يأتي دالة؟

١٣ (أ) $٨ = ٤س$

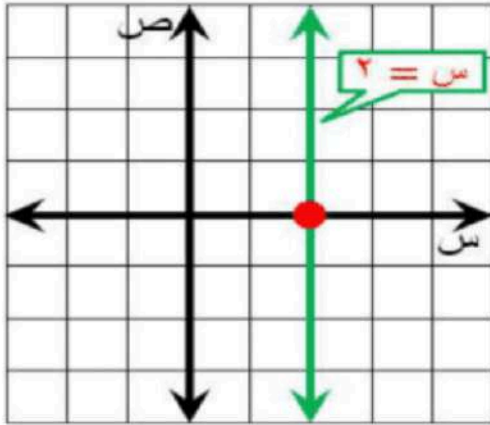
الحل:

يمكن كتابة المعادلة بالشكل:

المعادلة الأصلية $٨ = ٤س$

اقسم كلا الطرفين على ٤ $\frac{٨}{٤} = \frac{٤س}{٤}$

بسط $٢ = س$



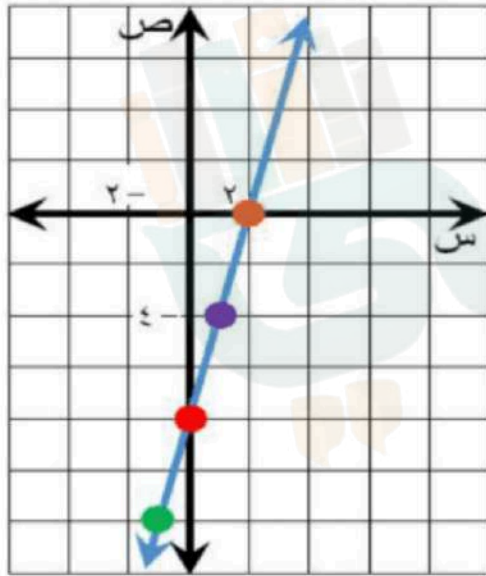
المعادلة ليست دالة، لأن التمثيل البياني للمعادلة لا يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أن الخط الرأسي يمر بأكثر من نقطة على التمثيل البياني، فعندما $س = ٢$ فإن $ص =$ مجموعة الأعداد الحقيقية.

٣ (ب) $٨ + ص = ٤س$

الحل:

يمكن كتابة المعادلة بالشكل: $٤س - ص = ٨$ كـ جدولاً للقيم، ثم مثل المعادلة.

س	١	٠	١
ص	٤	٨	١٢



المعادلة تمثل دالة، لأن التمثيل البياني للمعادلة يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أنه لا يمكن لأي خط رأسي أن يقطع التمثيل البياني بأكثر من نقطة.



أوجد القيم الآتية للدالة: د(س) = ٣ - ٢س .
(١٤) د(١)

الحل:

$$\begin{array}{rcl} \text{د(١)} & = & ٣ - (١)٢ \\ & = & ٣ - ٢ \\ & = & ١ \end{array}$$

س = ١

اضرب

اجمع

٤ب) ٦ - د(٥)

الحل:

$$\begin{array}{rcl} \text{٦ - د(٥)} & = & [٣ - (٥)٢] - ٦ \\ & = & [٣ - ١٠] - ٦ \\ & = & [٧] - ٦ \\ & = & ١ \end{array}$$

س = ٥

اضرب

بسط

اطرح

٤ج) د(١ -) + د(٢)

الحل:

$$\begin{array}{rcl} \text{د(١ -) + د(٢)} & = & [٣ - (٢)٢] + [٣ - (١ -)٢] \\ & = & [٣ - ٤] + [٣ - ٢ -] \\ & = & ١ + ٥ \\ & = & ٤ \end{array}$$

س = ١ - ، س = ٢

اضرب

بسط

اطرح



إذا كان د(ت) = ٢ت^٣، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

(١٥) د(٤)

الحل:

$$\begin{array}{rcl} \text{د(٤)} & = & ٢(٤)٣ \\ & = & ٦٤ \times ٢ \\ & = & ١٢٨ \end{array}$$

ت = ٤

$$٦٤ = ٤ \times ٤ \times ٤ = ٢(٤)٣$$

اجمع

$$\text{هـ ب) } 2 + [3(d(t))]$$

الحل:

$$3[d(t)] = 2 + [3(2t)] \quad 3(2t) = 2 + [3(2t)]$$

اضرب

$$2 + 3(2t) =$$

$$\text{هـ ج) } d(3) - d(1)$$

الحل:

$$d(3) - d(1) = [3(3)] - [3(1)] = 9 - 3 = 6$$

$$[3(3)] - [3(1)] =$$

$$9 - 3 =$$

$$6 =$$

$$t = 3, s = 1$$

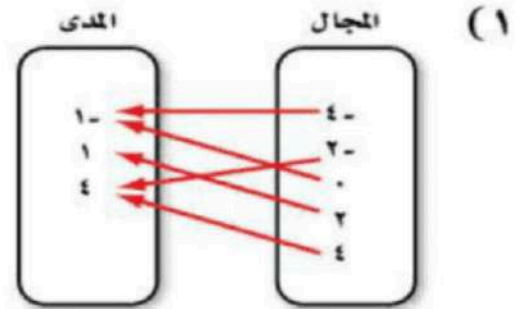
حساب القوى

اضرب

بسط



المثالان ٣، ١ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا ؟ فسّر إجابتك.



الحل:

المخطط السهمي يمثل دالة، لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.

(٢)

المجال	المدى
٢	٦
٥	٧
٦	٩
٦	١٠

الحل:

هذه العلاقة ليست دالة، لأن العنصر ٦ في المجال يرتبط بالعنصرين ٩، ١٠ في المدى.

(٣) $\{(4, 2), (2, 5), (5, 1), (2, 2)\}$

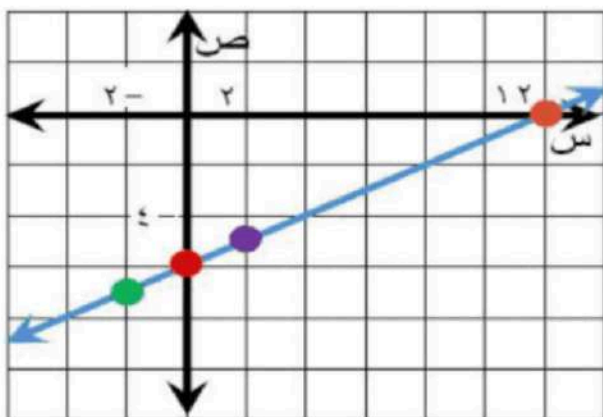
الحل:

هذه العلاقة ليست دالة، لأن العنصر ٢ في المجال يرتبط بالعنصرين ٤، ٥ في المدى.

(٤) ص = $\frac{1}{4}$ س - ٦

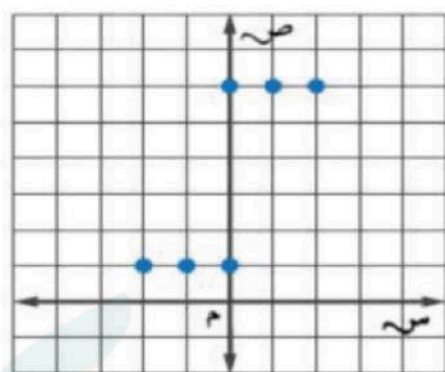
الحل:

كوّن جدولاً للقيم، ثم مثل المعادلة.



س	ص	٢	٠	٢	١٢
ص	س	٧	٦	٥	٠

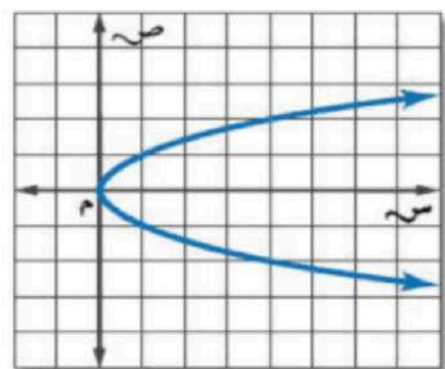
المعادلة تمثل دالة، لأن التمثيل البياني للمعادلة يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أنه لا يمكن لأي خط رأسي أن يقطع التمثيل البياني بأكثر من نقطة.



(٥)

الحل:

هذه العلاقة ليست دالة، لأن التمثيل البياني لا يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أن الخط الرأسي يمر بأكثر من نقطة على التمثيل البياني، فعندما $s = 0$ فإن $v = 1, 2, 3, 4, 5$.



(٦)

الحل:

هذه العلاقة ليست دالة، لأن التمثيل البياني لا يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أن الخط الرأسي يمر بأكثر من نقطة على التمثيل البياني.

مثال ٢ (٧ حج): يبيّن الجدول الآتي عدد حجاج الداخل مقربًا إلى أقرب ألف:

العام	١٤٣٥ هـ	١٤٣٦ هـ	١٤٣٧ هـ	١٤٣٨ هـ
عدد حجاج الداخل بالآلاف	٣٤٠	٢٠٨	٢٠٧	٦٠٠

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء stats.gov.sa

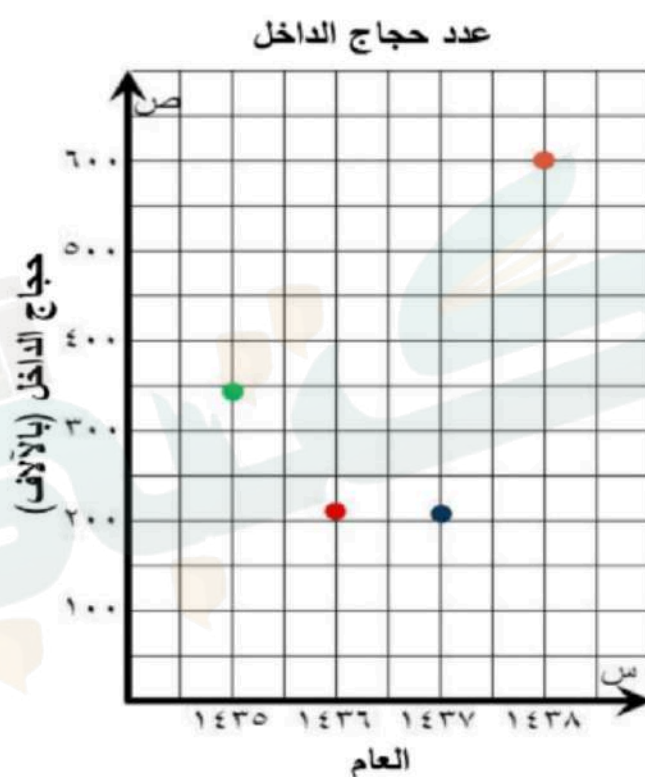
(أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة بدءًا من العام ١٤٣٥ هـ.

الحل:

(٦٠٠ ، ١٤٣٨) ، (٢٠٧ ، ١٤٣٧) ، (٢٠٨ ، ١٤٣٦) ، (٣٤٠ ، ١٤٣٥)

(ب) مثل العلاقة التي تربط السنوات بعدد حجاج الداخل بيانيًا.

الحل:



(ج) ما مجال هذه العلاقة؟ وما مداها؟

الحل:

المجال: هو العام، **والمدى:** عدد حجاج الداخل.

المثالان ٤ ، ٥ إذا كان د (س) = ٦س + ٧، هـ (س) = س^٢ - ٤، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

(أ) د(٣)

الحل:

$$س = ٣ -$$

$$د(٣ -) = ٧ + (٣ -)٦$$

اضرب

$$7 + 18 =$$

اجمع

$$11 =$$

(٩) د (م)

الحل:

س = م

$$7 + (م) ٦ = (م) د$$

اضرب

$$7 + م ٦ =$$

(١٠) د (ر-٢)

الحل:

س = -٣

$$7 + (٢ - ر) ٦ = (٢ - ر) د$$

خاصية التوزيع

$$7 + ١٢ - ر ٦ =$$

بسط

$$٥ - ر ٦ =$$

(١١) هـ (٥)

الحل:

س = ٥

$$٤ - ٢(٥) = (٤) هـ$$

$$٢٥ = ٥ \times ٥ = ٢(٥)$$

$$٤ - ٢٥ =$$

اطرح

$$٢١ =$$

(١٢) هـ (أ)

الحل:

هـ = أ

$$٤ - ٢(أ) = (٤) هـ$$

بسط

$$٤ - ٢أ =$$

(١٣) هـ (-٤ ت)

الحل:

هـ = -٤ ت

$$٤ - ٢(-٤ ت) = (-٤ ت) هـ$$

$$٢١٦ = (-٤ ت)$$

$$٤ - ٢١٦ =$$

(١٤) د(ك + ١)

الحل:

$$س = ك + ١$$

خاصية التوزيع

بسط

$$د(ك + ١)٦ = ٧ + (ك + ١)٦$$

$$٧ + ٦ + ك٦ =$$

$$١٣ + ك٦ =$$

(١٥) د(٢) + هـ(٢-)

الحل:

عوض

حساب القوى

اضرب

بسط

$$د(٢) + هـ(٢-) = ٤ - ٢(٢-) + ٧ + (٢)٦$$

$$٤ - ٤ + ٧ + (٢)٦ =$$

$$٤ - ٤ + ٧ + ١٢ =$$

$$١٩ =$$

(١٦) هـ(ب-)

الحل:

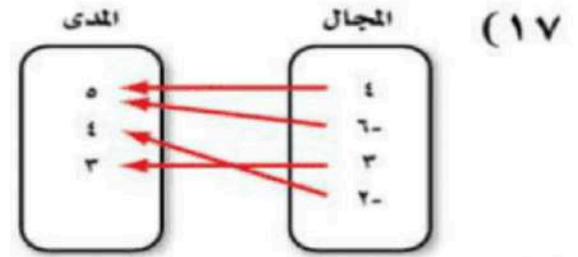
$$هـ = ب -$$

بسط

$$هـ(ب-) = ٤ - ٢(ب-)$$

$$٤ - ٢ب =$$

مثال ١ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسّر إجابتك.



الحل:

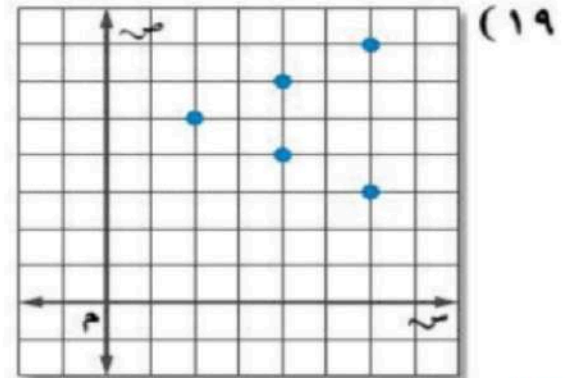
المخطط السهمي يمثل دالة، لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.

(١٨)

المدى	المجال
٦	٤
٣	٥-
٣-	٦
٥	٥-

الحل:

هذه العلاقة ليست دالة، لأن العنصر ٥- في المجال ارتبط بالعنصرين ٣، ٥ في المدى.



الحل:

هذه العلاقة ليست دالة، لأن التمثيل البياني لا يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أن الخط الرأسي يمر بأكثر من نقطة على التمثيل البياني.

مثال ٢ (٢٠ عقار: يبيّن الجدول المجاور متوسط سعر شقة في أحد أحياء مدينة الرياض من عام ١٤٣٦ هـ إلى ١٤٣٨ هـ.

السنة	السعر بالريال
١٤٣٦ هـ	١٦٩٩٠٠
١٤٣٧ هـ	١٩٤٩٠٠
١٤٣٨ هـ	٢٠٧٧٠٠

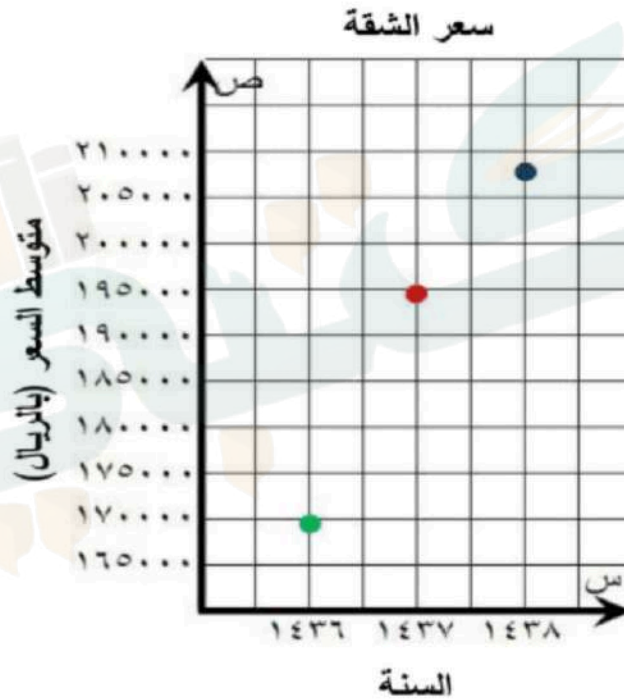
(أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة.

الحل:

(١٦٩٩٠٠ ، ١٤٣٦) ، (١٩٤٩٠٠ ، ١٤٣٧) ، (٢٠٧٧٠٠ ، ١٤٣٨)

(ب) مثل العلاقة بين السنة والسعر بيانيًا.

الحل:



(ج) ما مجال هذه البيانات؟ وما مداها؟

الحل:

المجال: هو السنة، **والمدى:** متوسط سعر الشقة.

مثال ٣ هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة؟

(٢١) $\{(١-،٠)، (١-،٨-)، (٧-،٦)، (٧-،٥)\}$

الحل:

هذه العلاقة **تمثل دالة**، لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.

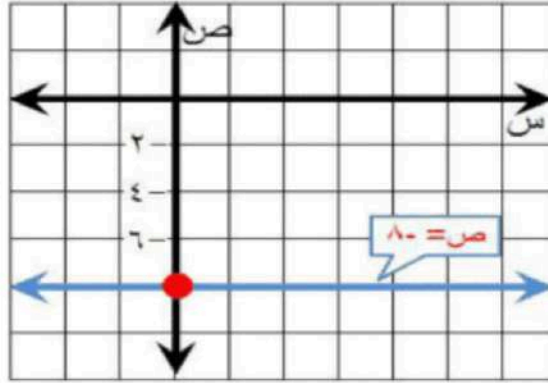
$$(٢٢) \{(٧, ٤), (٥, ٢-), (٢-, ٣), (٥, ٤)\}$$

الحل:

هذه العلاقة ليست دالة، لأن العنصر ٤ في المجال ارتبط بالعنصرين ٥، ٧ في المدى.

$$(٢٣) \text{ ص} = ٨ -$$

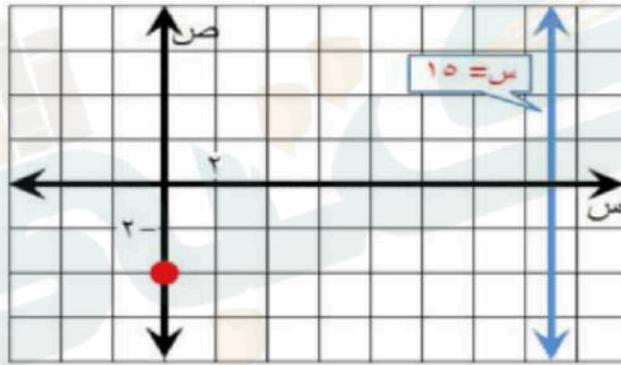
الحل:



المعادلة تمثل دالة، لأن التمثيل البياني للمعادلة يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أنه لا يمكن لأي خط رأسي أن يقطع التمثيل البياني بأكثر من نقطة.

$$(٢٤) \text{ س} = ١٥$$

الحل:



المعادلة ليست دالة، لأن التمثيل البياني للمعادلة لا يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أن الخط الرأسي يمر بأكثر من نقطة على التمثيل البياني، فعندما س = ٢ فإن ص = مجموعة الأعداد الحقيقية.

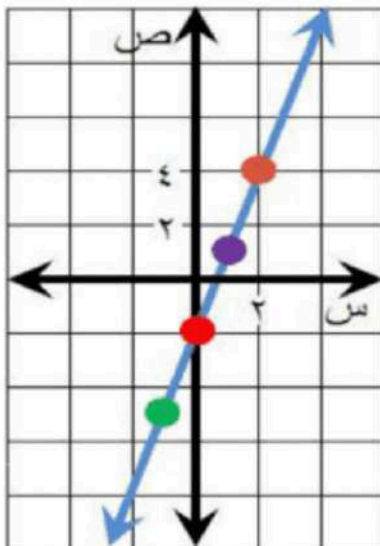
$$(٢٥) \text{ ص} = ٣\text{س} - ٢$$

الحل:

كوّن جدولاً للقيم، ثم مثل المعادلة.

س	١	٠	١-
ص	١	٢-	٥-

المعادلة تمثل دالة، لأن التمثيل البياني للمعادلة يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أنه لا يمكن لأي خط رأسي أن يقطع التمثيل البياني بأكثر من نقطة.

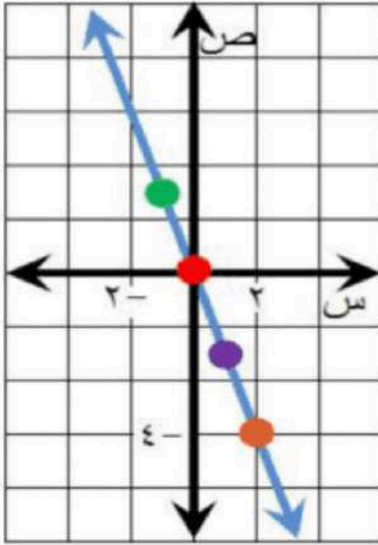


(٢٦) ص = ٣س + ٢ص

الحل:

يمكن كتابة المعادلة بالشكل: $٣س - ص = ٢$
كوّن جدولاً للقيم، ثم مثل المعادلة.

س	١-	٠	١	٢
ص	٣	٠	٣-	٦-



المعادلة تمثل دالة، لأن التمثيل البياني للمعادلة يحقق اختبار الخط الرأسي حيث نلاحظ أنه لا يمكن لأي خط رأسي أن يقطع التمثيل البياني بأكثر من نقطة.

المثالان ٤، ٥ إذا كان د(س) = ٢س - ٣، هـ(س) = ٥س + ٢، فأوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

(٢٧) د(١-) =

الحل:

$$\begin{aligned} \text{د(١-) } &= (١-)٢ - ٣ \\ &= ٢ - ٣ \\ &= ١- \end{aligned}$$

س = ١-
اضرب
اطرح

(٢٨) د(٦) =

الحل:

$$\begin{aligned} \text{د(٦) } &= (٦)٢ - ٣ \\ &= ١٢ - ٣ \\ &= ٩ \end{aligned}$$

س = ٦
اضرب
اطرح

(٢٩) هـ(٢) =

الحل:

$$\begin{aligned} \text{هـ(٢) } &= (٢)٥ + ٢(٢) \\ &= ١٠ + ٤ \\ &= ١٤ \end{aligned}$$

س = ٢
حساب القوى
اضرب
بسط

(٣٠) هـ (٦-م)

الحل:

س = ٦-م

حساب القوى

اضرب

$$\text{هـ } (٦-م) = (٦-م)^2 + ٥(٦-م)$$

$$= ٣٦م^2 + ٥(٦-م)$$

$$= ٣٦م^2 - ٥م$$

(٣١) د (٢+ر)

الحل:

س = ٢+ر

خاصية التوزيع

بسط

$$\text{د } (٢+ر) = (٢+ر)^2 - ٣$$

$$= ٢م^2 + ٤م - ٣$$

$$= ٢م^2 - ٧م$$

(٣٢) ٣ هـ (ن)

الحل:

س = ن

بسط

خاصية التوزيع

$$\text{٣ هـ } (ن) = [٣(ن) + ٥(ن)]$$

$$= ٣(٥ن + ٥)$$

$$= ٣(٥ن + ١٥)$$

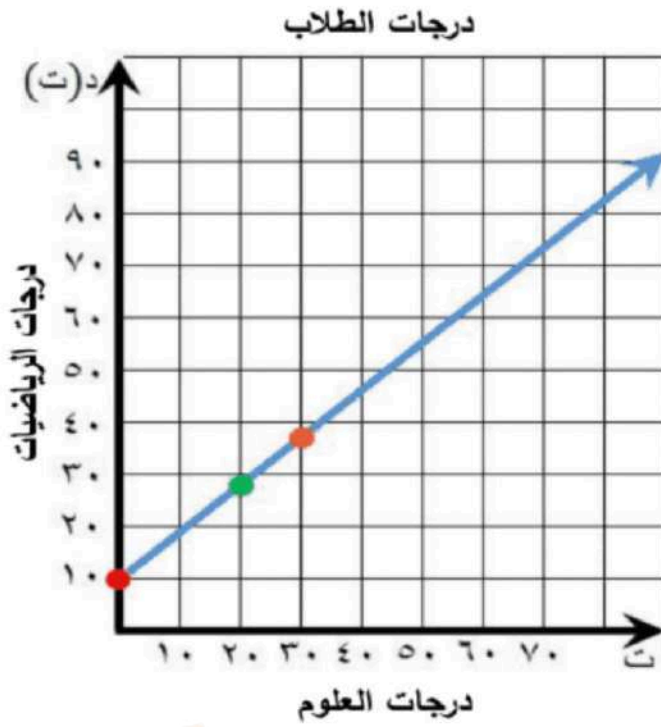
(٣٣) **تعليم:** مثل معلم معدل درجات طلابه في اختبار الرياضيات د(ت)، بدلالة درجاتهم في اختبار العلوم ت بالدالة: د(ت) = ٩ + ٠,٩ ت + ١٠.

(أ) مثل هذه الدالة بيانيًا.

الحل:

كوّن جدولاً للقيم، ثم مثل المعادلة.

٣٠	٢٠	٠	ت
٣٧	٢٨	١٠	د(ت)



(ب) ما درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠؟

الحل:

المعادلة الأصلية

$$د(ت) = ٩ + ٠,٩ ت + ١٠$$

$$عوض د(ت) = ١٠٠$$

$$١٠ + ٠,٩ ت = ١٠٠$$

اطرح ١٠ من كلا الطرفين

$$١٠ - ١٠ + ٠,٩ ت = ١٠٠ - ١٠$$

بسط

$$٠,٩ ت = ٩٠$$

اقسم كلا الطرفين على ٠,٩

$$\frac{٠,٩ ت}{٠,٩} = \frac{٩٠}{٠,٩}$$

بسط

$$ت = ١٠٠$$

درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠ هي ١٠٠

(ج) ما مجال هذه الدالة؟ وما مداها؟

الحل:

المجال: هو مجموعة درجات العلوم، **والمدى:** هو مجموعة درجات الرياضيات.

(٣٤) أمن: يتقاضى حارس أمن مبلغ ١٢,٥ ريالاً عن كل ساعة عمل.

أ) اكتب عبارة جبرية تبين ما يتقاضاه الحارس لقاء س ساعة عمل.

الحل:

العبارة الجبرية هي: ١٢,٥ س

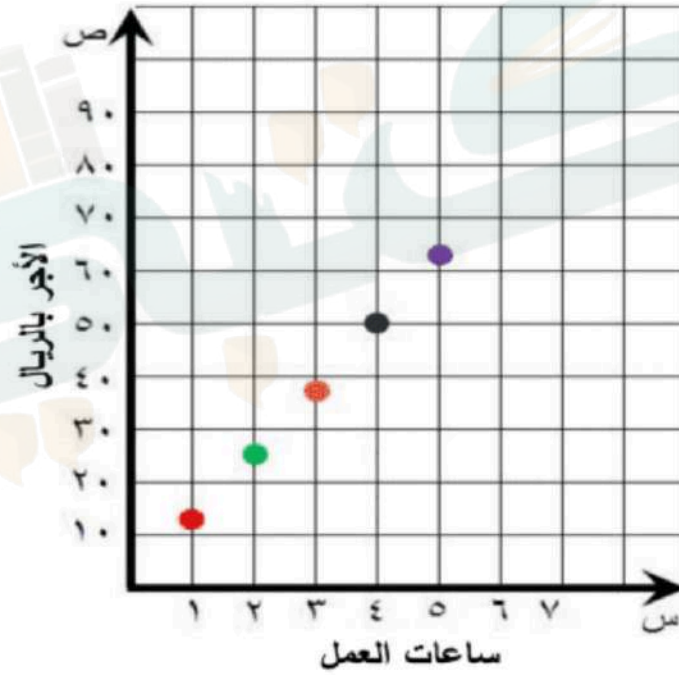
ب) اختر خمس قيم لعدد الساعات التي يمكن أن يعملها الحارس. وكون جدولاً بالساعات س، والمبلغ الذي يتقاضاه مقابلها.

الحل:

ساعات العمل	١	٢	٣	٤	٥
الأجر بالريال	١٢,٥	٢٨	٣٧,٥	٥٠	٦٢,٥

ج) مثل قيم الجدول بيانياً.

الحل:



د) هل يعد توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط مستقيم مقبولاً؟ برّر إجابتك.

الحل:

نعم، لأنه يمكن أن يُدفع للحارس عن أجزاء الساعة التي يعمل بها.

(٣٥) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. ثم مثلها بطريقة أخرى.

الحل:

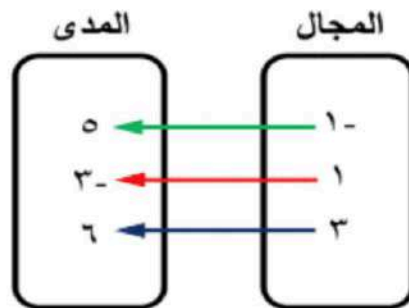
الأزواج الثلاثة التالية تمثل دالة:

$$\{(6, 3), (3, 1), (5, 1)\}$$

المخطط السهمي: ضع قائمة لقيم س في المجال

وقيم ص في المدى. وارسم سهماً من قيم س في

المجال إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.

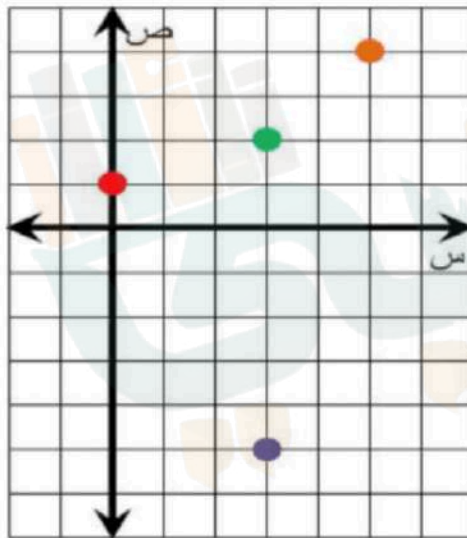


(٣٦) **تبرير:** تمثل مجموعة الأزواج المرتبة $\{(4, 5), (5, 3), (2, 3), (1, 0)\}$ علاقة بين المتغيرين س، ص. مثل هذه الأزواج المرتبة بيانياً، وحدد ما إذا كانت هذه العلاقة تمثل دالة أم لا، وفسر إجابتك.

الحل:

هذه العلاقة ليست دالة، لأن العنصر ٣ في المجال

ارتبط بالعنصرين ٢، ٥ في المدى.



(٣٧) **تحذّر:** إذا كان $9 = (1 - 3b)$ ، فاكتب عبارة تمثل د(س).

الحل:

أولاً: نوجد قيمة ب بدلالة س كما يلي:

$$3b = 1 - 9$$

أضف ١ إلى كلا الطرفين

بسط

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$3b + 1 = 1 - 9 + 1$$

$$3b = -9 + 1$$

$$\frac{3b}{3} = \frac{-8}{3}$$

$$\text{بسط} \quad \frac{1+s}{3} = \text{ب}$$

ثانياً: عوض ب $\frac{1+s}{3}$ في المعادلة $(3 - \text{ب}) = 9 - \text{ب} = 1$ كما يلي:

$$\text{عوض ب} \quad \frac{1+s}{3} = \text{ب} \quad \text{د (س)} = 1 - \left(\frac{1+s}{3} \right) 9 =$$

$$\text{بسط} \quad 1 - (1+s) 3 =$$

$$\text{خاصية التوزيع} \quad 1 - 3 + 3س =$$

$$\text{بسط} \quad 3س + 2 =$$

فيكون: **د (س) = 3س + 2**

٣٨) اكتب: استعمل المعلومات الواردة في بداية الدرس حول مسافة التوقف التام لتفسر كيف يمكن استعمال التمثيلات البيانية والدوال في المواقف الحياتية.

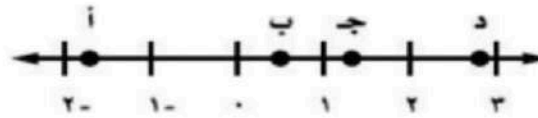
الحل:

يمكن استعمال الدوال في دراسات السلامة على الطرق لتحديد العلاقة بين سرعة السيارة ومسافة التوقف التام. ويمكن أن يساعد ذلك في تحديد السرعات، وقد تساعد هذه الدالة على فهم أسباب الحوادث.

رقم الصفحة في الكتاب ٦٢

تدريب على اختبار

٣٩) ما النقطة على خط الأعداد الآتي التي تمثل عددًا مربعًا أقل منه؟



جـ (جـ)

د (د)

أ (أ)

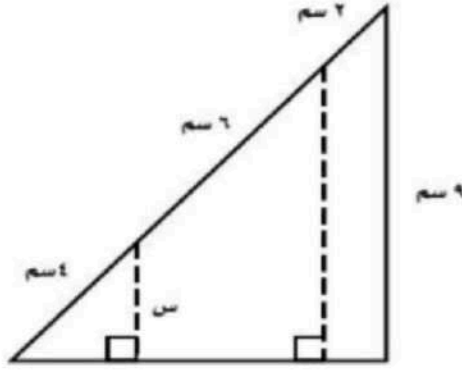
ب (ب)

الحل: الإجابة الصحيحة ب

شرح الحل:

جميع الأعداد التي بين ٠ و ١ مربعها أقل منها.

٤٠ هندسة: ما قيمة س؟



أ) ٣ سم.

ب) ٤ سم.

ج) ٥ سم.

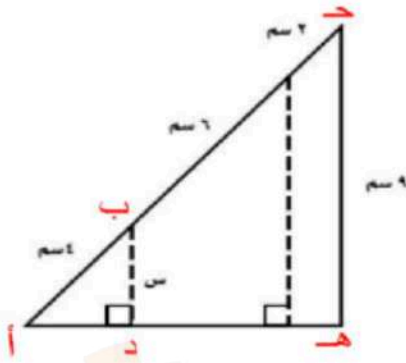
د) ٦ سم.

الحل: الإجابة الصحيحة أ

شرح الحل:

المثلث د ب أ يشابه المثلث هـ ج أ

أب يناظر أج و د ب يناظر ج هـ



اكتب التناسب

$$\frac{أب}{دب} = \frac{أج}{ج هـ}$$

$$\frac{س}{٩} = \frac{٤}{١٢}$$

$$\frac{س}{٩} (٩) = \frac{٤}{١٢} (٩)$$

$$س = \frac{٣٦}{١٢}$$

$$س = ٣$$

$$أب = ٤، أج = ٢ + ٦ + ٤ = ١٢، دب = س، ج هـ = ٩$$

اضرب كلا الطرفين في ٩

بسط

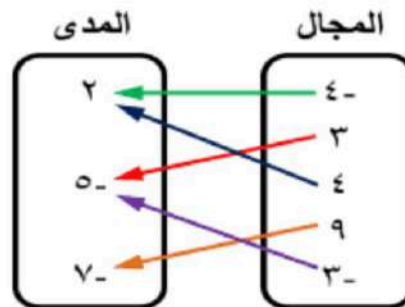
اقسم

رقم الصفحة في الكتاب ٦٢

مراجعة تراكمية

٤١ مثل العلاقة: $\{(٥-، ٣-)، (٧-، ٩)، (٢، ٤)، (٥-، ٣)، (٢، ٤-)\}$ بمخطط سهمي. (الدرس ١-٢)

الحل:



(٤٢) حل المعادلة $٣س - ٧ = ٨$. (الدرس ١-٤)

الحل:

المعادلة الأصلية	$٣س - ٧ = ٨$
أضف ٨ إلى كلا الطرفين	$٣س - ٧ + ٨ = ٨ + ٨$
بسط	$٣س = ١٥$
اقسم كلا الطرفين على ٣	$\frac{٣س}{٣} = \frac{١٥}{٣}$
بسط	$س = ٥$

حل كل معادلة مما يأتي: (الدرس ١-١)

(٤٣) $\frac{٣ + ٢٧}{١٠} = س$

الحل:

المعادلة الأصلية	$\frac{٣ + ٢٧}{١٠} = س$
اجمع	$\frac{٣٠}{١٠} = س$
اقسم	$٣ = س$

(٤٤) $\frac{٤ + ٢٣}{٥ - ٧} = م$

الحل:

المعادلة الأصلية	$\frac{٤ + ٢٣}{٥ - ٧} = م$
حساب القوى	$\frac{٤ + ٩}{٥ - ٧} = م$
بسط	$\frac{١٣}{٢} = م$

(٤٥) $٣٢ + ٤(-٣) = ع$

الحل:

المعادلة الأصلية	$٣٢ + ٤(-٣) = ع$
اضرب	$١٢ - ٣٢ = ع$
اطرح	$٢٠ = ع$

مهارة سابقة :

حل كل معادلة مما يأتي :

(٤٦) س - ٨ = ١٥

الحل :

س - ٨ = ١٥

المعادلة الأصلية

س - ٨ + ٨ = ١٥ + ٨

أضف ٨ إلى كلا الطرفين

س = ٢٣

بسط

(٤٧) ٩س - ١١ = ٢٩

الحل :

٩س - ١١ = ٢٩

المعادلة الأصلية

٩س - ١١ + ١١ = ٢٩ + ١١

أضف ١١ إلى كلا الطرفين

٩س - ١٨ = ١٨

بسط

$$\frac{٩س - ١٨}{٩} = \frac{١٨}{٩}$$

اقسم كلا الطرفين على ٩

س = ٢

بسط

(٤٨) ١٨ - ٢س = ٢٤

الحل :

١٨ - ٢س = ٢٤

المعادلة الأصلية

١٨ - ٢س - ١٨ = ٢٤ - ١٨

اطرح ١٨ من كلا الطرفين

٢س = ٦

بسط

$$\frac{٢س}{٢} = \frac{٦}{٢}$$

اقسم كلا الطرفين على ٢

س = ٣

بسط

$$(٤٩) ٥ - ٨ص = ٦١$$

الحل:

$$٥ - ٨ص = ٦١$$

$$٥ - ٨ص - ٥ = ٦١ - ٥$$

$$٥٦ = ٨ص -$$

$$\frac{٥٦}{٨ -} = \frac{٨ص -}{٨ -}$$

$$٧ = ص$$

المعادلة الأصلية

اطرح ٥ من كلا الطرفين

بسط

اقسم كلا الطرفين على ٨ -

بسط

$$(٥٠) ٣ + \frac{س}{٢} = ٧$$

الحل:

$$٣ + \frac{س}{٢} = ٧$$

$$٣ - ٣ + \frac{س}{٢} = ٣ - ٧$$

$$\frac{س}{٢} = ٤$$

$$\frac{س}{٢} (٢) = (٢) ٤$$

$$٨ = س$$

المعادلة الأصلية

اطرح ٣ من كلا الطرفين

بسط

اضرب كلا الطرفين في ٢

بسط

$$(٥١) ٥ = ١ + \frac{س}{٦}$$

الحل:

$$٥ = ١ + \frac{س}{٦}$$

$$١ - ٥ = ١ - ١ + \frac{س}{٦}$$

$$٤ = \frac{س}{٦}$$

$$(٦) \frac{س}{٦} = (٦) ٤$$

$$٢٤ = س$$

المعادلة الأصلية

اطرح ١ من كلا الطرفين

بسط

اضرب كلا الطرفين في ٦

بسط

تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

(١) $\frac{1}{3}ص = ١ -$

الحل:

المعادلة الأصلية

$$\frac{1}{3}ص = ١ -$$

اضرب كلا الطرفين في ٣

$$\frac{1}{3}ص (٣) = (٣) ١ -$$

بسط

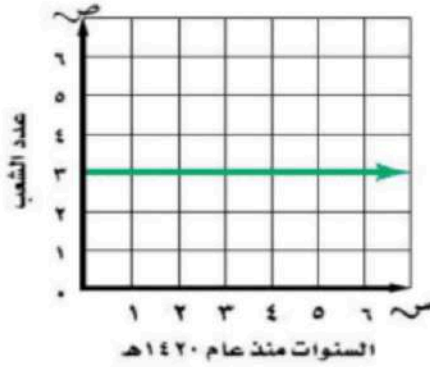
$$ص = ٣ -$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، أ = صفر ، ب = ١ ، ج = ٣ - ، وهي معادلة خطية.

(١ ب) $ص = س٢ - ٤$

الحل:

بما أن الحد $س٢$ من الدرجة الثانية، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $أس + ب ص = ج$. لذا فالمعادلة ليست خطية.



٢) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانباً:

(أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣.

(ب) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي صفر.

(ج) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي غير موجود.

(د) لا يوجد مقطع سيني، والمقطع الصادي ٣.

الحل: الإجابة الصحيحة د

شرح الحل:

نريد أن نحدد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل بيانياً.

الخطوة ١: لإيجاد المقطع السيني، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات.

بما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، إذاً لا يوجد مقطع سيني.

الخطوة ٢: لإيجاد المقطع الصادي، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات.

بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة $(0, 3)$ ، إذاً فالمقطع الصادي هو ٣.

وعليه فالجواب الصحيح هو د



الزمن (ساعة)	المسافة المتبقية (كلم)
(س)	(ص)
٠	٢٤٨
١	١٨٦
٢	١٢٤
٣	٦٢
٤	٠

(٣) قيادة السيارة: تريد عائلة أحمد الذهاب إلى مزرعتهم، والجدول المجاور يبين المسافة المتبقية للوصول إلى المزرعة بوصفها دالة للزمن. أوجد المقطعين السيني والصادي، وصِفْ معنى كل منهما.

الحل:

المقطع السيني = ٤ ٤ هي قيمة س عندما ص = ٠

المقطع الصادي = ٢٤٨ ٢٤٨ هي قيمة ص عندما س = ٠

المقطع السيني ٤ يعني أن عائلة أحمد وصلت إلى المزرعة بعد ٤ ساعات. أما المقطع الصادي ٢٤٨ يعني أن منزل عائلة أحمد يبعد ٢٤٨ كلم عن المزرعة.



مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي:

$$(٤١) \quad ٣ = ٢ص + س -$$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $ص = ٠$

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad ٣ = ٢ص + س -$$

$$\text{استبدل ص بصفر} \quad ٣ = ٢(٠) + س -$$

$$\text{بسط} \quad ٣ = س -$$

$$\text{اقسم على } ١ \quad ٣ = س -$$

فيكون المقطع السيني -٣ ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(٠, -٣)$.

لإيجاد المقطع الصادي ضع $س = ٠$

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad ٣ = ٢ص + س -$$

$$\text{استبدل س بصفر} \quad ٣ = ٢ص + (٠) -$$

$$\text{بسط} \quad ٣ = ٢ص$$

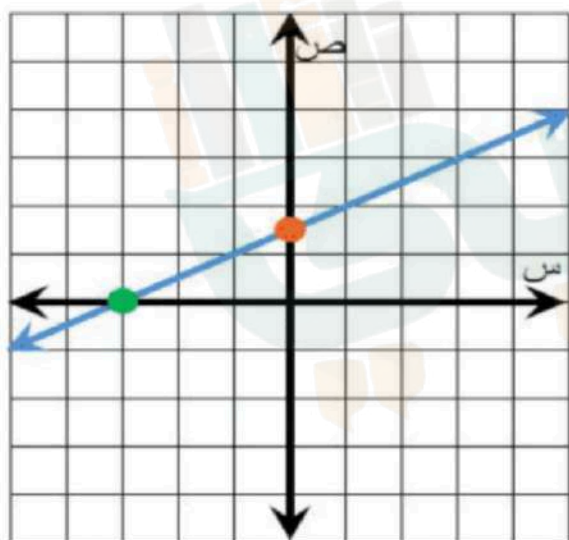
$$\text{اقسم على } ٢ \quad \frac{٣}{٢} = ص$$

فيكون المقطع الصادي $\frac{٣}{٢}$ ، أي أن المستقيم يقطع محور

الصادات في النقطة $(\frac{٣}{٢}, ٠)$.

عيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل

بينهما بخط مستقيم.



$$(٤٢) \quad ٥ - س = ص -$$

الحل:

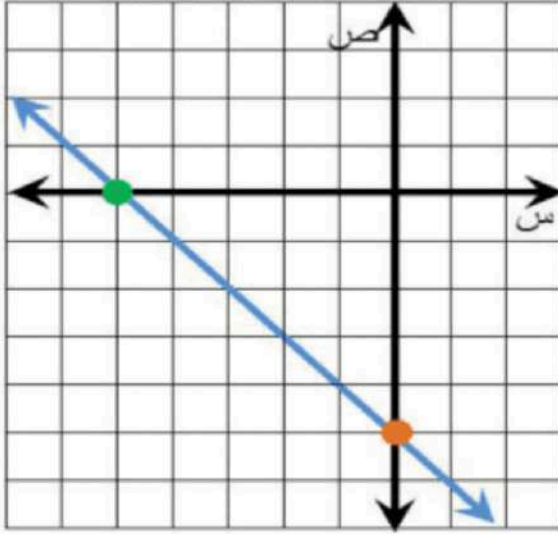
لإيجاد المقطع السيني ضع $ص = ٠$

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad ٥ - س = ص -$$

$$\text{استبدل ص بصفر} \quad ٥ - س = ٠ -$$

$$\text{أضف س إلى كلا الطرفين} \quad ٥ = س -$$

فيكون المقطع السيني -٥، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (-٥، ٠).



لإيجاد المقطع الصادي ضع $s = ٠$

$$ص = -٥ - س$$

المعادلة الأصلية

$$ص = -٥ - (٠)$$

استبدل س بصفر

$$ص = -٥$$

بسط

فيكون المقطع الصادي -٥، أي أن المستقيم يقطع محور

الصادات في النقطة (٠، -٥).

عين هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.

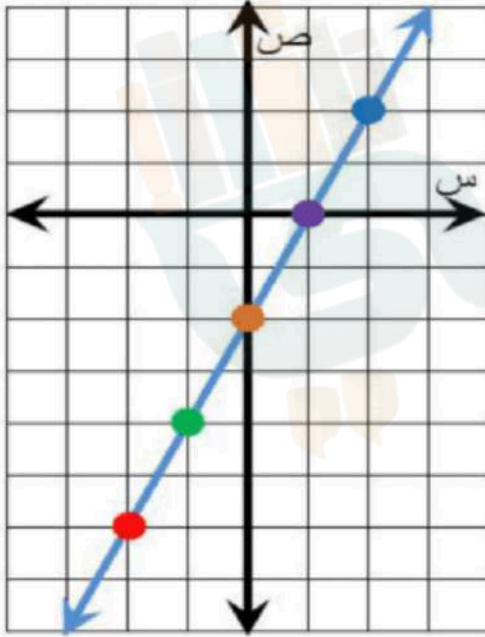
تحقق من فهمك

مثل بيانياً كل معادلة فيما يأتي بتكوين جدول:

$$١٥ (٢س - ص = ٢)$$

الحل:

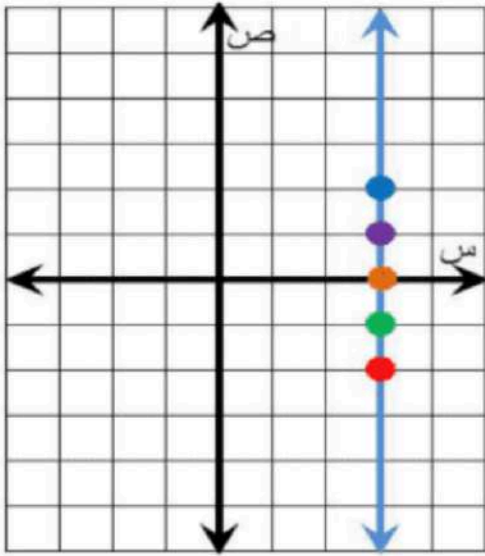
يمكن كتابة المعادلة بالشكل: $٢س - ٢ = ص$



س	$٢س - ٢$	ص	(س، ص)
-٢	$٢ - (٢ -)٢$	٦ -	(٦ -، -٢)
-١	$٢ - (١ -)٢$	٤ -	(٤ -، -١)
٠	$٢ - (٠)٢$	٢ -	(٢ -، ٠)
١	$٢ - (١)٢$	٠	(٠، ١)
٢	$٢ - (٢)٢$	٢	(٢، ٢)

٥ب) س = ٣

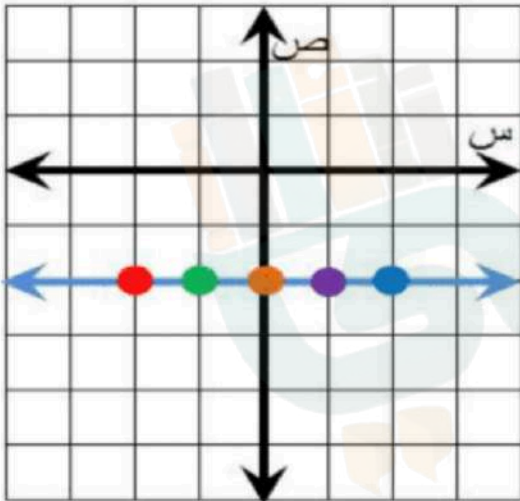
الحل:



س	ص	(س ، ص)
٣	٢ -	(٣ ، ٢ -)
٣	١ -	(٣ ، ١ -)
٣	٠	(٣ ، ٠)
٣	١	(٣ ، ١)
٢	٢	(٢ ، ٢)

٥ج) ص = ٢ -

الحل:



س	ص	(س ، ص)
٢ -	٢ -	(٢ - ، ٢ -)
١ -	٢ -	(١ - ، ٢ -)
٠	٢ -	(٠ ، ٢ -)
١	٢ -	(١ ، ٢ -)
٢	٢ -	(٢ ، ٢ -)

مثال ١

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

(١) $س = ص - ٥$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية

$$س = ص - ٥$$

اطرح ص من كلا الطرفين

$$س - ص = ص - ص - ٥$$

بسط

$$س - ص = -٥$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، أ = ١، ب = -١، ج = -٥، وهي معادلة خطية.

(٢) $٢س - ٣ = ص$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية

$$٢س - ٣ = ص$$

اطرح ص من كلا الطرفين

$$٢س - ٣ - ص = ص - ص$$

بسط

$$٢س - ٣ - ص = ٠$$

أضف ٣ إلى كلا الطرفين

$$٢س - ٣ + ٣ - ص = ٠ + ٣$$

بسط

$$٢س - ص = ٣$$

اضرب كلا الطرفين في -١

$$٢س + ص = -٣$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، أ = ٢، ب = ١، ج = -٣، وهي معادلة خطية.

(٣) $٤ص + ٦ = ٢$

الحل:

المعادلة الأصلية

$$٤ص + ٦ = ٢$$

اطرح ٦ من كلا الطرفين

$$٤ص + ٦ - ٦ = ٢ - ٦$$

بسط

$$٤ص = -٤$$

اقسم كلا الطرفين على ٤

$$ص = -١$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، أ = ١، ب = ١، ج = -١، وهي معادلة خطية.

$$(٤) \quad \frac{2}{3} \text{ س} - \frac{1}{3} \text{ ص} = 2$$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية

$$\frac{2}{3} \text{ س} - \frac{1}{3} \text{ ص} = 2$$

اضرب كلا الطرفين في ٣

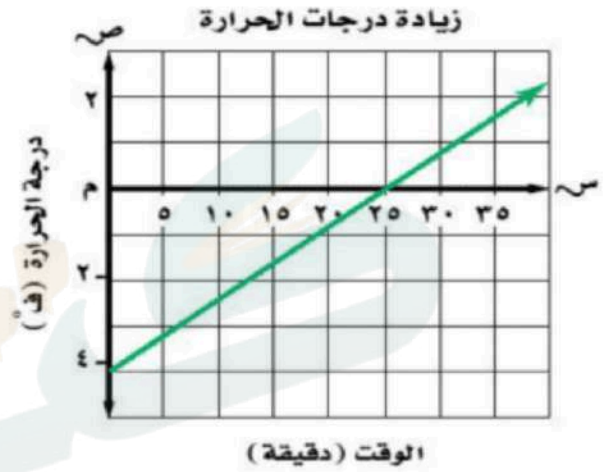
$$2 \text{ س} - \text{ص} = 6$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، أ = ٢ ، ب = -١ ، ج = ٦ ، وهي معادلة خطية.

المثالان ٢ ، ٣

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منهما:

(٥)



الحل:

نريد أن نحدد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل بيانياً.

الخطوة ١: لإيجاد المقطع السيني، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات.

بما أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٢٥ ، ٠)، إذاً فالمقطع السيني هو ٢٥.

الخطوة ٢: لإيجاد المقطع الصادي، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات.

بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، -٤)، إذاً فالمقطع الصادي هو -٤.

المقطع السيني ٢٥ يعني أن درجة الحرارة ستكون بعد ٢٥ دقيقة صفراً ف°. أما **المقطع الصادي -٤** يعني

أن درجة الحرارة كانت -٤ ف° عندما كان الوقت صفراً.

(٦)

موقع غطاس	
الزمن (ثانية)	العمق (متر)
(س)	(ص)
٠	٢٤-
٣	١٨-
٦	١٢-
٩	٦-
١٢	٠

الحل:

المقطع السيني = ١٢ ١٢ هي قيمة س عندما ص = ٠

المقطع الصادي = ٢٤- ٢٤- هي قيمة ص عندما س = ٠

المقطع السيني ١٢ يعني أن موقع الغطاس سيكون بعد ١٢ ثانية على عمق صفر متر أي على السطح. **أما**
المقطع الصادي ٢٤- يعني أن موقع الغطاس كان في البداية (عند الزمن صفر) على عمق ٢٤- متر، أو
 ٢٤ متر تحت سطح البحر.

مثال ٤ (٧) مثل المعادلة : ٢س - ٥ص = ١ بيانيًا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

$$٢س - ٥ص = ١ \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$٢س - ٥(٠) = ١ \quad \text{استبدل ص بصفر}$$

$$٢س = ١ \quad \text{بسط}$$

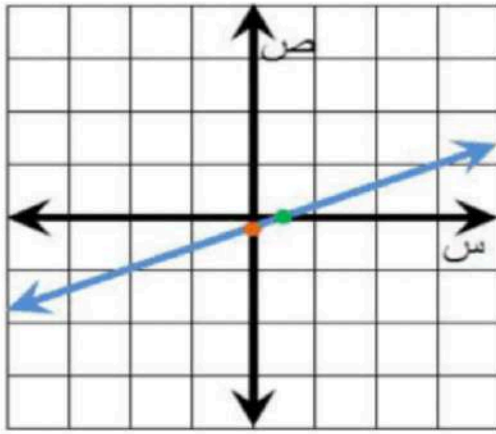
$$س = \frac{١}{٢} \quad \text{اقسم على ٢}$$

فيكون المقطع السيني $\frac{١}{٢}$ ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(\frac{١}{٢}, ٠)$.

لإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

$$٢س - ٥ص = ١ \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$٢(٠) - ٥ص = ١ \quad \text{استبدل س بصفر}$$



بسط

$$١ = ص - ٥$$

اقسم على - ٥

$$ص = -\frac{١}{٥}$$

فيكون المقطع الصادي $-\frac{١}{٥}$ ، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة $(٠, -\frac{١}{٥})$.

عيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.

مثال ٥ (٨) مثل المعادلة : $س + ٢ص = ٤$ بيانيًا بإنشاء جدول.

الحل:

يمكن كتابة المعادلة بالشكل:

المعادلة الأصلية

$$س + ٢ص = ٤$$

اطرح س من كلا الطرفين

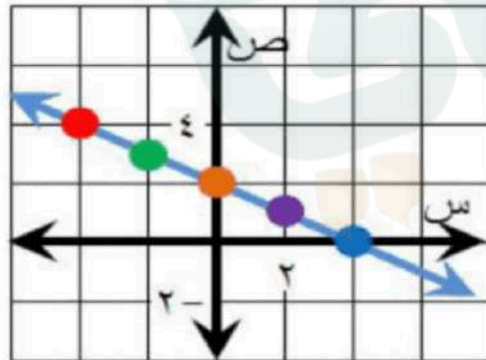
$$س - س + ٢ص = ٤ - س$$

بسط

$$٢ص = ٤ - س$$

اقسم كلا الطرفين على ٢

$$ص = \frac{١}{٢}(٤ - س)$$



ص	$\frac{١}{٢}(٤ - س)$	ص	(س ، ص)
٤ -	$\frac{١}{٢}((٤ -) - ٤)$	٤	(٤ - ، ٤ -)
٢ -	$\frac{١}{٢}((٢ -) - ٤)$	٣	(٣ ، ٢ -)
٠	$\frac{١}{٢}((٠) - ٤)$	٢	(٢ ، ٠)
٢	$\frac{١}{٢}((٢) - ٤)$	١	(١ ، ٢)
٤	$\frac{١}{٢}((٤) - ٤)$	٠	(٠ ، ٤)

رقم الصفحة في الكتاب ٦٧

تدرب وحل المسائل

مثال ١

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

$$(٩) س + ٥ص = ٢٥$$

الحل:

بما أن الحد $ص$ من الدرجة الثانية، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $أس + بص = ج$. لذا

فالمعادلة ليست خطية.

$$(١٠) ٨ + ص = ع$$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية	$٨ + ص = ع$
اطرح ص من كلا الطرفين	$٨ + ص - ص = ع - ص$
بسط	$٨ = ع - ص$
طرفي المساواة متكافئان	$٨ = ع - ص$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، $ع = ٨ + ص$ ، $ب = ١$ ، $ج = ٨$ ، وهي معادلة خطية.

$$(١١) ٩س - ٦س = ٧$$

الحل:

بما أن الحد $٩س$ فيه متغيران، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $أس + ب ص = ج$. لذا فالمعادلة ليست خطية.

$$(١٢) ٤ص + ٩ = ع$$

الحل:

بما أن الحد $٤ص$ من الدرجة الثانية، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $أس + ب ص = ج$. لذا فالمعادلة ليست خطية.

$$(١٣) ١٢س = ٧ص - ١٠ص$$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية	$١٢س = ٧ص - ١٠ص$
اطرح	$١٢س = ٣ص - ٣ص$
أضف $٣ص$ إلى كلا الطرفين	$١٢س + ٣ص = ٣ص - ٣ص$
بسط	$١٢س + ٣ص = ٠$
اقسم كلا الطرفين على ٣	$٤س + ص = ٠$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، $ع = ٤$ ، $ب = ١$ ، $ج = ٠$ ، وهي معادلة خطية.

$$(١٤) \text{ ص} = ٤\text{س} + \text{س}$$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية

$$\text{ص} = ٤\text{س} + \text{س}$$

اجمع

$$\text{ص} = ٥\text{س}$$

اطرح ص من كلا الطرفين

$$\text{ص} - \text{ص} = ٥\text{س} - \text{ص}$$

بسط

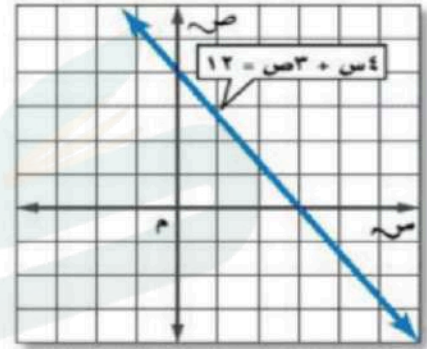
$$٠ = ٥\text{س} - \text{ص}$$

طرفي المساواة متكافئان

$$٥\text{س} - \text{ص} = ٠$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، أ = ٥ ، ب = -١ ، ج = ٠ ، وهي معادلة خطية.

المثالان ٢، ٣ أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي:



(١٥)

الحل:

نريد أن نحدد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل بيانياً.

الخطوة ١: لإيجاد المقطع السيني، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات.

بما أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٤ ، ٠)، إذاً فالمقطع السيني هو ٤.

الخطوة ٢: لإيجاد المقطع الصادي، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات.

بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ٤)، إذاً فالمقطع الصادي هو ٤.

(١٦)

ص	س
١-	٣-
٠	٢-
١	١-
٢	٠
٣	١

الحل:

٢- هي قيمة س عندما ص = ٠

٢ هي قيمة ص عندما س = ٠

المقطع السيني = ٢-

المقطع الصادي = ٢



مثال ٤ مثل كلاً من المعادلتين الآتيتين بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي:

$$(١٧) \text{ ص} = ٢ + ٤ \text{ س}$$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $\text{ص} = ٠$

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad \text{ص} = ٢ + ٤ \text{ س}$$

$$\text{استبدل ص بصفر} \quad ٠ = ٢ + ٤ \text{ س}$$

$$\text{اطرح ٤ من كلا الطرفين} \quad ٠ - ٤ = ٢ + ٤ \text{ س} - ٤$$

$$\text{بسط} \quad ٠ - ٤ = ٢ \text{ س}$$

$$\text{اقسم على ٢} \quad ٠ - ٢ = \text{س}$$

فيكون المقطع السيني -٢ ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(-٢, ٠)$.

لإيجاد المقطع الصادي ضع $\text{س} = ٠$

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad \text{ص} = ٢ + ٤ \text{ س}$$

$$\text{استبدل س بصفر} \quad \text{ص} = ٢ + ٤ (٠)$$

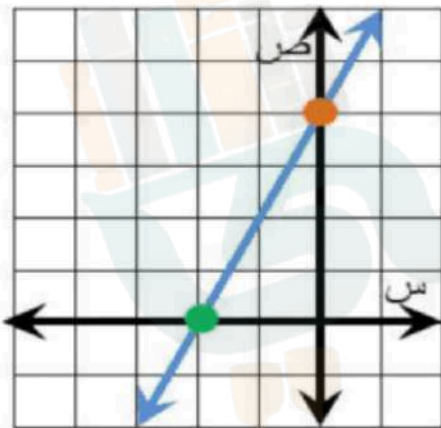
$$\text{بسط} \quad \text{ص} = ٢$$

فيكون المقطع الصادي ٢ ، أي أن المستقيم يقطع محور

الصادات في النقطة $(٠, ٢)$.

عيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل

بينهما بخط مستقيم.



$$(١٨) \text{ ص} - ٥ = -٣ \text{ س}$$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $\text{ص} = ٠$

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad \text{ص} - ٥ = -٣ \text{ س}$$

$$\text{استبدل ص بصفر} \quad ٠ - ٥ = -٣ \text{ س}$$

$$\text{بسط} \quad -٥ = -٣ \text{ س}$$

$$\text{اقسم على -٣} \quad \frac{-٥}{-٣} = \text{س}$$

فيكون المقطع السيني $\frac{٥}{٣}$ ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(\frac{٥}{٣}, ٠)$.

لإيجاد المقطع الصادي ضع $s = 0$

$$5 - s = 3 \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$5 - s = 3 \quad \text{استبدل } s \text{ بصفر}$$

$$5 - s = 0 \quad \text{بسط}$$

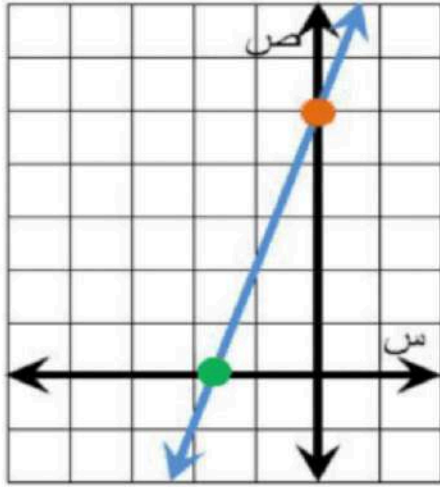
$$5 = s$$

أضف s إلى كلا الطرفين

فيكون المقطع الصادي 5 ، أي أن المستقيم يقطع محور

الصادات في النقطة $(0, 5)$.

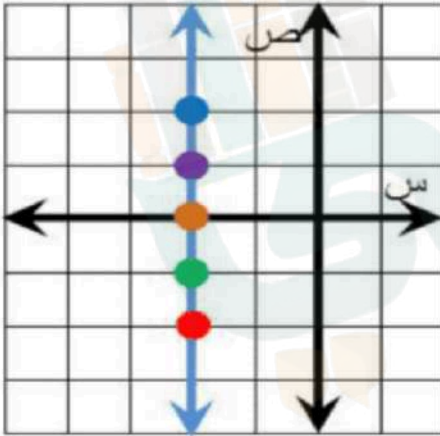
عيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.



مثال ٥ مثل كل معادلة فيما يأتي بيانًا بإنشاء جدول:

$$19 \text{ س} - 2 =$$

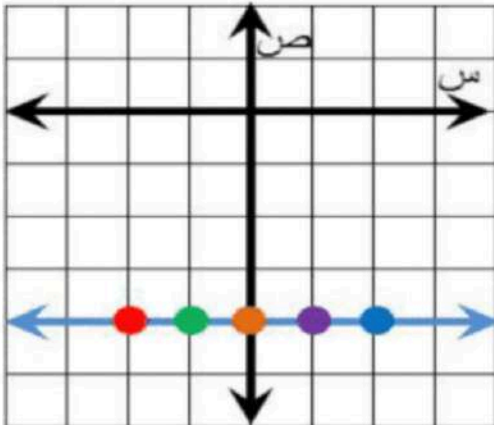
الحل:



س	ص	(س ، ص)
2-	2-	(2- ، 2-)
2-	1-	(1- ، 2-)
2-	0	(0 ، 2-)
2-	1	(1 ، 2-)
2-	2	(2 ، 2-)

$$20 \text{ ص} - 4 =$$

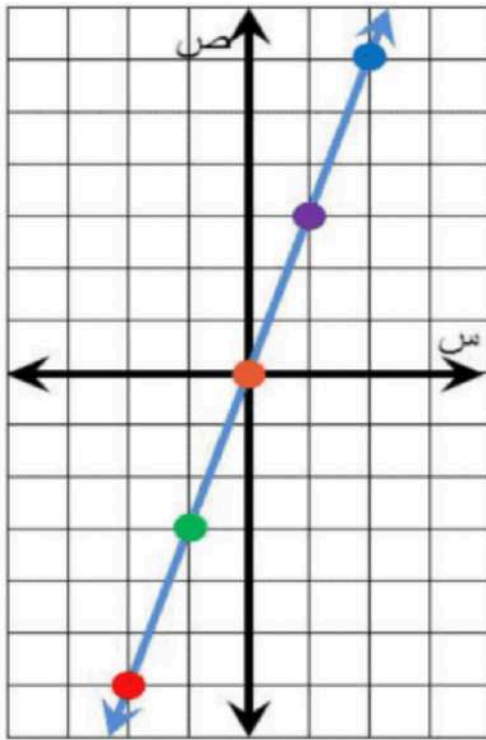
الحل:



س	ص	(س ، ص)
2-	4-	(4- ، 2-)
1-	4-	(4- ، 1-)
0	4-	(4- ، 0)
1	4-	(4- ، 1)
2	4-	(4- ، 2)

(٢١) $3س = ص$

الحل:



س	$3س$	ص	(س ، ص)
٢-	$٣(٢-)$	٦-	$(٢- ، ٦-)$
١-	$٣(١-)$	٣-	$(١- ، ٣-)$
٠	$٣(٠)$	٠	$(٠ ، ٠)$
١	$٣(١)$	٣	$(١ ، ٣)$
٢	$٣(٢)$	٦	$(٢ ، ٦)$

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

(٢٢) $٧ن - ٨م = ٢ - ٤$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

$$٧ن - ٨م = ٢ - ٤$$

$$٧ن - ٨م + ٢ = ٢ - ٤$$

$$٤ = ٧ن + ٦م$$

$$٤ - ٧ن = ٦م$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية وهي معادلة خطية.

(٢٣) $٣أ + ب = ٢$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

$$٣أ + ب = ٢$$

$$٣أ + ب - ب = ٢ - ب$$

$$٠ = ٢ - ٣أ$$

المعادلة الأصلية

أضف ٢م إلى كلا الطرفين

بسط

اضرب كلا الطرفين في -١

المعادلة الأصلية

اطرح ب من كلا الطرفين

بسط

$$أضف ٢ إلى كلا الطرفين \quad ٢ + ٠ = ٢ + ٢ - ١٣$$

$$\text{بسط} \quad ٢ = ١٣$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية وهي معادلة خطية.

$$(٢٤) \quad ٢س - ٣س + ٥ص = ١$$

الحل:

بما أن الحد $٣س$ فيه متغيران، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $أس + بص = ج$. لذا فالمعادلة ليست خطية.

$$(٢٥) \quad ٥ - \frac{٢ن}{٣} = \frac{٣م}{٤}$$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية

$$٥ - \frac{٢ن}{٣} = \frac{٣م}{٤}$$

اضرب كلا الطرفين في ١٢ للتخلص من الكسور

$$\frac{٣م}{٤} = (١٢) \frac{٣م}{٤} \quad \frac{٢ن}{٣} = (١٢) \frac{٢ن}{٣} \quad ٥ = (١٢) ٥$$

بسط

$$٩م = ٨ن - ٦٠$$

اطرح ٨ن إلى كلا الطرفين

$$٩م - ٨ن = ٨ن - ٦٠ - ٨ن$$

بسط

$$٩م - ٨ن = -٦٠$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية وهي معادلة خطية.

(٢٦) مبيعات: راتب أيمن الشهري ٦٠٠٠ ريال، ويتقاضى عمولة قدرها ٥٠٠ ريال عن كل سيارة يبيعها.

(أ) اكتب المعادلة التي تمثل دخل أيمن الشهري إذا باع س سيارة، ثم مَثِّلها بيانياً.

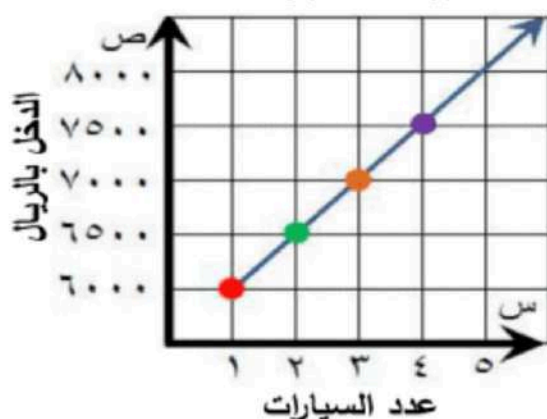
الحل:

ص = دخل أيمن الشهري

المعادلة المطلوبة: $ص = ٥٠٠ + ٦٠٠٠س$

نقوم بتمثيل المعادلة بيانياً بإنشاء جدول:

مبيعات السيارات



س	ص	س	ص
٠	٦٠٠٠	٠	٦٠٠٠
١	٦٥٠٠	١	٦٥٠٠
٢	٧٠٠٠	٢	٧٠٠٠
٣	٧٥٠٠	٣	٧٥٠٠

ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير عدد السيارات التي ينبغي عليه بيعها ليكون دخله الشهري ٢١٠٠٠ ريال.

الحل:

المطلوب إيجاد عدد السيارات س:

$$\text{ص} = ٦٠٠٠ + ٥٠٠ \text{ س}$$

$$٢١٠٠٠ = ٦٠٠٠ + ٥٠٠ \text{ س}$$

$$٢١٠٠٠ - ٦٠٠٠ = ٦٠٠٠ + ٥٠٠ \text{ س} - ٦٠٠٠$$

$$١٥٠٠٠ = ٥٠٠ \text{ س}$$

$$\frac{١٥٠٠٠}{٥٠٠} = \frac{٥٠٠ \text{ س}}{٥٠٠}$$

$$\text{س} = ٣٠$$

يجب على أيمن أن يبيع ٣٠ سيارة ليكون دخله الشهري ٢١٠٠٠ ريال.

مثّل كلا من المعادلتين الآتيتين بيانيًا:

$$٢٧ \text{ ص} + \frac{١}{٥} \text{ س} = ٣$$

الحل:

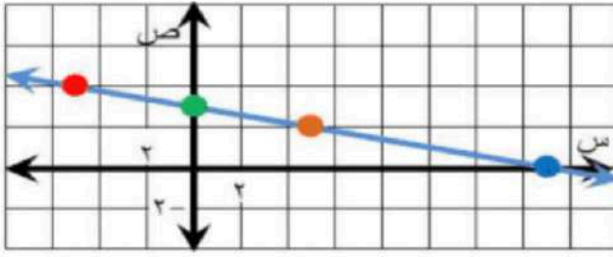
يمكن كتابة المعادلة بالشكل:

$$\text{ص} + \frac{١}{٥} \text{ س} = ٣$$

المعادلة الأصلية

اطرح $\frac{١}{٥} \text{ س}$ من كلا الطرفين

$$\text{ص} = ٣ - \frac{١}{٥} \text{ س}$$



س	$3 - \frac{1}{5}س$	ص	(س ، ص)
٥-	$3 - \frac{1}{5}(٥-)$	٤	(٤ ، ٥-)
٠	$3 - \frac{1}{5}(٠)$	٣	(٣ ، ٠)
٥	$3 - \frac{1}{5}(٥)$	٢	(٢ ، ٥)
١٥	$3 - \frac{1}{5}(١٥)$	٠	(٠ ، ١٥)

(٢٨) $٣ص - ٧ = ٤س + ١$

الحل:

يمكن كتابة المعادلة بالشكل:

المعادلة الأصلية

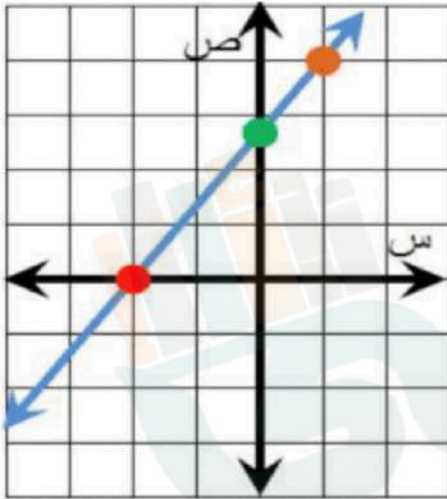
$٣ص - ٧ = ٤س + ١$

أضف ٧ إلى كلا الطرفين

$٣ص = ٤س + ٨$

اقسم كلا الطرفين على ٣

$ص = \frac{٤س + ٨}{٣}$



س	$\frac{٤س + ٨}{٣}$	ص	(س ، ص)
٢-	$\frac{٤(٢-) + ٨}{٣}$	٠	(٠ ، ٢-)
٠	$\frac{٤(٠) + ٨}{٣}$	$\frac{٨}{٣}$	($\frac{٨}{٣}$ ، ٠)
١	$\frac{٤(١) + ٨}{٣}$	٤	(٤ ، ١)

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل من المعادلتين الآتيتين:

(٢٩) $٥س + ٣ص = ١٥$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $ص = ٠$

المعادلة الأصلية

$١٥ = ٣ص + ٥س$

استبدل ص بصفر

$١٥ = ٣(٠) + ٥س$

بسط

$١٥ = ٥س$

اقسم كلا الطرفين على ٥

$٣ = س$

فيكون المقطع السيني ٣، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٣، ٠).

لإيجاد المقطع الصادي ضع $s = ٠$

$$١٥ = ٣ص + ٠ \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$١٥ = ٣ص + (٠) \quad \text{استبدل } s \text{ بصفر}$$

$$١٥ = ٣ص \quad \text{بسط}$$

$$٥ = ص \quad \text{اقسم كلا الطرفين على ٣}$$

فيكون المقطع الصادي ٥، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ٥).

$$(٣٠) \quad ١ + \frac{٢}{٣}ص = ص$$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $ص = ٠$

$$١ + \frac{٢}{٣}ص = ٠ \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$١ + \frac{٢}{٣}ص = ٠ \quad \text{استبدل } ص \text{ بصفر}$$

$$١ - ١ + \frac{٢}{٣}ص = ٠ - ١ \quad \text{اطرح ١ من كلا الطرفين}$$

$$\frac{٢}{٣}ص = ١ - ١ \quad \text{بسط}$$

$$١ - \left(\frac{٢}{٣}\right)ص = ٠ - ١ \quad \text{اضرب كلا الطرفين في } \frac{٣}{٢}$$

$$- \frac{٣}{٢}ص = -١ \quad \text{بسط}$$

فيكون المقطع السيني $-\frac{٣}{٢}$ ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(-\frac{٣}{٢}, ٠)$.

لإيجاد المقطع الصادي ضع $s = ٠$

$$١ + \frac{٢}{٣}ص = ص \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$١ + (٠) \frac{٢}{٣} = ص \quad \text{استبدل } s \text{ بصفر}$$

$$١ = ص \quad \text{بسط}$$

فيكون المقطع الصادي ١، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ١).

(٣١) **تحدّ:** انسخ كل جدول مما يأتي وأكمله، ثم حدّد أيّ الجداول استعملت فيه معادلة خطية:

حجم المكعب	
الحجم	طول الضلع
	١
	٢
	٣

مساحة المربع	
المساحة	طول الضلع
	١
	٢
	٣

محيط المربع	
المحيط	طول الضلع
	١
	٢
	٣

الحل:

حجم المكعب	
الحجم	طول الضلع
١	١
٨	٢
٢٧	٣

مساحة المربع	
المساحة	طول الضلع
١	١
٤	٢
٩	٣

محيط المربع	
المحيط	طول الضلع
٤	١
٨	٢
١٢	٣

لحساب محيط المربع في الجدول (١) استعملنا المعادلة $مح = ٤س$ ، وهي معادلة خطية.

لحساب مساحة المربع في الجدول (٢) استعملنا المعادلة $م = س٢$ ، وهي ليست معادلة خطية.

لحساب حجم المكعب في الجدول (٣) استعملنا المعادلة $ح = س٣$ ، وهي ليست معادلة خطية.

(٣٢) **تبرير:** بيّن نقاط الاختلاف في التمثيل البياني للمعادلة $ص = ٢س + ١$ التي مجالها $\{١, ٢, ٣, ٤\}$ والمعادلة $ص = ٢س + ١$ التي مجالها جميع الأعداد الحقيقية.

الحل:

التمثيل البياني للمعادلة الأولى هو مجموعة من النقاط غير المتصلة، بينما للمعادلة الثانية خط مستقيم. ومجموعة نقاط التمثيل البياني للمعادلة الأولى واقعة على المستقيم الذي يمثل التمثيل البياني للمعادلة الثانية.

مسألة مفتوحة: أعط مثالا لمعادلة خطية على الصورة $أس + ب = ص$ جـ لكل حالة مما يأتي:

(٣٣) $٠ = أ$

الحل:

$ص = ٢$

(٣٤) $٠ = ب$

الحل:

$س = ٤$

(٣٥) جـ = ٠

الحل:

س + ص = ٠

(٣٦) اكتب:

اشرح كيف تجد المقطعين السيني والصادي من معادلة خطية، ولخص طريقة تمثيل معادلة خطية بيانياً.

الحل:

لإيجاد المقطع السيني، افترض أن ص = ٠، وحل المعادلة لإيجاد قيمة س. ولإيجاد المقطع الصادي، افترض أن س = ٠، وحل المعادلة لإيجاد قيمة ص.

ولتمثيل معظم المعادلات الخطية، عين المقطع السيني والمقطع الصادي ثم صل بين النقطتين لتشكل مستقيماً. وهناك طريقة أخرى لتمثيل المعادلة باختيار عدة قيم في المجال ثم تكوين الأزواج المرتبة، وتعيين النقاط الممثلة لهذه الأزواج، ثم الوصل بين هذه النقاط لتكوين المستقيم.



(٣٧) يقطع مهند ٨ كيلومترات على دراجته الهوائية في ٣٠ دقيقة. ما الوقت الذي سيحتاج إليه لقطع ٣٠ كيلومترًا بهذا المعدل تقريبًا؟

(أ) ٨ ساعات. (ب) ٦ ساعات و ٣٢ دقيقة.

(ج) ٨ ساعات. (د) ساعة واحدة و ٥٣ دقيقة.

الحل: الإجابة الصحيحة د

شرح الحل:

افترض س = الوقت الذي سيحتاج إليه مهند لقطع ٣٠ كيلومتر.

كل ٨ كيلومترات ٣٠ دقيقة

كل ٣٠ كيلو متر س دقيقة

$$س = \frac{٣٠ \times ٣٠}{٨} = \frac{٩٠٠}{٨} = ١١٢,٥ \text{ دقيقة} = \text{ساعة واحدة و } ٥٢,٥ \text{ دقيقة} \approx \text{ساعة واحدة و } ٥٣ \text{ دقيقة}$$

(٣٨) إذا كان لدى هند ٢٠٠٠٠ ريال مضى عليها عام هجري كامل، فما مقدار الزكاة المستحقة على هذا المبلغ، علمًا بأن نسبة الزكاة هي ٢,٥ % ؟

(أ) ٢٥ ريالًا. (ب) ٥٠ ريالًا.

(ج) ٥٠٠ ريالًا. (د) ٥٠٠٠ ريالًا.

الحل: الإجابة الصحيحة ب

شرح الحل:

افترض س = مقدار الزكاة المستحقة على ٢٠٠٠٠ ريال.

$$س = ٢٠٠٠٠ \times ٢,٥\% = ٢٠٠٠٠ \times ٠,٠٢٥ = ٥٠٠ \text{ ريال}$$

(٣٩) إذا كان: د(س) = $3س^2 + 8س - 1$ فأوجد د(١-). (الدرس ٢-٢)
الحل:

$$\begin{aligned} \text{د(١)} &= 3(1-)^2 + 8(1-) - 1 \\ &= 3(1-)^2 + 8(1-) - 1 \\ &= 3(1-)^2 + 8(1-) - 1 \\ &= 3(1-)^2 + 8(1-) - 1 \\ &= 3(1-)^2 + 8(1-) - 1 \\ &= 3(1-)^2 + 8(1-) - 1 \end{aligned}$$

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٥-١)
(٤٠) $8- = |5س + 5|$
الحل:

الطرف الثاني في المعادلة إشارته سالبة (-٣)، وبما أن القيمة المطلقة لا يمكن أن تكون سالبة فإن مجموعة حل هذه المعادلة هي المجموعة الخالية $\emptyset$.

(٤١) $12 = |5س - 8|$
الحل:

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad 12 = |5س - 8|$$

الحالة ٢

$$\begin{aligned} 12 &= 5س - 8 \\ 8 - 12 &= 5س - 8 - 8 \\ 20 &= 5س \\ \frac{20}{5} &= \frac{5س}{5} \\ 4 &= س \end{aligned}$$

الحالة ١

$$\begin{aligned} 12 &= 8 - 5س \\ 8 - 12 &= 8 - 5س - 8 \\ 4 &= -5س \\ \frac{4}{-5} &= \frac{-5س}{-5} \\ س &= -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

التحقق من صحة الحل:

للتحقق من أن $س = -\frac{4}{5}$ هو حل، عوض $س = -\frac{4}{5}$ بدلاً من س في المعادلة الأصلية:

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad 12 = |5س - 8|$$

$$\frac{4}{5} = \text{تعويض س}$$

اضرب

اجمع

بسط

$$12 = \left| \left(\frac{4}{5} - \right) 5 - 8 \right|$$

$$12 = |4 + 8|$$

$$12 = |12|$$

$$12 = 12$$

للتحقق من أن 4 هو حل، عوض 4 بدلاً من س في المعادلة الأصلية:

المعادلة الأصلية

تعويض س = 4

اضرب

اطرح

بسط

$$12 = |5 - 8|$$

$$12 = |(4) 5 - 8|$$

$$12 = |20 - 8|$$

$$12 = |12 - |$$

$$12 = 12$$

رقم الصفحة في الكتاب ٦٩

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل:

$$(٤٢) 5 - أ ٤ = ١٥$$

الحل:

المعادلة الأصلية

أضف ٥ إلى كلا الطرفين

بسط

اقسم كلا الطرفين على ٤

بسط

$$5 - أ ٤ = ١٥$$

$$٥ + ٥ - أ ٤ = ٥ + ١٥$$

$$أ ٤ = ٢٠$$

$$\frac{أ ٤}{٤} = \frac{٢٠}{٤}$$

$$أ = ٥$$

$$(٤٣) ٦ = \frac{ص}{٥} + ٩$$

الحل:

المعادلة الأصلية

$$٦ = \frac{ص}{٥} + ٩$$

اطرح ٩ من كلا الطرفين

$$9 - 6 = \frac{\text{ص}}{5} + 9 - 9$$

بسط

$$3 - = \frac{\text{ص}}{5}$$

اضرب كلا الطرفين في ٥

$$(5) 3 - = \frac{\text{ص}}{5} (5)$$

بسط

$$15 - = \text{ص}$$

إذا كانت س = ٢، ص = ٥، ع = ٧، فأوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$(٤٤) \text{ ٣س}^٢ - ٤\text{ص}$$

الحل:

عوض

$$٣\text{س}^٢ - ٤\text{ص} = ٣(٢)^٢ - ٤(٥)$$

حساب القوى

$$(٥) ٤ - (٤) ٣ =$$

اضرب

$$٢٠ - ١٢ =$$

بسط

$$٨ - =$$

$$(٤٥) \frac{\text{س} - \text{ص}^٢}{٤٢}$$

الحل:

عوض

$$\frac{\text{س} - \text{ص}^٢}{٤٢} = \frac{٢٥ - ٢}{(٧) ٢}$$

حساب القوى

$$\frac{٢٥ - ٢}{(٧) ٢} =$$

اضرب

$$\frac{٢٥ - ٢}{١٤} =$$

بسط

$$\frac{٢٣}{١٤} - =$$

$$(٤٦) \quad \frac{س ص}{٢} + {}^٢\left(\frac{ص}{ع}\right) \quad \text{الحل:}$$

$$\text{عوض} \quad \frac{(٥)(٢)}{٢} + {}^٢\left(\frac{٥}{٧}\right) = \frac{س ص}{٢} + {}^٢\left(\frac{ص}{ع}\right)$$

$$\text{حساب القوى} \quad \frac{(٥)(٢)}{٢} + \frac{٢٥}{٤٩} =$$

$$\text{بسط} \quad ٥ + \frac{٢٥}{٤٩} =$$

$$\text{بسط مرة ثانية} \quad ٥ \frac{٢٥}{٤٩} =$$

$$(٤٧) \quad {}^٢ع - {}^٣ص + {}^٢س \quad \text{الحل:}$$

$$\text{عوض} \quad {}^٢(٢)٥ + {}^٣(٥) - {}^٢(٧) = {}^٢س ٥ + {}^٣ص - {}^٢ع$$

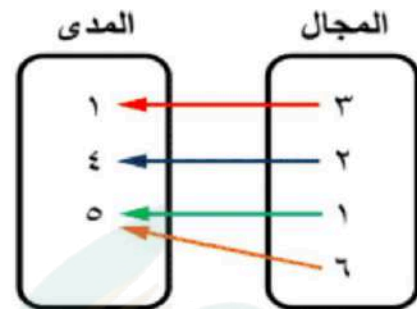
$$\text{حساب القوى} \quad ٢٠ + ١٢٥ - ٤٩ =$$

$$\text{بسط} \quad ٥٦ =$$

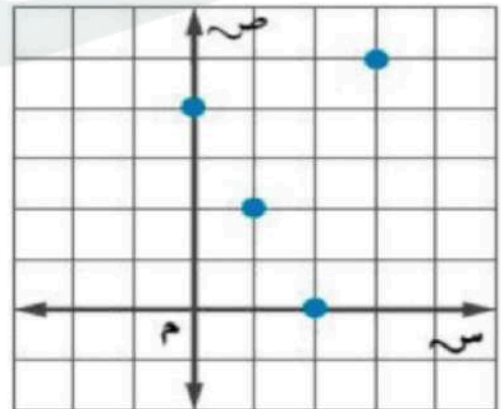
١) مثل العلاقة $\{(٥, ٦), (٥, ١), (٤, ٢), (١, ٣)\}$ بمخطط

سهمي. (الدروس ١-٢)

الحل:



٢) حدّد كلّاً من مجال العلاقة التالية ومداها. (الدروس ١-٢)

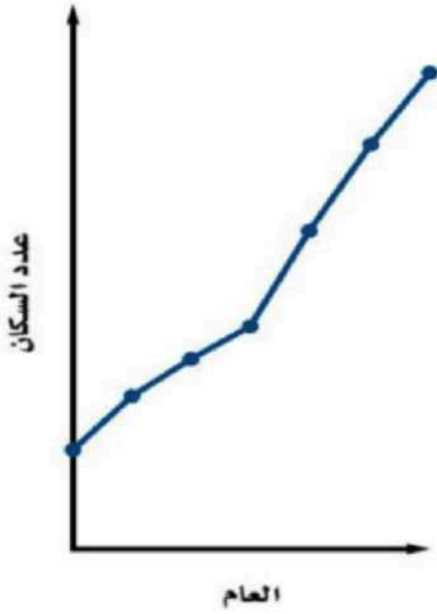


الحل:

المجال هو: $\{٣, ٢, ١, ٠\}$ ، والمدى هو: $\{٥, ٤, ٢, ٠\}$

(٣) اختيار من متعدد: التمثيل البياني أدناه يوضح عدد السكان خلال عدة أعوام في مدينة.

صف التمثيل البياني. (الدرس ١-٢)



(أ) عدد السكان يزداد خلال جميع الأعوام الممثلة.

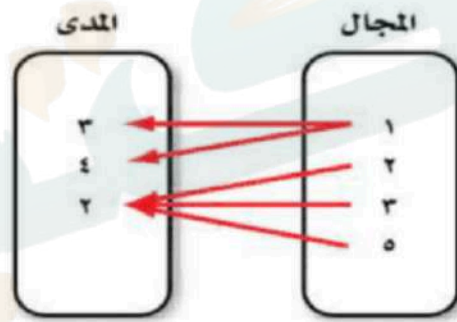
(ب) عدد السكان يتناقص خلال جميع الأعوام الممثلة.

(ج) عدد السكان ثابت خلال جميع الأعوام.

(د) عدد السكان يتناقص في بعض الأعوام ويزيد في أعوام أخرى.

الحل: الإجابة الصحيحة أ

(٤) هل تمثل العلاقة الآتية دالة أم لا؟ فسّر ذلك. (الدرس ٢-٢)



الحل:

ليست دالة، لأن العنصر ١ في المجال يرتبط بالعنصرين ٣ ، ٤ في المدى.

(٥) إذا كان $هـ = (س) = ٣س + ٥س - ١$ ، فأوجد

هـ - (١) + هـ (٢) (الدرس ٢-٢)

الحل:

$$هـ - (١) + هـ (٢) = [١ - (١)٥ + ٣(١)٣] + [١ - (٢)٥ + ٣(٢)٣] =$$

$$[١ - ٥ + ٩] + [١ - ١٠ + ١٢] =$$

$$٥ + ٢ =$$

$$٧ =$$

$$٧ =$$

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك

فاكتبها بالصورة القياسية. (الدرس ٢-٣)

$$(٦) \text{ ص } -٤ = ٣ + ٤$$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية

$$\text{ص } -٤ = ٣ + ٤$$

أضف ٤ س إلى كلا الطرفين

$$\text{ص } -٤ + ٤ س = ٣ + ٤ س + ٤ س$$

بسط

$$٣ = \text{ص } + ٤ س$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، $٤ = أ$ ، $١ = ب$ ، $٣ = ج$ ، وهي معادلة خطية.

$$(٧) \text{ ص } ٣ + ٢ س = ٨$$

الحل:

بما أن الحد $٢ س$ من الدرجة الثانية، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $٨ س + ب ص = ج$. لذا فالمعادلة ليست خطية.

$$(٨) \frac{١}{٤} س = \frac{٣}{٤} \text{ ص } - ١$$

الحل:

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية

$$\frac{١}{٤} س = \frac{٣}{٤} \text{ ص } - ١$$

اطرح $\frac{٣}{٤} \text{ ص}$ من كلا الطرفين

$$\frac{١}{٤} س - \frac{٣}{٤} \text{ ص} = \frac{٣}{٤} \text{ ص} - \frac{٣}{٤} \text{ ص} - ١$$

بسط

$$\frac{١}{٤} س - \frac{٣}{٤} \text{ ص} = -١$$

اضرب كلا الطرفين في ٤

$$٤ س - ٣ ص = -٤$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية، $١ = أ$ ، $١ = ب$ ، $٣ = ج$ ، $-٤ = د$ ، وهي معادلة خطية.

مثّل كلّاً من المعادلتين الآتيتين بيانيًا باستعمال المقطعين السيني

والصادي: (الدرس ٢-٣)

$$(٩) \text{ ص } ٣ = ٦ - \text{س}$$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $\text{ص} = ٠$

$$\text{ص} = ٣ - ٦ = ٠ \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

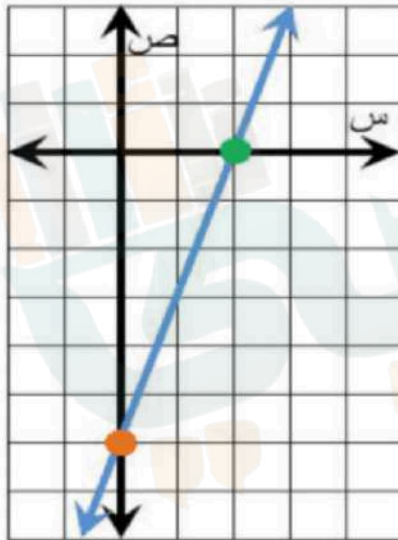
$$٠ = ٣ - ٦ \quad \text{استبدل ص بصفر}$$

$$٠ + ٦ = ٣ - ٦ + ٦ \quad \text{أضف ٦ إلى كلا الطرفين}$$

$$٦ = ٣ - ٠ \quad \text{بسط}$$

$$٢ = \text{س} \quad \text{اقسم على ٣}$$

فيكون المقطع السيني ٢، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(٢, ٠)$.



لإيجاد المقطع الصادي ضع $\text{س} = ٠$

$$\text{ص} = ٣ - ٠ = ٣ \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$\text{ص} = ٣ - (٠) \quad \text{استبدل س بصفر}$$

$$\text{ص} = ٣ \quad \text{بسط}$$

فيكون المقطع الصادي ٣، أي أن المستقيم يقطع محور

الصادات في النقطة $(٠, ٣)$.

عيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.

$$(١٠) \text{ ص } ٥ + ٢ \text{ س} = ١٠$$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $\text{ص} = ٠$

$$١٠ = ٥ + ٢ \text{ س} \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$١٠ = ٥ + (٠) \quad \text{استبدل ص بصفر}$$

$$١٠ = ٢ \text{ س} \quad \text{بسط}$$

$$٥ = \text{س} \quad \text{اقسم كلا الطرفين على ٢}$$

فيكون المقطع السيني ٥، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٥، ٠).

لإيجاد المقطع الصادي ضع $s = ٠$

$$٢س + ٥ص = ١٠ \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

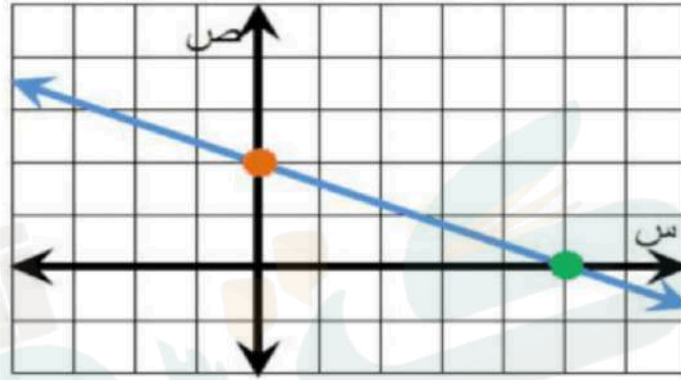
$$١٠ = ٥ص + (٠)٢ \quad \text{استبدل س بصفر}$$

$$١٠ = ٥ص \quad \text{بسط}$$

$$٢ = ص \quad \text{اقسم كلا الطرفين على ٥}$$

فيكون المقطع الصادي ٢، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ٢).

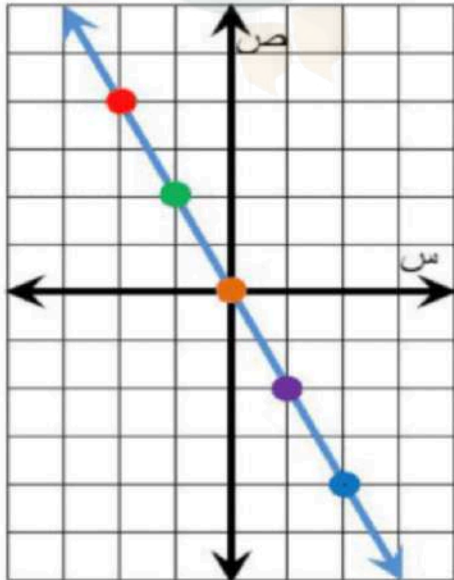
عيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.



مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانياً بإنشاء جدول: (الدرس ٢-٣)

$$(١١) \quad ٢س - ص = ٢$$

الحل:



س	$٢س -$	ص	(س، ص)
٢-	$٢ - (٢-)$	٤	$(٤، ٢-)$
١-	$٢ - (١-)$	٢	$(٢، ١-)$
٠	$٢ - (٠)$	٠	$(٠، ٠)$
١	$٢ - (١)$	٢-	$(٢-، ١)$
٢	$٢ - (٢)$	٤-	$(٤-، ٢)$

$$(١٢) \text{ س } - ٨ = \text{ ص}$$

الحل:

يمكن كتابة المعادلة بالشكل:

المعادلة الأصلية

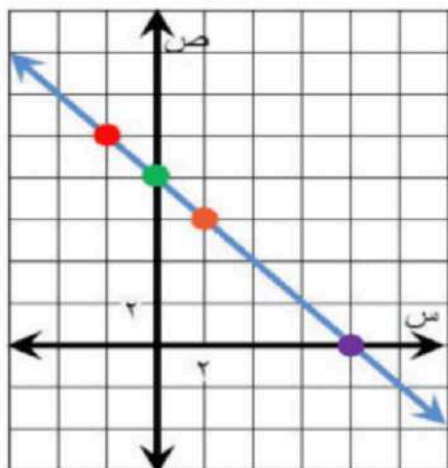
$$\text{س} - ٨ = \text{ص}$$

أضف ص إلى كلا الطرفين

$$\text{س} + \text{ص} = ٨$$

اطرح س من كلا الطرفين

$$\text{ص} - ٨ = \text{ص}$$



س	$\text{س} - ٨$	ص	(س ، ص)
٢-	$(٢-) - ٨$	١٠	$(١٠ ، ٢-)$
٠	$(٠) - ٨$	٨	$(٨ ، ٠)$
٢	$(٢) - ٨$	٦	$(٦ ، ٢)$
٨	$(٨) - ٨$	٠	$(٠ ، ٨)$



حل المعادلات الخطية بيانياً

المادة: الرياضيات

الصف: الثاني

درست تمثيل المعادلات الخطية بيانياً باستعمال الجداول أو المقطعين.

والآن:

- أحل المعادلات الخطية بيانياً.
- أقدر حل المعادلة الخطية بيانياً.

المنهجيات:

الدالة الخطية

الدالة المولدة (الأم)

الجذر

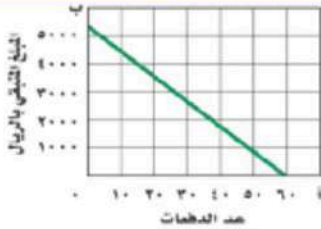
الأصناف

رابط الدرس الإلكتروني



www.ien.edu.sa

تكلفة تقويم الأسنان



يبين الشكل المجاور المبلغ المتبقي بعد أن يدفع أحمد عددًا من أقساط تكلفة تقويم أسنانه، الذي تمثله الدالة:

$$ب = ٥١٠٠ + ٨٥ - أ$$

حيث تمثل أ عدد الدفعات التي قيمة كل منها ٨٥ ريالاً، و ب المبلغ المتبقي.

الحل بيانياً: الدالة الخطية هي دالة تمثل بيانياً بمستقيم.

وأبسط دالة خطية هي د (س) = س، وتسمى الدالة المولدة (الأم) لمجموعة الدوال الخطية.

مفهوم أساسي

الدالة الخطية

الدالة المولدة (الأم)

نوع التمثيل البياني

المجال

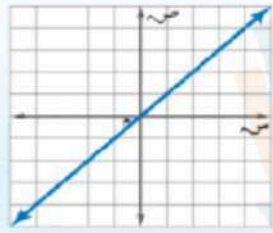
المدى

د (س) = س

خط مستقيم

جميع الأعداد الحقيقية

جميع الأعداد الحقيقية



حل المعادلة أو الجذر هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة. وللمعادلة الخطية جذر واحد على الأكثر، ويمكن إيجاد جذر المعادلة بتمثيل الدالة المرتبطة بها، ولكتابة هذه الدالة بمعادلة، عوض صفراً بدلاً من د (س).

المعادلة الخطية	الدالة المرتبطة
$٢ - س = ٨$	د (س) = ٢ - س - ٨ أو ص = ٢ - س - ٨

تسمى قيم س التي تجعل د (س) = ٠ **أصفار** الدالة.

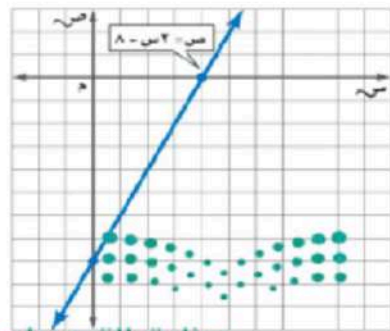
ويقع صفر الدالة عند المقطع السيني لها، وجذر المعادلة هو قيمة المقطع السيني؛ ولذا فإن:

$$٠ = ٢ - س - ٨$$

$$٠ = ٢ - س - ٨$$

$$٠ = ٢ - س - ٨$$

$$٠ = ٢ - س - ٨$$



وزارة التعليم

Ministry of Education

الدرس ٢ - ٤: حل المعادلات الخطية بيانياً ٧٩45 - 023

تحقق من فهمك

$$(١) \quad ٦ + \frac{٢}{٥}س = ٠$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$٦ + \frac{٢}{٥}س = ٠$$

$$٦ - ٦ + \frac{٢}{٥}س = ٦ - ٠$$

$$\frac{٢}{٥}س = ٦ -$$

$$٦ - \left(\frac{٥}{٢}\right) \frac{٢}{٥}س = \left(\frac{٥}{٢}\right) ٦ -$$

$$س = ١٥ -$$

الحل هو $١٥ -$.

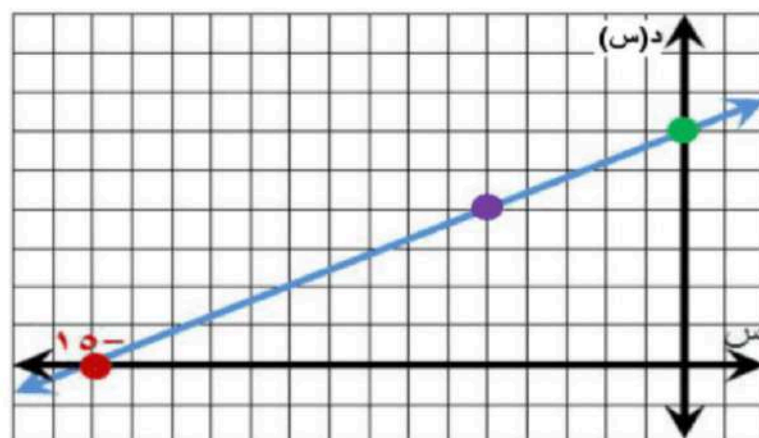
الطريقة ٢: الحل بيانياً

$$٦ + \frac{٢}{٥}س = ٠$$

المعادلة الأصلية

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $د(س) = ٦ + \frac{٢}{٥}س$ ، ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	د(س) = $٦ + \frac{٢}{٥}س$	د(س)	(س ، د(س))
٥ -	$٦ + (٥ -) \frac{٢}{٥} = (٥ -) د$	٤	(٤ ، ٥ -)
٠	$٦ + (٠) \frac{٢}{٥} = (٠) د$	٦	(٦ ، ٠)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $١٥ -$ ، لذا فإن الحل هو $س = ١٥ -$.

$$١ \text{ ب) } ٠ = ٣ + ١,٢٥ س$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$٠ = ٣ + ١,٢٥ س$$

$$٣ - ٠ = ٣ - ٣ + ١,٢٥ س$$

$$٣ - = ١,٢٥ س$$

$$٢,٤ = س$$

الحل هو ٢,٤.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

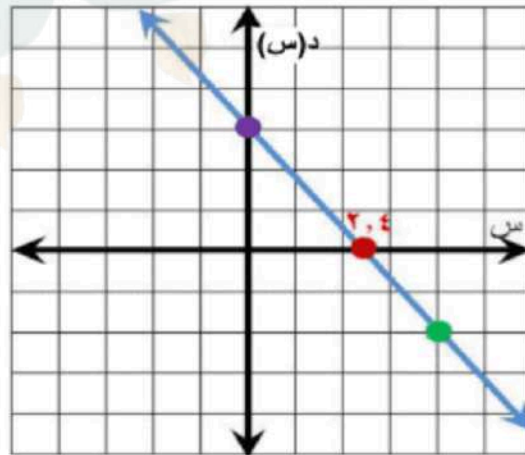
$$٠ = ٣ + ١,٢٥ س$$

المعادلة الأصلية

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = ٣ + ١,٢٥ س

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	د(س) = ٣ + ١,٢٥ س	د(س)	(س ، د(س))
٠	د(٠) = ٣ + (٠) ١,٢٥ = ٣	٣	(٣ ، ٠)
٤	د(٤) = ٣ + (٤) ١,٢٥ = ٢٠	٢٠	(٢٠ ، ٤)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٢,٤ ، لذا فإن الحل هو س = ٢,٤.

١٢) $٥ - ٤س = ٣ + ٤س$
الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

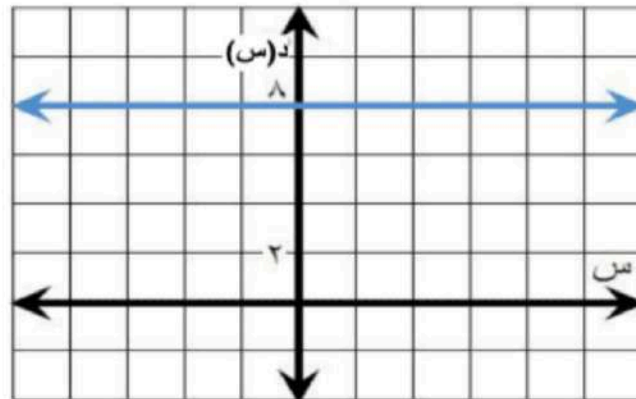
المعادلة الأصلية	$٥ - ٤س = ٣ + ٤س$
أضف ٥ إلى كلا الطرفين	$٥ + ٥ - ٤س = ٥ + ٣ + ٤س$
بسط	$٤س = ٨ + ٤س$
اطرح ٤س من كلا الطرفين	$٤س - ٤س = ٨ + ٤س - ٤س$
بسط	$٠ = ٨$

وهذا مستحيل، وتكون المعادلة المرتبطة د(س) = ٨. وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما يكون د(س) = ٠، وحيث د(س) يساوي ٨ دائماً فليس للمعادلة حل.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية	$٥ - ٤س = ٣ + ٤س$
أضف ٥ إلى كلا الطرفين	$٥ + ٥ - ٤س = ٥ + ٣ + ٤س$
بسط	$٤س = ٨ + ٤س$
اطرح ٤س من كلا الطرفين	$٤س - ٤س = ٨ + ٤س - ٤س$
بسط	$٠ = ٨$

مثل الدالة المرتبطة د(س) = ٨ بيانياً، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.



$$٢ب) ٣س - ٦ = ٣س - ٢$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

المعادلة الأصلية

$$٣س - ٦ = ٣س - ٢$$

اطرح ٦ من كلا الطرفين

$$٣س - ٦ - ٦ = ٣س - ٢ - ٦$$

بسط

$$٣س - ٤ = ٣س$$

أضف ٣س إلى كلا الطرفين

$$٣س - ٤ - ٣س = ٣س - ٣س$$

بسط

$$٠ = ٤ -$$

وهذا مستحيل، وتكون المعادلة المرتبطة د(س) = ٤- . وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما يكون د(س) = ٠، وحيث د(س) يساوي ٤- دائماً فليس للمعادلة حل.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية

$$٣س - ٦ = ٣س - ٢$$

اطرح ٦ من كلا الطرفين

$$٣س - ٦ - ٦ = ٣س - ٢ - ٦$$

بسط

$$٣س - ٤ = ٣س$$

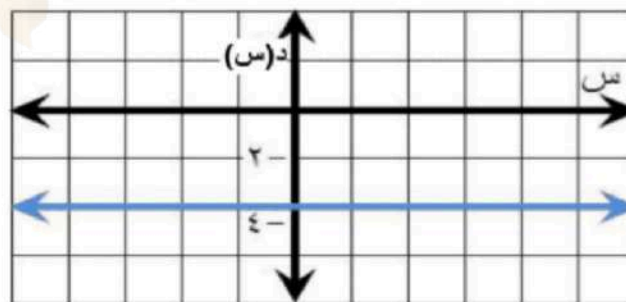
أضف ٣س إلى كلا الطرفين

$$٣س - ٤ - ٣س = ٣س - ٣س$$

بسط

$$٠ = ٤ -$$

مثل الدالة المرتبطة د(س) = ٤- بيانياً، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.

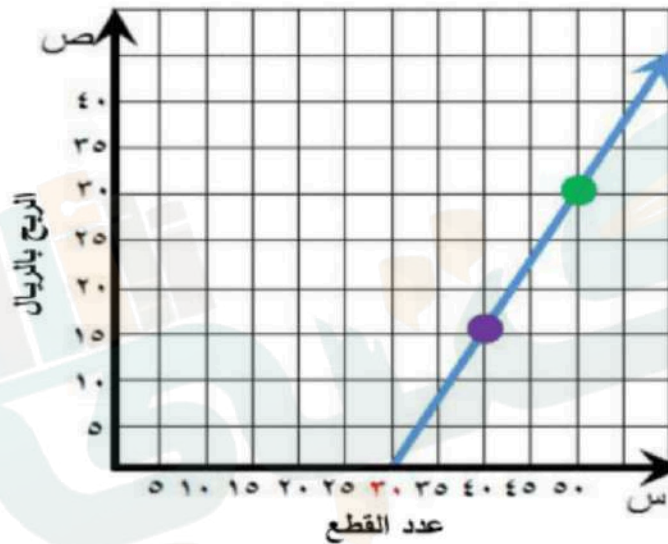


(٣) مقصف مدرسة : اشترى مقصف مدرسة علبة حلوى بمبلغ ٤٥ ريالاً. فإذا باع القطعة الواحدة بـ ١,٥ ريال، وكانت الدالة $ص = ١,٥س - ٤٥$ تمثل الربح الذي يحققه عند بيع $س$ قطعة من الحلوى، فأوجد صفر الدالة، ووصف ماذا يعني ذلك في سياق هذه المسألة.

الحل:

لتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	$ص = ١,٥س - ٤٥$	ص	(س، ص)
٤٠	$ص = ١,٥(٤٠) - ٤٥$	١٥	(١٥، ٤٠)
٥٠	$ص = ١,٥(٥٠) - ٤٥$	٣٠	(٣٠، ٥٠)



يبين التمثيل البياني أن المستقيم يقطع محور السينات عند $س = ٣٠$.

وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري:

المعادلة الأصلية

$$ص = ١,٥س - ٤٥$$

عوض القيمة صفراً بدلاً من ص

$$٤٥ - ١,٥س = ٠$$

أضف ٤٥ إلى كلا الطرفين

$$٤٥ + ٤٥ - ١,٥س = ٤٥ + ٠$$

بسط

$$٤٥ = ١,٥س$$

اقسم كلا الطرفين على ١,٥

$$\frac{٤٥}{١,٥} = \frac{١,٥س}{١,٥}$$

بسط

$$٣٠ = س$$

صفر هذه الدالة هو ٣٠، لذا يجب أن يبيع المقصف ٣٠ قطعة حلوى قبل أن يحقق ربحاً.

المثالان ١، ٢ حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(١) \quad ٠ = ٦ + ٢س$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$٠ = ٦ + ٢س$$

$$٠ - ٦ = ٦ + ٢س - ٦$$

$$٦ - = ٢س$$

$$٣ = س$$

الحل هو ٣.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

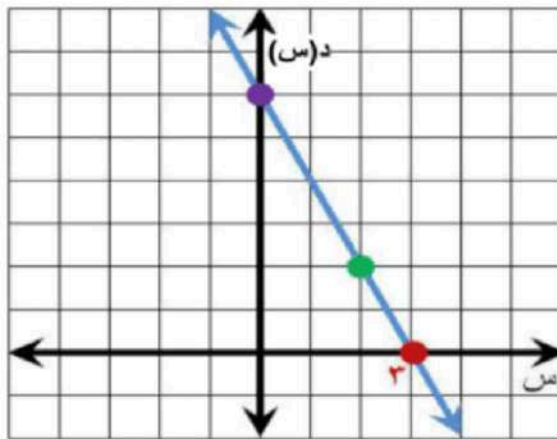
$$٠ = ٦ + ٢س$$

المعادلة الأصلية

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $د(س) = ٦ + ٢س$

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	د(س) = ٦ + ٢س	د(س)	(س ، د(س))
٠	د(٠) = ٦ + (٠)٢ = ٦	٦	(٠ ، ٦)
٢	د(٢) = ٦ + (٢)٢ = ١٠	١٠	(٢ ، ١٠)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٣ ، لذا فإن الحل هو $س = ٣$.

$$(٢) \quad ٤س - ٢ = ٠$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$٤س - ٢ = ٠$$

$$٤س - ٢ + ٢ = ٠ + ٢$$

$$٤س = ٢$$

$$س = \frac{١}{٢}$$

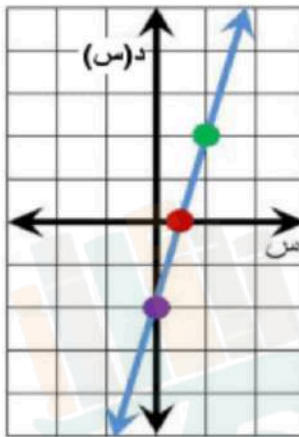
الحل هو $\frac{١}{٢}$.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

$$٤س - ٢ = ٠$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $د(س) = ٤س - ٢$

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = ٤س - ٢	د(س)	(س ، د(س))
٠	د(٠) = ٤(٠) - ٢ = -٢	-٢	(٠ ، -٢)
١	د(١) = ٤(١) - ٢ = ٢	٢	(١ ، ٢)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $\frac{١}{٢}$ ، لذا فإن الحل هو $س = \frac{١}{٢}$.

$$(٣) \quad ٩س + ٣ = ٠$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$٩س + ٣ = ٠$$

$$٩س + ٣ - ٣ = ٠ - ٣$$

$$٩س = -٣$$

$$س = -\frac{٣}{٩}$$

$$س = -\frac{١}{٣}$$

الحل هو $س = -\frac{١}{٣}$.

المعادلة الأصلية

اطرح ٣ من كلا الطرفين

بسط

اقسم كلا الطرفين على ٩

بسط

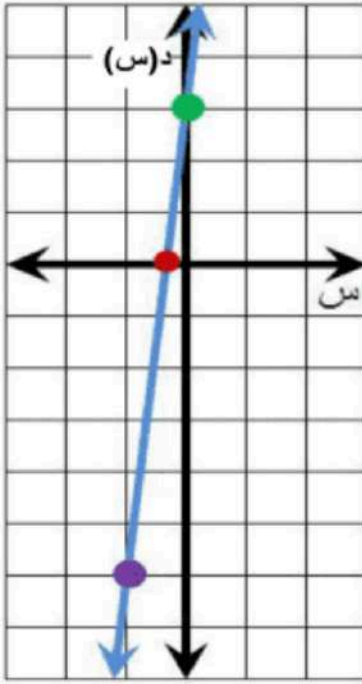
الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية

$$9s + 3 = 0$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $d(s) = 9s + 3$
ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	$d(s) = 9s + 3$	$d(s)$	(س ، $d(s)$)
-1	$d(-1) = 9(-1) + 3 = -6$	-1	(-1، -6)
0	$d(0) = 9(0) + 3 = 3$	3	(0، 3)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $-\frac{1}{3}$ ، لذا
فإن الحل هو $s = -\frac{1}{3}$.

$$(4) \quad 8 - s - = 0$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

المعادلة الأصلية

$$8 - s - = 0$$

أضف ٨ إلى كلا الطرفين

$$8 + 8 - s - = 8 + 0$$

بسط

$$8 - s = 8$$

اضرب كلا الطرفين في -١

$$s = 8 -$$

الحل هو $8 -$.

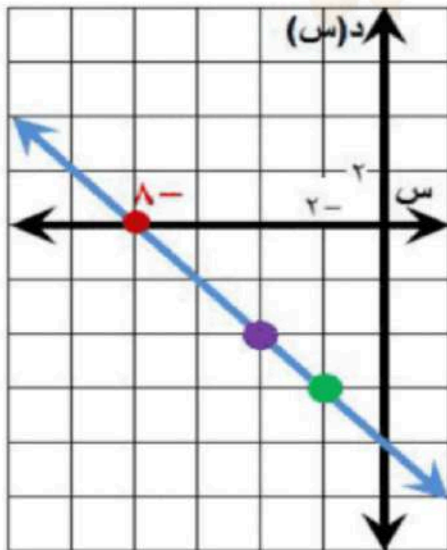
الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية

$$8 - s - = 0$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $d(s) = 8 - s -$
ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	$d(s) = 8 - s -$	$d(s)$	(س ، $d(s)$)
-4	$d(-4) = 8 - (-4) - = 12$	-4	(-4، 12)
-2	$d(-2) = 8 - (-2) - = 10$	-2	(-2، 10)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند - ٨ ،
لذا فإن الحل هو $s = -٨$.

$$(٥) \quad ٢٤ - ٤س = ١١ + ٤س$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

المعادلة الأصلية	$٢٤ - ٤س = ١١ + ٤س$
أضف ٢٤ إلى كلا الطرفين	$٢٤ + ٢٤ - ٤س = ٢٤ + ١١ + ٤س$
بسط	$٤٨ - ٤س = ٣٥ + ٤س$
اطرح ٤س من كلا الطرفين	$٤٨ - ٤س - ٤س = ٣٥ + ٤س - ٤س$
بسط	$٠ = ٣٥$

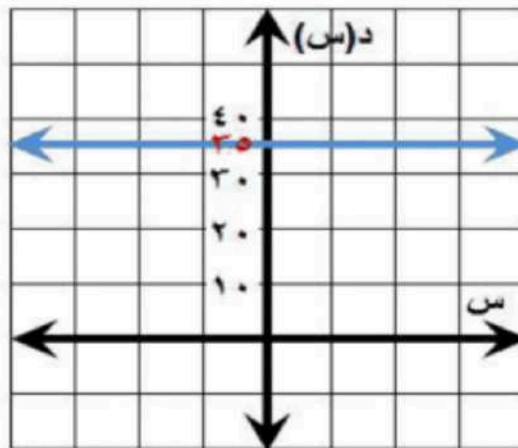
وهذا مستحيل، وتكون المعادلة المرتبطة د(س) = ٣٥. وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما يكون د(س) = ٠، وحيث د(س) يساوي ٣٥ دائماً **فليس للمعادلة حل**.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية	$٢٤ - ٤س = ١١ + ٤س$
أضف ٢٤ إلى كلا الطرفين	$٢٤ + ٢٤ - ٤س = ٢٤ + ١١ + ٤س$
بسط	$٤٨ - ٤س = ٣٥ + ٤س$
اطرح ٤س من كلا الطرفين	$٤٨ - ٤س - ٤س = ٣٥ + ٤س - ٤س$
بسط	$٠ = ٣٥$

مثل الدالة المرتبطة د(س) = ٣٥ بيانياً، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، **لذلك لا يوجد حل**

للمعادلة.



$$(٦) \quad ٨ + س^٢ = ٥ - س^٢$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

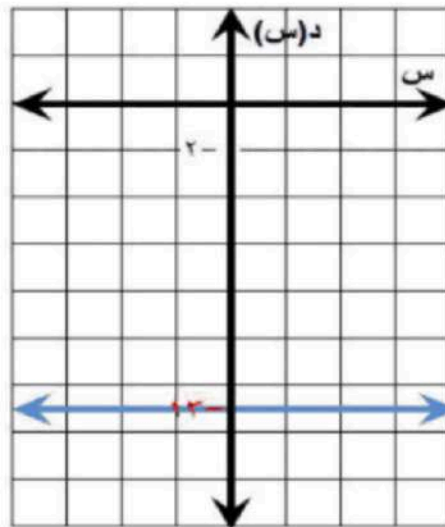
المعادلة الأصلية	$٨ + س^٢ = ٥ - س^٢$
اطرح ٨ من كلا الطرفين	$٨ - ٨ + س^٢ = ٨ - ٥ - س^٢$
بسط	$س^٢ = ٣ - س^٢$
اطرح $س^٢$ إلى كلا الطرفين	$س^٢ - س^٢ = ٣ - س^٢ - س^٢$
بسط	$٠ = ٣ -$

وهذا مستحيل، وتكون المعادلة المرتبطة د(س) = -٣. وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما يكون د(س) = ٠، وحيث د(س) يساوي -٣ دائماً فليس للمعادلة حل.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية	$٨ + س^٢ = ٥ - س^٢$
اطرح ٨ من كلا الطرفين	$٨ - ٨ + س^٢ = ٨ - ٥ - س^٢$
بسط	$س^٢ = ٣ - س^٢$
اطرح $س^٢$ إلى كلا الطرفين	$س^٢ - س^٢ = ٣ - س^٢ - س^٢$
بسط	$٠ = ٣ -$

مثل الدالة المرتبطة د(س) = -٣ بيانياً، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.



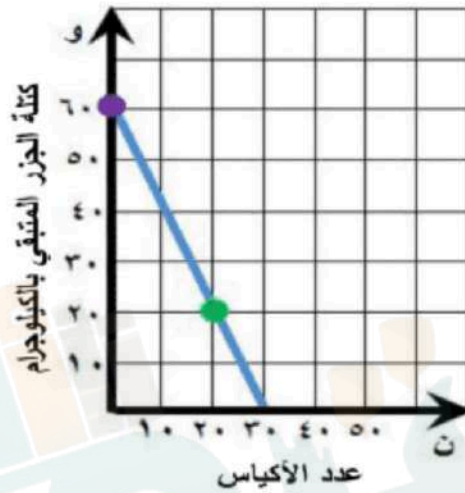
مثال ٣

(٧) **خضار:** تمثّل الدالة $و = ٢ - ٦٠$ كتلة الجزر المتبقي بالكيلوجرام في محل أحمد بعد بيعه (ن) كيساً. أوجد صفر الدالة، ووضّح ما يعنيه في هذا السياق.

الحل:

لتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

ن	$و = ٢ - ٦٠$	و	(ن، و)
٠	$و = ٢ - ٦٠ = (٠)$	٦٠	(٠، ٦٠)
٢٠	$و = ٢ - ٦٠ = (٢٠)$	٢٠	(٢٠، ٢٠)



يبين التمثيل البياني أن المستقيم يقطع محور السينات عند $س = ٣٠$.

وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري:

$$و = ٢ - ٦٠$$

$$٢ - ٦٠ = ٠$$

$$٠ - ٦٠ = ٢ - ٦٠$$

$$- ٦٠ = ٢ -$$

$$\frac{- ٦٠}{- ٢} = \frac{٢ -}{- ٢}$$

$$٣٠ = ن$$

المعادلة الأصلية

عوض القيمة صفراً بدلاً من و

اطرح ٦٠ من كلا الطرفين

بسط

اقسم كلا الطرفين على - ٢

بسط

صفر هذه الدالة هو ٣٠، لذا يجب أن يبيع أحمد ٣٠ كيساً ليكون وزن الجزر في محله صفراً.

المثالان ٢، ١ حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

$$(٨) \quad ٣ + س = ٠$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$٣ + س = ٠$$

$$٣ - ٣ + س = ٣ - ٠$$

$$س = ٣ -$$

الحل هو $٣ -$.

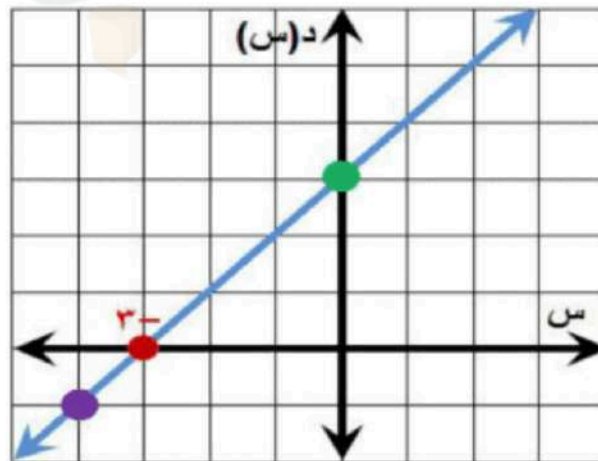
الطريقة ٢: الحل بيانياً

$$٣ + س = ٠$$

المعادلة الأصلية

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $د(س) = ٣ + س$ ، ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	د(س) = ٣ + س	د(س)	(س ، د(س))
٤ -	د(٤ -) = ٣ + (٤ -)	١ -	(٤ - ، ١ -)
٠	د(٠) = ٣ + (٠)	٣	(٠ ، ٣)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $٣ -$ ، لذا فإن الحل هو $س = ٣ -$.

$$(٩) \quad ٨ - ٥ = ٨ - ١٦ \text{ س}$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

المعادلة الأصلية
اطرح ١٦ من كلا الطرفين
بسط
أضف ٨ س إلى كلا الطرفين
بسط

$$\begin{aligned} ٨ - ٥ &= ٨ - ١٦ \text{ س} \\ ٨ - ١٦ - ١٦ &= ٨ - ١٦ \text{ س} \\ - ١١ &= ٨ - ١١ \text{ س} \\ - ١١ - ٨ &= ٨ - ١١ \text{ س} \\ ٠ &= ١١ - \end{aligned}$$

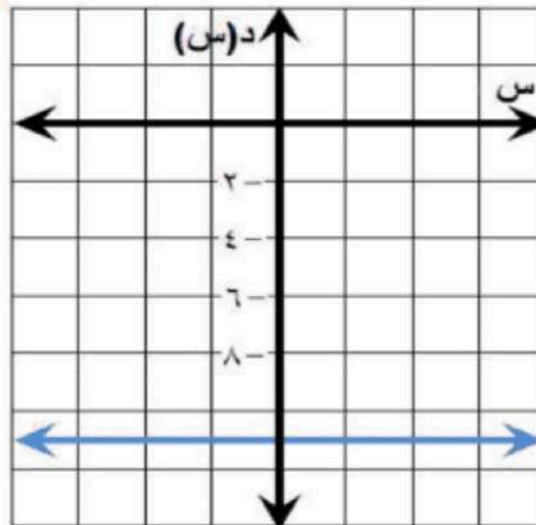
وهذا مستحيل، وتكون المعادلة المرتبطة د(س) = -١١. وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما يكون د(س) = ٠، وحيث د(س) يساوي -١١ دائماً فليس للمعادلة حل.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية
اطرح ١٦ من كلا الطرفين
بسط
أضف ٨ س إلى كلا الطرفين
بسط

$$\begin{aligned} ٨ - ٥ &= ٨ - ١٦ \text{ س} \\ ٨ - ١٦ - ١٦ &= ٨ - ١٦ \text{ س} \\ - ١١ &= ٨ - ١١ \text{ س} \\ - ١١ - ٨ &= ٨ - ١١ \text{ س} \\ ٠ &= ١١ - \end{aligned}$$

مثل الدالة المرتبطة د(س) = -١١ بيانياً، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.



$$(١٠) \text{ س}^٣ - ١٠ = ٢١ + \text{س}^٣$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

المعادلة الأصلية

$$\text{س}^٣ - ١٠ = ٢١ + \text{س}^٣$$

اطرح ٢١ من كلا الطرفين

$$\text{س}^٣ - ١٠ - ٢١ = ٢١ - ٢١ + \text{س}^٣$$

بسط

$$\text{س}^٣ = ٣١ - \text{س}^٣$$

اطرح ٢ س إلى كلا الطرفين

$$\text{س}^٣ - ٣ - \text{س}^٣ = ٣١ - ٣ - \text{س}^٣$$

بسط

$$٠ = ٣١ -$$

وهذا مستحيل، وتكون المعادلة المرتبطة د(س) = -٣١. وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما يكون د(س) = ٠، وحيث د(س) يساوي -٣١ دائماً **فليس للمعادلة حل**.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية

$$\text{س}^٣ - ١٠ = ٢١ + \text{س}^٣$$

اطرح ٢١ من كلا الطرفين

$$\text{س}^٣ - ١٠ - ٢١ = ٢١ - ٢١ + \text{س}^٣$$

بسط

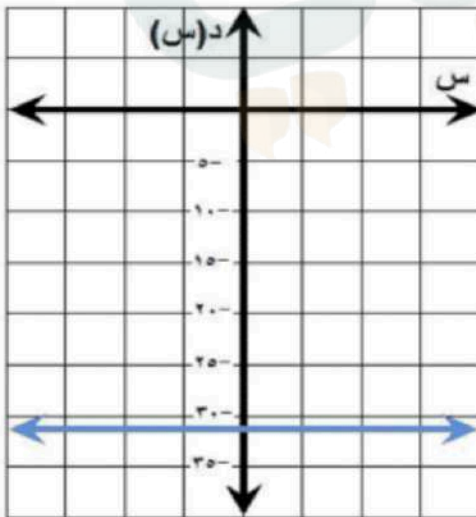
$$\text{س}^٣ = ٣١ - \text{س}^٣$$

اطرح ٢ س إلى كلا الطرفين

$$\text{س}^٣ - ٣ - \text{س}^٣ = ٣١ - ٣ - \text{س}^٣$$

بسط

$$٠ = ٣١ -$$



مثل الدالة المرتبطة د(س) = -٣١ بيانياً، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، **لذلك لا يوجد حل للمعادلة**.

$$(11) \quad 0 = 36 - 4s$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$0 = 36 - 4s$$

$$4s - 36 = 36 - 36 - 4s + 36$$

$$4s = 36$$

$$s = 9$$

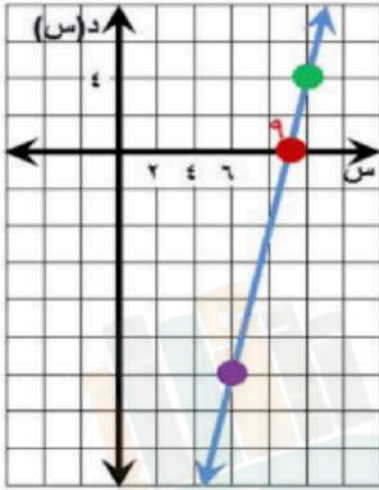
الحل هو ٩ .

الطريقة ٢: الحل بيانياً

$$0 = 36 - 4s$$

المعادلة الأصلية

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $د(س) = 36 - 4س$ ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = 36 - 4س	د(س)	(س ، د(س))
٦	د(٦) = 36 - (٦) ٤ = ٠	١٢-	(١٢- ، ٦)
١٠	د(١٠) = 36 - (١٠) ٤ = ٠	٤	(٤ ، ١٠)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٩، لذا فإن الحل هو $س = ٩$.

$$(12) \quad 10 + 7س = 0$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$10 + 7س = 0$$

$$7س - 10 = 10 - 10 + 7س - 10$$

$$7س = 10 -$$

$$س = \frac{10}{7} -$$

الحل هو $-\frac{10}{7}$.

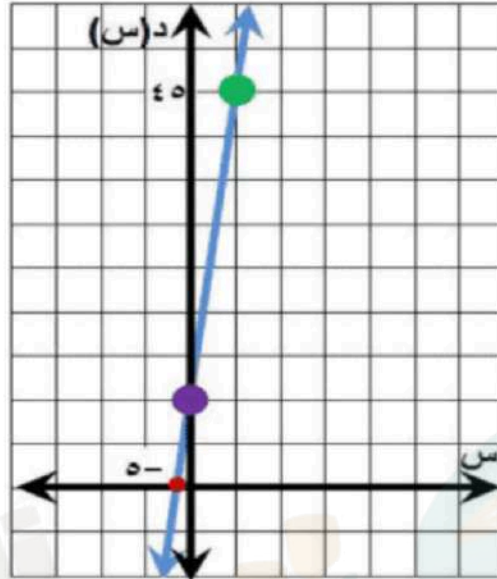
الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية

$$10 + 7س = 0$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = ٧س + ١٠ ، ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	د(س) = ٧س + ١٠	د(س)	(س ، د(س))
٠	د(٠) = ٧(٠) + ١٠ = ١٠	١٠	(٠ ، ١٠)
٥	د(٥) = ٧(٥) + ١٠ = ٤٥	٤٥	(٥ ، ٤٥)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $-\frac{10}{7}$ ، لذا فإن الحل هو $س = -\frac{10}{7}$.

$$(١٣) \quad ٧س - ٢٠ = ٣٥ + ٧س$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$٧س - ٢٠ = ٣٥ + ٧س$$

$$٧س - ٢٠ - ٢٠ = ٣٥ + ٧س - ٢٠$$

$$٧س - ٤٠ = ١٥ + ٧س$$

$$٧س - ٤٠ - ٧س = ١٥ + ٧س - ٧س$$

$$٠ = ١٥$$

المعادلة الأصلية

اطرح ٢٠ من كلا الطرفين

بسط

أضف ٧س إلى كلا الطرفين

بسط

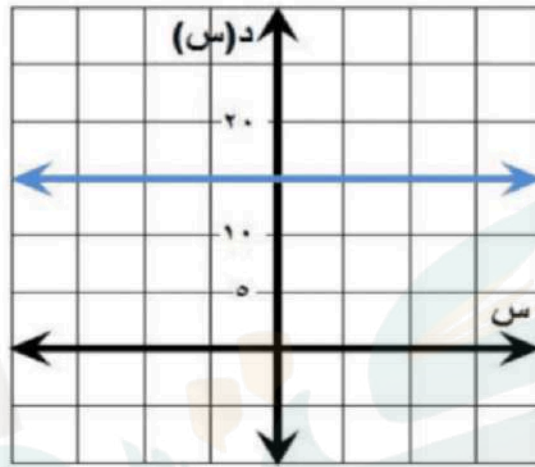
وهذا مستحيل، وتكون المعادلة المرتبطة د(س) = ١٥. وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما

يكون د(س) = ٠، وحيث د(س) يساوي ١٥ دائماً فليس للمعادلة حل.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

$$\begin{array}{lcl}
 \text{المعادلة الأصلية} & & ٧ - ٢٠ = ٣٥ + ٧ \text{ س} \\
 \text{اطرح ٢٠ من كلا الطرفين} & & ٧ - ٢٠ - ٢٠ = ٣٥ - ٢٠ + ٧ \text{ س} \\
 \text{بسط} & & ٧ - = ١٥ + ٧ \text{ س} \\
 \text{أضف ٧ س إلى كلا الطرفين} & & ٧ - + ٧ \text{ س} = ١٥ + ٧ \text{ س} \\
 \text{بسط} & & ٠ = ١٥
 \end{array}$$

مثل الدالة المرتبطة د(س) = ١٥ بيانياً، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.



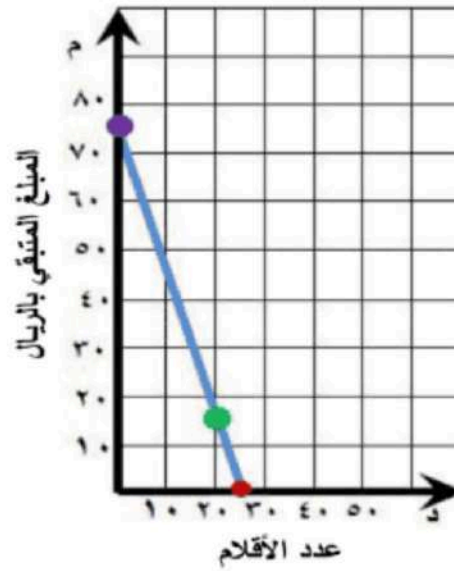
مثال ٣

١٤) أراد محمد شراء أقلام لأصدقائه بمبلغ ٧٥ ريالاً، والمعادلة $٧٥ + ٣ - د = م$ تمثل المبلغ (م) بالريال المتبقي معه بعد شراء (د) قلمًا. أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

الحل:

لتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

د	$٧٥ + ٣ - د = م$	م	(د، م)
٠	$٧٥ + (٠) ٣ - = م$	٧٥	(٧٥، ٠)
٢٠	$٧٥ + (٢٠) ٣ - = م$	١٥	(١٥، ٢٠)



يبين التمثيل البياني أن المستقيم يقطع محور السينات عند $s = 25$.

وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري:

المعادلة الأصلية

$$m = 75 - 3s$$

عوض القيمة صفراً بدلاً من م

$$75 - 3s = 0$$

اطرح 75 من كلا الطرفين

$$75 - 75 - 3s = 75 - 0$$

بسط

$$-3s = 75 - 75$$

اقسم كلا الطرفين على -3

$$\frac{-3s}{-3} = \frac{75 - 75}{-3}$$

بسط

$$s = 25$$

صفر هذه الدالة هو 25، لذا يمكنه شراء 25 قلماً كحد أقصى بمبلغ 75 ريال.

حُلّ كل معادلة فيما يأتي:

$$15 = 6s + 15$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

المعادلة الأصلية

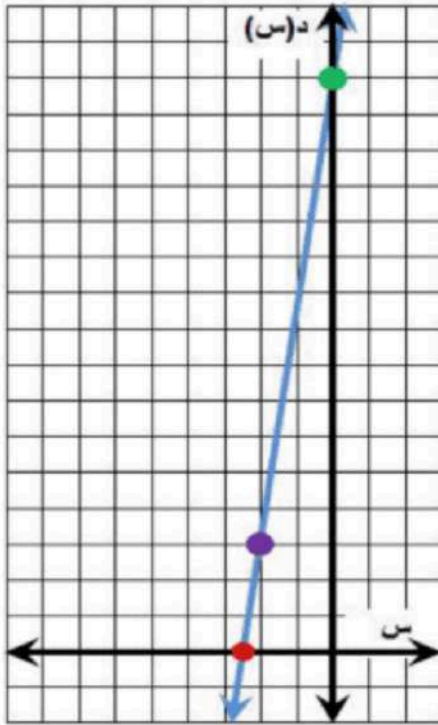
$$0 = 6s + 15$$

اطرح 15 من كلا الطرفين

$$15 - 0 = 6s + 15 - 15$$

بسط

$$15 = 6s$$



اقسم كلا الطرفين على ٦
بسط

$$\frac{15}{6} = س$$

$$\frac{5}{2} = س$$

الحل هو $س = \frac{5}{2}$.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية

$$١٥ + ٦س = ٠$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = $١٥ + ٦س$

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	د(س) = $١٥ + ٦س$	د(س)	(س ، د(س))
٢-	$د(٢-) = ١٥ + (٢-)٦ = ٣$	٣	(٣ ، ٢-)
٠	$د(٠) = ١٥ + (٠)٦ = ١٥$	١٥	(١٥ ، ٠)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $س = \frac{5}{2}$ ، لذا فإن الحل هو $س = \frac{5}{2}$.

$$(١٦) \quad ٣٤ + ١٣س = ٠$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

المعادلة الأصلية

$$٣٤ + ١٣س = ٠$$

اطرح ٣٤ من كلا الطرفين

$$٣٤ - ٣٤ + ١٣س = ٣٤ - ٠$$

بسط

$$١٣س = ٣٤ - ٣٤$$

اقسم كلا الطرفين على ١٣

$$س = \frac{٣٤}{١٣}$$

الحل هو $س = \frac{٣٤}{١٣}$.

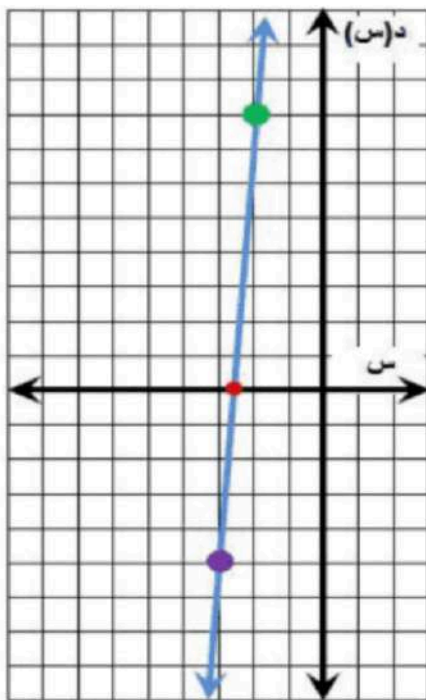
الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية

$$٣٤ + ١٣س = ٠$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = $٣٤ + ١٣س$

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = ١٣س + ٣٤	د(س)	(س ، د(س))
٣-	د(٣-) = ١٣(٣-) + ٣٤ = ٣٤ + (٣-)١٣	٥-	(٣- ، ٥-)
٢-	د(٢-) = ١٣(٢-) + ٣٤ = (٢-)١٣ + ٣٤	٨	(٢- ، ٨)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $-\frac{34}{13}$ ، لذا فإن الحل هو $س = -\frac{34}{13}$.

$$(١٧) \quad ٢٢س = ١٠ -$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$٢٢س = ١٠ -$$

$$١٠ + ١٠ - ٢٢س = ١٠ + ١٠ -$$

$$٢٢س = ١٠ -$$

$$س = \frac{١٠}{٢٢}$$

$$س = \frac{٥}{١١}$$

الحل هو $\frac{٥}{١١}$.

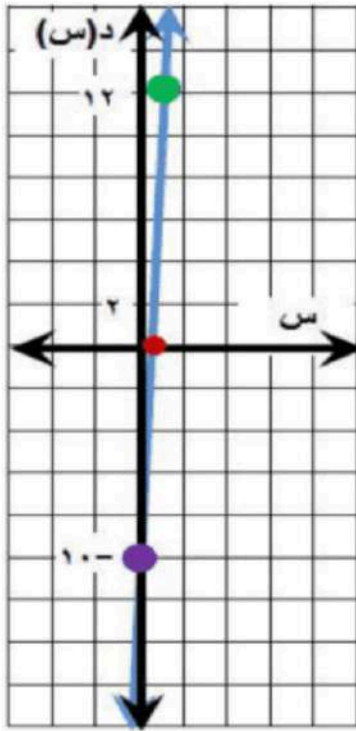
الطريقة ٢: الحل بيانياً

المعادلة الأصلية

$$٢٢س = ١٠ -$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = ٢٢س - ١٠

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = 22 - س	د(س)	(س ، د(س))
0	د(0) = 22 - (0) = 22	22	(0 ، 22)
1	د(1) = 22 - (1) = 21	21	(1 ، 21)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $\frac{5}{11}$ ، لذا فإن الحل هو $s = \frac{5}{11}$.

$$(18) \quad \frac{2}{5} - \frac{3}{4} = 0$$

الحل:

الطريقة ١: الحل جبرياً

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = 0$$

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0$$

$$\frac{2}{5} = \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{5}{2} - \right) \frac{2}{5} = \left(\frac{5}{2} - \right) \frac{3}{4}$$

$$s = \frac{15}{8}$$

الحل هو $\frac{15}{8}$.

الطريقة ٢: الحل بيانياً

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = 0$$

المعادلة الأصلية

اطرح $\frac{3}{4}$ من كلا الطرفين

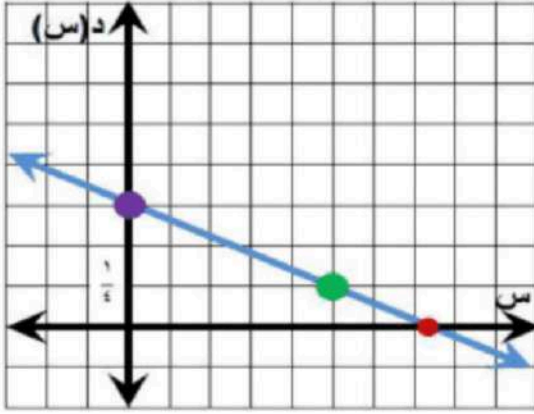
بسط

اضرب كلا الطرفين في $\left(\frac{5}{2} - \right)$

بسط

المعادلة الأصلية

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $d(s) = \frac{3}{4}s - \frac{2}{5}$ ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = $\frac{3}{4}s - \frac{2}{5}$	د(س)	(س ، د(س))
٠	د(٠) = $\frac{3}{4}(٠) - \frac{2}{5} = -\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$	$(\frac{3}{4}, ٠)$
$\frac{٥}{4}$	د($\frac{٥}{4}$) = $\frac{3}{4}(\frac{٥}{4}) - \frac{2}{5} = \frac{٥}{4}$	$\frac{١}{4}$	$(\frac{١}{4}, \frac{٥}{4})$

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $\frac{١٥}{٨}$ ، لذا فإن الحل هو $s = \frac{١٥}{٨}$.

١٩) قالب ثلجي: كانت درجة حرارة قالب ثلجي عند إخراجها من حافظة الثلج -١٠°س . وتمثل المعادلة: $t = ١,٢٥ - ١٠$ درجة حرارة الثلج بعد ١٠ ساعة من إخراجها. فما الوقت الذي يبدأ فيه القالب بالذوبان إذا تم إخراجها عند الساعة $٨:٠٠$ صباحاً؟

الحل:

يبدأ القالب الثلجي بالذوبان عند درجة حرارة صفر درجة، أي عندما $t = ٠$.

المعادلة الأصلية

$$t = ١,٢٥ - ١٠$$

عوض القيمة صفراً بدلاً من t

$$٠ = ١,٢٥ - ١٠$$

أضف ١٠ إلى كلا الطرفين

$$٠ + ١٠ = ١,٢٥ - ١٠ + ١٠$$

بسط

$$١٠ = ١,٢٥$$

اقسم كلا الطرفين على $١,٢٥$

$$\frac{١٠}{١,٢٥} = \frac{١,٢٥}{١,٢٥}$$

بسط

$$٨ = ١$$

سيبدأ القالب بالذوبان بعد إخراجها من حافظة الثلج بـ ٨ ساعات أي الساعة $٤:٠٠$ عصراً.

حل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، وتحقق من إجابتك جبرياً:

$$(٢٠) \quad ٧ - ٣س = ٤ - ٨س$$

الحل:

الطريقة ١: الحل بيانياً

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفها الأيسر صفراً.

المعادلة الأصلية

$$7 - 3s = 8 - 4s$$

أضف 4 س إلى كلا الطرفين

$$7 - 3s + 4s = 8 - 4s + 4s$$

بسط

$$7 = s + 8$$

اطرح 8 من كلا الطرفين

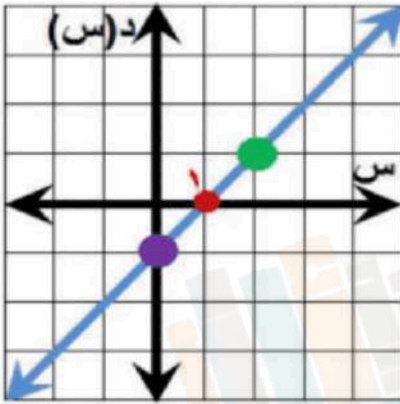
$$7 - 8 = s + 8 - 8$$

بسط

$$-1 = s$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $d(s) = -1 + s$

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = -1 + س	د(س)	(س ، د(س))
0	د(0) = -1 + 0 = -1	-1	(0 ، -1)
1	د(1) = -1 + 1 = 0	0	(1 ، 0)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند 1 ، لذا فإن

الحل هو $s = 1$.

وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري:

المعادلة الأصلية

$$7 - 3s = 8 - 4s$$

أضف 4 س إلى كلا الطرفين

$$7 - 3s + 4s = 8 - 4s + 4s$$

بسط

$$7 = s + 8$$

اطرح 8 من كلا الطرفين

$$7 - 8 = s + 8 - 8$$

بسط

$$-1 = s$$

الحل هو $s = 1$.

$$(21) \quad 19 + 3s = 13 + s$$

الحل:

الطريقة ١: الحل بيانياً

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفها الأيسر صفراً.

المعادلة الأصلية

$$19 + 3s = 13 + s$$

اطرح 13 من كلا الطرفين

$$19 + 3s - 13 = 13 + s - 13$$

$$6 + s^3 = s$$

بسط

اطرح s من كلا الطرفين

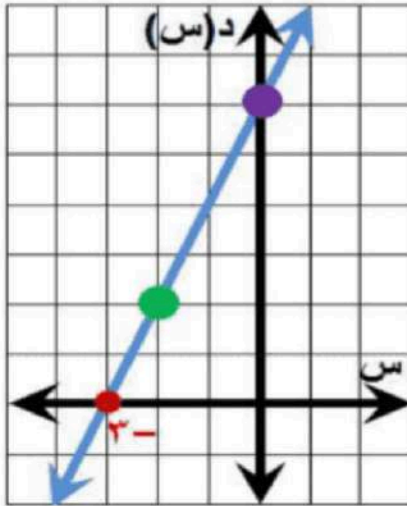
$$6 + s^3 = s \quad -s \quad -s$$

بسط

$$0 = s^2 + 6$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $d(s) = s^2 + 6$

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = $s^2 + 6$	د(س)	(س ، د(س))
٢-	$d(2-) = (2-)^2 + 6 = 10$	٢	(٢- ، ١٠)
٠	$d(0) = (0)^2 + 6 = 6$	١-	(٠ ، ٦)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند -3 ، لذا فإن

الحل هو $s = -3$.

وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري:

$$19 + s^3 = s + 13$$

$$19 - 19 + s^3 = s + 19 - 13$$

$$s^3 = s + 6$$

$$s^3 - s = 6$$

$$s^2 = 6$$

$$\frac{s^2}{2} = \frac{6}{2}$$

$$s = 3$$

الحل هو $s = 3$.

$$(22) \quad 15s - 30 = 50 - 5s$$

الحل:

الطريقة ١: الحل بيانياً

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفها الأيسر صفراً.

المعادلة الأصلية

$$15s - 30 = 50 - 5s$$

أضف ٥٠ إلى كلا الطرفين

$$15s - 30 + 50 = 50 - 5s + 50$$

$$١٥ \text{ س} + ٢٠ = ٥ \text{ س}$$

بسط

$$١٥ \text{ س} - ٥ \text{ س} = ٢٠ + ٥ \text{ س} - ٥ \text{ س}$$

اطرح ٥ س من كلا الطرفين

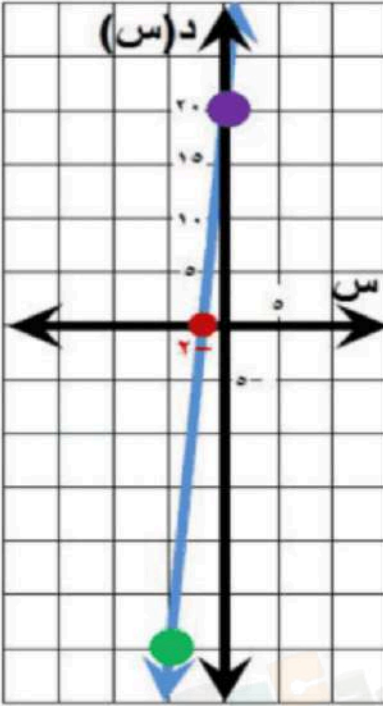
$$٠ = ٢٠ + ١٠ \text{ س}$$

بسط

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $٢٠ + ١٠ \text{ س} = \text{د}(\text{س})$

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	د(س) = ٢٠ + ١٠ س	د(س)	(س ، د(س))
٥-	د(٥-) = (٥-)١٠ + ٢٠ = ٣٠-	٣٠-	(٣٠- ، ٥-)
٠	د(٠) = (٠)١٠ + ٢٠ = ٢٠	٢٠	(٢٠ ، ٠)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند -٢ ، لذا فإن

الحل هو $\text{س} = -٢$.

وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري:

$$١٥ \text{ س} - ٥ \text{ س} = ٣٠ - ٥٠$$

$$١٥ \text{ س} - ٣٠ = ٣٠ + ٥٠ - ٥٠$$

$$١٥ \text{ س} = ٢٠ - ٥٠$$

$$١٥ \text{ س} - ٥ \text{ س} = ٢٠ - ٥٠ - ٥ \text{ س} + ٥ \text{ س}$$

$$١٠ = ٢٠ -$$

$$\frac{١٠}{٢} = \frac{٢٠ -}{٢}$$

$$\text{س} = -٢$$

الحل هو -٢ .

$$(٢٣) \quad \frac{١}{٢} \text{ س} - ٥ = ٣ - ١٠$$

الحل:

الطريقة ١: الحل بيانياً

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفها الأيسر صفراً.

المعادلة الأصلية

$$\frac{١}{٢} \text{ س} - ٥ = ٣ - ١٠$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٥ = ١٠ + ٣ \text{ س} = ١٠ + ١٠ - ٣ \text{ س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} + ٥ = ٣ \text{ س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٣ \text{ س} = ٥ + ٣ \text{ س} - ٣ \text{ س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٣ \text{ س} = ٥ + ٣ \text{ س} - ٣ \text{ س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٣ \text{ س} = ٥ + \frac{٦}{٤} \text{ س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٣ \text{ س} = ٥ + \frac{٥}{٤} \text{ س}$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = $\frac{٥}{٤} \text{ س} + ٥$

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	د(س) = $\frac{٥}{٤} \text{ س} + ٥$	د(س)	(س ، د(س))
٠	$\frac{٥}{٤} (٠) + ٥ = ٥$	٥	(٥ ، ٠)
٤	$\frac{٥}{٤} (٤) + ٥ = ١٠$	١٠	(٤ ، ١٠)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٢ ، لذا فإن

الحل هو $\text{س} = ٢$.

وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري:

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٥ = ٣ \text{ س} - ١٠$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٥ = ٣ \text{ س} - ١٠ + ١٠$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٥ = ٣ \text{ س} - ١٠$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٣ \text{ س} = ٣ \text{ س} - ١٠ - ٣ \text{ س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٣ \text{ س} = ٣ \text{ س} - ١٠ - ٣ \text{ س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٣ \text{ س} = ٣ \text{ س} - ١٠ - ٣ \text{ س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٣ \text{ س} = ٣ \text{ س} - ١٠ - ٣ \text{ س}$$

$$\frac{1}{4} \text{ س} - ٣ \text{ س} = ٣ \text{ س} - ١٠ - ٣ \text{ س}$$

$$\text{س} = ٢$$

الحل هو $\text{س} = ٢$.

أضف ١٠ إلى كلا الطرفين

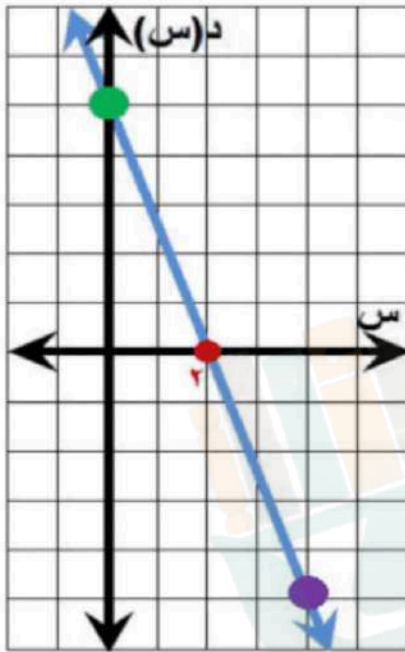
بسط

اطرح ٣ س من كلا الطرفين

بسط

توحيد المقامات

بسط



المعادلة الأصلية

أضف ٥ إلى كلا الطرفين

بسط

اطرح ٣ س من كلا الطرفين

بسط

توحيد المقامات

بسط

اضرب كلا الطرفين في $(\frac{٢}{٥} -)$

بسط

(٢٤) **منتجات الشعر:** تستعمل بعض المستحضرات الطبية المواد الكيماوية لجعل الشعر أكثر لمعاناً. وتُمثّل النسبة المئوية المتبقية لإكمال العملية بالمعادلة: ص = -١٢,٥ س + ١٠٠؛ حيث س الزمن بالدقائق الذي يبقى فيه المستحضر على الشعر، ص النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

(أ) أوجد صفر الدالة.

الحل:

$$\begin{aligned}
 & \text{المعادلة الأصلية} & \text{ص} &= -١٢,٥ \text{ س} + ١٠٠ \\
 & \text{عوض القيمة صفراً بدلاً من ص} & -١٢,٥ \text{ س} + ١٠٠ &= ٠ \\
 & \text{اطرح ١٠٠ من كلا الطرفين} & -١٢,٥ \text{ س} + ١٠٠ - ١٠٠ &= ٠ - ١٠٠ \\
 & \text{بسط} & -١٢,٥ \text{ س} &= -١٠٠ \\
 & \text{اقسم كلا الطرفين على -١٢,٥} & \frac{-١٢,٥ \text{ س}}{-١٢,٥} &= \frac{-١٠٠}{-١٢,٥} \\
 & \text{بسط} & \text{س} &= ٨
 \end{aligned}$$

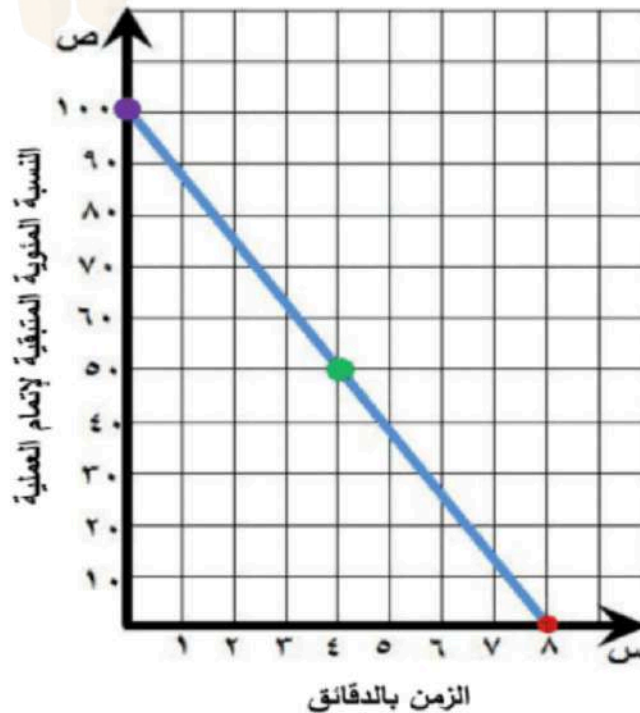
صفر هذه الدالة هو ٨

(ب) **تقنية:** مثل الدالة بيانياً، وتحقق من صحّة التمثيل باستخدام أحد التطبيقات الحاسوبية.

الحل:

لتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	ص = -١٢,٥ س + ١٠٠	ص	(س ، ص)
٠	ص = -١٢,٥ (٠) + ١٠٠	١٠٠	(٠ ، ١٠٠)
٤	ص = -١٢,٥ (٤) + ١٠٠	٥٠	(٤ ، ٥٠)



(ج) بيّن ما يعنيه الصفر في هذه الحالة.

الحل:

يجب أن يبقى المستحضر على الشعر ٨ دقائق ليكون فعالاً تماماً.

(د) اذكر كلاً من مجال الدالة ومداها.

الحل:

المجال: $0 \leq s \leq 8$

المدى: $0 \leq v \leq 100$

رقم الصفحة في الكتاب ٧٥

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٥) **تبرير:** وضح متى يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل المعادلة، ومتى يفضل حلها بالتمثيل البياني؟

الحل:

من الأفضل استعمال الطريقة الجبرية إذا كان المطلوب هو الإجابة الدقيقة، أما التمثيل البياني يعطي حل تقديري.

(٢٦) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة خطية جذرها $-\frac{3}{4}$. واكتب الدالة المرتبطة بها.

الحل:

$$s + \frac{3}{4} = 0$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي:

$$d(s) = s + \frac{3}{4}$$

(٢٧) **اكتب:** لخص كيف تحل معادلة خطية جبرياً وبيانياً.

الحل:

لحل معادلة خطية جبرياً نحل المعادلة بالنسبة إلى s ، أما لحلها بيانياً فنوجد الدالة المرتبطة بجعل المعادلة مساوية للصفر ونكون جدول بقيم مختلفة للإحداثي s ثم نوجد القيم المقابلة لها للإحداثي v ، بعد ذلك نعين على التمثيل البياني أين يقطع الخط محور السينات لتكون نقطة القطع هي الحل، وإذا لم يقطع الخط محور السينات فلا يوجد حل للمعادلة.

(٢٨) ما التقدير الأفضل للمقطع السيني للتمثيل البياني للدالة الخطية الممثلة في الجدول؟

س	ص
٠	٥
١	٣
٢	١
٣	١-
٤	٣-

- (أ) بين ١،٠ و ٢،١ جـ
(ب) بين ٣،٢ و ٤،٣ د

الحل: الإجابة الصحيحة ب

شرح الحل:

نلاحظ أن قيمة ص تغيرت من موجب إلى سالب عندما تغيرت

قيمة س من ٢ إلى ٣.

لذلك فإن التقدير الأفضل للمقطع السيني بين ٢ و ٣.

س	ص
٠	٥
١	٣
٢	١
٣	١-
٤	٣-

(٢٩) بيّن الجدول أدناه التكلفة جـ لاستئجار زورق مدة هـ ساعة.

الساعات (هـ)	١	٢	٣
التكلفة بالريال (جـ)	٢٥	٥٠	٧٥

أي المعادلات الآتية تمثل بيانات الجدول؟

- (أ) جـ = ٢٥ هـ
(ب) جـ = ٢٥ - ٧٥ هـ
(ج) جـ = ٢٥ + هـ
(د) جـ = ٢٥ + ٧٥ هـ

الحل: الإجابة الصحيحة أ

شرح الحل:

بتعويض قيم هـ في المعادلة جـ = ٢٥ هـ نجد أن هذه المعادلة تمثل بيانات الجدول.

$$٢٥ = ٢٥ \quad \leftarrow \text{جـ} = ٢٥ \text{ هـ} \quad ٢٥ = (١)$$

$$٥٠ = ٥٠ \quad \leftarrow \text{جـ} = ٢٥ \text{ هـ} \quad ٢٥ = (٢)$$

$$٧٥ = ٧٥ \quad \leftarrow \text{جـ} = ٢٥ \text{ هـ} \quad ٢٥ = (٣)$$

أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني لكل دالة خطية فيما يأتي: (الدرس ٢-٣)

$$(٣٠) \text{ ص } ٢ = ١٠ + \text{س}$$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $\text{ص} = ٠$

المعادلة الأصلية

$$\text{ص } ١٠ + \text{س } ٢ = ٠$$

استبدل ص بصفر

$$١٠ + \text{س } ٢ = ٠$$

اطرح ١٠ من كلا الطرفين

$$١٠ - ١٠ + \text{س } ٢ = ١٠ - ٠$$

بسط

$$\text{س } ٢ = ١٠ -$$

اقسم كلا الطرفين على ٢

$$\frac{\text{س } ٢}{٢} = \frac{١٠ -}{٢}$$

بسط

$$\text{س} = ٥ -$$

فيكون المقطع السيني -٥، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(٠, -٥)$.

لإيجاد المقطع الصادي ضع $\text{س} = ٠$

المعادلة الأصلية

$$\text{ص } ١٠ + \text{س } ٢ = ٠$$

استبدل س بصفر

$$\text{ص } ١٠ + (٠) ٢ = ٠$$

بسط

$$\text{ص} = ١٠$$

فيكون المقطع الصادي ١٠، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة $(٠, ١٠)$.

$$(٣١) \text{ ص } ٦ = ٩ - \text{س}$$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $\text{ص} = ٠$

المعادلة الأصلية

$$\text{ص } ٩ - \text{س } ٦ = ٠$$

استبدل ص بصفر

$$٩ - \text{س } ٦ = (٠)$$

بسط

$$٩ - \text{س } ٦ = ٠$$

أضف ٩ من كلا الطرفين

$$٩ + ٩ - \text{س } ٦ = ٩ + ٠$$

بسط

$$\text{س } ٦ = ٩$$

اقسم كلا الطرفين على ٦

$$\frac{٦س}{٦} = \frac{٩}{٦}$$

بسط

$$س = \frac{٩}{٦}$$

بسط مرة ثانية

$$س = \frac{٣}{٢}$$

فيكون المقطع السيني $\frac{٣}{٢}$ ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(\frac{٣}{٢}, ٠)$.

لإيجاد المقطع الصادي ضع $س = ٠$

المعادلة الأصلية

$$٣ص = ٦س - ٩$$

استبدل $س$ بصفر

$$٣ص = ٦(٠) - ٩$$

بسط

$$٣ص = -٩$$

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$\frac{٣ص}{٣} = \frac{-٩}{٣}$$

بسط

$$ص = -٣$$

فيكون المقطع الصادي -٣ ، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة $(٠, -٣)$.

(٣٢) حل المعادلة: $٧ = |س - ١|$ (الدرس ١-٥)

الحل:

المعادلة الأصلية

$$٧ = |س - ١|$$

الحالة ٢

الحالة ١

$$٧ = ١ - س$$

$$٧ = س - ١$$

$$١ + ٧ = ١ - س$$

أضف ١ إلى كلا الطرفين

$$١ + ٧ = س - ١$$

$$٨ = -س$$

بسط

$$س = -٨$$



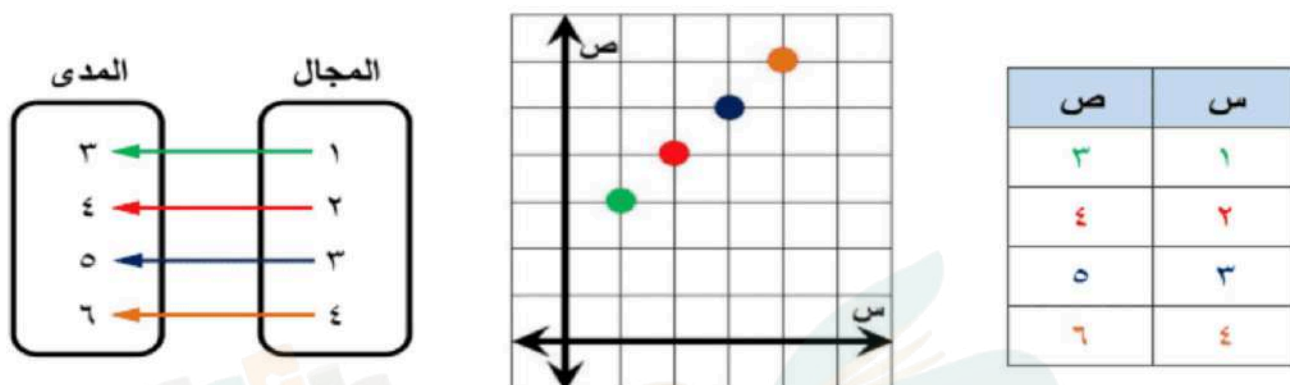
٣٣) مثل العلاقة: $\{(٦, ٤), (٥, ٣), (٤, ٢), (٣, ١)\}$ بجدول، وبيانيًا، وبالمخطط السهمي، ثم حدّد كلّاً من مجالها ومدّاه.

الحل:

الجدول: اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

التمثيل البياني: مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.

المخطط السهمي: ضع قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم سهماً من قيم س في المجال إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.



المجال هو: $\{١, ٢, ٣, ٤\}$ ، والمدى هو: $\{٣, ٤, ٥, ٦\}$

رقم الصفحة في الكتاب ٧٥

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلّاً مما يأتي:

$$\frac{٥}{٢} = \frac{٥ \times ٥}{٥ \times ٢} = \frac{٢٥}{١٠} \quad \text{الحل:} \quad \frac{٢٥}{١٠} \quad (٣٤)$$

$$\frac{١}{٣} = \frac{١ -}{٣ -} = \frac{٢ \times ٢ -}{٣ \times ٢ \times ٢ -} = \frac{٤ -}{١٢ -} \quad \text{الحل:} \quad \frac{٤ -}{١٢ -} \quad (٣٥)$$

$$\frac{١}{٢} - = \frac{١}{٢ -} = \frac{٦}{٦ \times ٢ -} = \frac{٦}{١٢ -} \quad \text{الحل:} \quad \frac{٦}{١٢ -} \quad (٣٦)$$

$$\frac{٩}{٢} - = \frac{٩ -}{٢} = \frac{٩ \times ٤ -}{٢ \times ٤} = \frac{٣٦ -}{٨} \quad \text{الحل:} \quad \frac{٣٦ -}{٨} \quad (٣٧)$$

احسب قيمة $\frac{أ-ب}{ج-د}$ في كلِّ مما يأتي:

(٣٨) $أ=٦$ ، $ب=٢$ ، $ج=٩$ ، $د=٣$

الحل:

$$\begin{aligned} \frac{أ-ب}{ج-د} &= \frac{٦-٢}{٩-٣} \\ &= \frac{٤}{٦} \\ &= \frac{٢}{٣} \end{aligned}$$

عوض قيم أ، ب، ج، د

بسط

بسط مرة ثانية

(٣٩) $أ=٤$ ، $ب=٧$ ، $ج=١$ ، $د=٢$

الحل:

$$\begin{aligned} \frac{أ-ب}{ج-د} &= \frac{(٧-) - ٤}{(٢-) - (١-)} \\ &= \frac{٧+٤}{٢+١-} \\ &= \frac{١١}{١} \\ &= ١١ \end{aligned}$$

عوض قيم أ، ب، ج، د

بسط

بسط مرة ثانية

اقسم

معدل التغير والميل

٥-٢

تحقق من فهمك

(١) تبليط: يبين الجدول المجاور كيف تتغير مساحة

السطح المبلط مع التغير في عدد البلاطات.

عدد البلاطات (س)	المساحة المبلطة (سم ^٢) (ص)
٣	١٢٠٠
٦	٢٤٠٠
٩	٣٦٠٠

(أ) أوجد معدل التغير.

(ب) فسّر معنى معدل التغير.

الحل:
(أ)

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

$$= \frac{\text{التغير في المساحة المبلطة}}{\text{التغير في عدد البلاطات}}$$

$$= \frac{٢٤٠٠ - ٣٦٠٠}{٦ - ٩}$$

$$= \frac{٤٠٠}{١} = \frac{١٢٠٠}{٣}$$

(ب)

معدل التغير هو $\frac{٤٠٠}{١}$ وهذا يعني أن كل بلاطة تغطي ٤٠٠ سم^٢ من مساحة السطح.

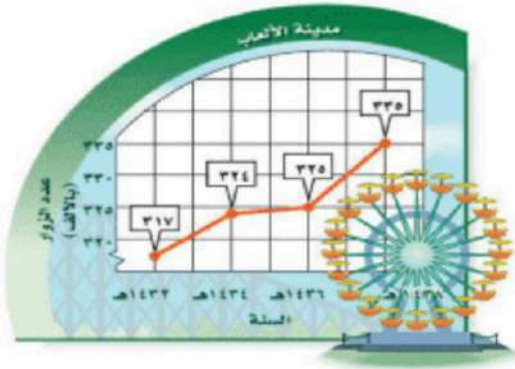
عوض

بسط

تحقق من فهمك

٢) عد إلى التمثيل البياني أعلاه، وأوجد - دون إجراء عمليات حسابية - فترة السنتين ذات معدل التغير الأكبر، ثم احسب للتحقق من إجابتك.

الحل:



فترة السنتين ذات معدل التغير الأكبر هي الفترة ١٤٣٢-١٤٣٤ هـ لأن الجزء الذي يمثل هذه الفترة أكثر ميلاً.

معدل التغير في الفترة ١٤٣٢-١٤٣٤ هـ:

$$\text{عوض} \quad \frac{\text{التغير في عدد الزوار}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{225 - 217}{1434 - 1432}$$

$$\text{بسط} \quad 5 = \frac{10}{2} =$$

ازداد عدد الزوار خلال هاتين السنتين ١٠ آلاف، وذلك بمعدل تغير مقداره ٥ آلاف في السنة.

حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\varepsilon}{3+2-} = \frac{11-15}{(3-)-2-} \\ \varepsilon &= \frac{\varepsilon}{2+1-} = \frac{15-19}{(2-)-1-} \\ 2 &= \frac{\varepsilon}{1+1} = \frac{19-23}{(1-)-1} \\ \varepsilon &= \frac{\varepsilon}{1} = \frac{23-27}{1-2} \end{aligned}$$

ص	س
11	3-
15	2-
19	1-
23	1
27	2

(١٣)

ص	س
11	3-
15	2-
19	1-
23	1
27	2

الحل:

بما أن معدل التغير ليس ثابتاً، فالدالة ليست خطية.

$$\begin{aligned} \frac{0}{3-} &= \frac{\varepsilon+1}{3-} = \frac{(4-)-1}{12-9} \\ \frac{0}{3-} &= \frac{0}{3-} = \frac{1-6}{9-6} \\ \frac{0}{3-} &= \frac{0}{3-} = \frac{6-11}{6-3} \\ \frac{0}{3-} &= \frac{0}{3-} = \frac{11-16}{3-0} \end{aligned}$$

ص	س
4-	12
1	9
6	6
11	3
16	0

(٣ب)

ص	س
4-	12
1	9
6	6
11	3
16	0

الحل:

بما أن معدل التغير ثابت، فالدالة خطية.



أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٤١ (٢-، ٠)، (٢-، ٤-)

الحل:

التغير الرأسي

$$\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م$$

التغير الأفقي

$$\frac{(٢-) - ٢-}{(٤-) - ٠} =$$

عوض

$$٠ = \frac{٠}{٤} = \frac{٢ + ٢-}{٤} =$$

بسط

٤٢ (٢-، ٢-)، (٤، ٦-)

الحل:

التغير الرأسي

$$\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م$$

التغير الأفقي

$$\frac{٢- - ٢-}{(٢-) - ٦-} =$$

عوض

$$\frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤-} = \frac{٢}{٢ + ٦-} =$$

بسط



أوجد ميل المستقيم المار بكل زوجين من النقاط الآتية:

١٥ (i) (٣، ٦)، (٧، ٦)

الحل:

$$\begin{array}{l} \text{التغير الرأسى} \\ \hline \text{التغير الأفقى} \\ \hline \text{عوض} \\ \hline \text{بسط} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م \\ \frac{٦ - ٦}{٣ - ٧} = \\ \frac{٠}{-٤} = ٠ \end{array}$$

٥٥ (ب) (٢، ٣)، (١، ٣)

الحل:

$$\begin{array}{l} \text{التغير الرأسى} \\ \hline \text{التغير الأفقى} \\ \hline \text{عوض} \\ \hline \text{بسط} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م \\ \frac{٣ - ٣}{٢ - ١} = \\ \frac{٠}{١} = ٠ \end{array}$$

٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (٦، ٢-)، (ر، ٤-) يساوي ٥- .
الحل:

صيغة الميل $m = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

عوض $٥- = \frac{٦ - ٤-}{(٢-) - ر}$

بسط $\frac{١٠-}{٢+ ر} = ٥-$

$٥- = \frac{١٠-}{٢+ ر}$

اضرب تبادلياً $(١) ١٠- = (٢+ ر) ٥-$

خاصية التوزيع $١٠- = ١٠- ر ٥-$

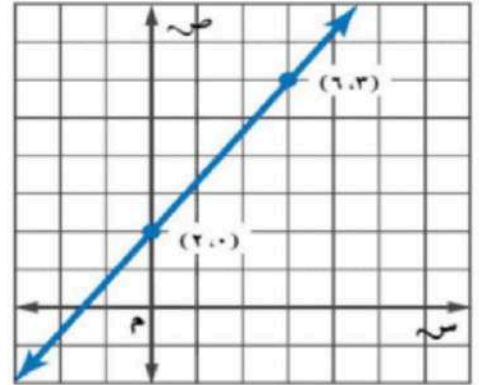
أضف ١٠ إلى كلا الطرفين $١٠+ ١٠- = ١٠+ ١٠- ر ٥-$

بسط $٠ = ٥ ر -$

اقسم كلا الطرفين على ٥ $\frac{٠}{٥-} = \frac{٥ ر -}{٥-}$

بسط $٠ = ر$

مثال ١ أوجد معدل التغير الممثل في كلٍّ من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:



الحل:

التغير الرأسي
التغير الأفقي

عوض

بسط

$$\begin{aligned} \text{معدل التغير} &= \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} \\ &= \frac{3 - 0}{6 - 2} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

(٢)

س	ص
٣	٦
٥	٢
٧	١٠
٩	١٨
١١	٢٦

الحل:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

عوض

بسط

$$\begin{aligned} &= \frac{2 - 10}{5 - 7} \\ &= \frac{8}{2} = 4 \end{aligned}$$

مثال ٢ (٣ مطاعم: استعمل الشكل المجاور في الإجابة عما يأتي:

(أ) أوجد معدّل التغير في الأسعار من ١٤٣٦هـ - ١٤٣٨هـ،
وفسّر معناه.

الحل:



معدل التغير في الفترة ١٤٣٦هـ - ١٤٣٨هـ:

$$\text{معدل التغير في السعر} = \frac{19 - 8}{1438 - 1436} = \frac{11}{2} = 5.5$$

عوض

بسط

ازداد معدل أسعار الوجبات خلال هاتين السنتين ٤ ريال، وذلك بمعدل تغير مقداره ٢ ريال في السنة.

(ب) دون إجراء الحسابات، أوجد فترة العامين التي كان معدّل
تغيرها أكبر من معدل التغير في الفترة من ١٤٣٦هـ - ١٤٣٨هـ،
وفسّر إجابتك.

الحل: فترة العامين ذات معدل التغير الأكبر هي الفترة ١٤٣٢هـ - ١٤٣٤هـ، لأن الجزء الذي يمثل هذه الفترة
أكثر ميلاً.

مثال ٣ حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

٥	٢	١-	٤-	٧-	س
١	٢	٣	٤	٥	ص

الحل:

ص	س
٥	٧-
٤	٤-
٣	١-
٢	٢
١	٥

$$\frac{1}{3} = \frac{1-}{7+4-} = \frac{5-4}{(7-)-4-}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1-}{4+1-} = \frac{4-3}{(4-)-1-}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1-}{1+2} = \frac{3-2}{(1-)-2}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1-}{3} = \frac{2-1}{2-5}$$

بما أن معدل التغير ثابت، فالدالة خطية.

٢٤	٢٠	١٦	١٢	٨	س
٢-	٠	٣	٥	٧	ص

(٥)

الحل:

$\frac{1}{2} = \frac{2-}{4} = \frac{7-5}{8-12}$	
$\frac{1}{2} = \frac{2-}{4} = \frac{5-3}{12-16}$	
$\frac{3}{4} = \frac{3-}{4} = \frac{3-0}{16-20}$	
$\frac{1}{2} = \frac{2-}{4} = \frac{0-2-}{20-24}$	

بما أن معدل التغير ليس ثابتاً، فالدالة ليست خطية.

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(٦) (١، ٢-)، (٣، ٤-)

الحل:

التغير الرأسي

التغير الأفقي

عوض

بسط

$$m = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{3 - 1}{(4 -) - 2 -}$$

$$1 - = \frac{2 -}{2} = \frac{2 -}{4 + 2 -} =$$

(٧) (٤، ٣-)، (٧، ٣-)

الحل:

التغير الرأسي

التغير الأفقي

عوض

بسط

$$m = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{7 - 4}{(3 -) - 3 -}$$

$$غير معرف \frac{3 -}{0} = \frac{3 -}{3 + 3 -} =$$

مثال ٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

(٨) $(٣, ٨-), (٤, ٤-), (٣, ٥-)$ م

الحل:

صيغة الميل

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

عوض

$$\frac{٤ - ٣}{٤ - ٨} = ٥ -$$

بسط

$$\frac{٤ - ٣}{٤ + ٨} = ٥ -$$

بسط مرة ثانية

$$\frac{٤ - ٣}{٤} = ٥ -$$

$$٥ - = \frac{٥ -}{١}$$

$$\frac{٤ - ٣}{٤} = \frac{٥ -}{١}$$

اضرب تبادلياً

$$(٤ -)٥ - = (٤ - ٣)(١)$$

خاصية التوزيع

$$٢٠ = ٤ - ٣$$

اطرح ٣ من كلا الطرفين

$$٢ - ٢٠ = ٤ - ٣ - ٣$$

بسط

$$١٧ = ٤ -$$

اضرب كلا الطرفين في - ١

$$١٧ - = ٤$$

(٩) $(٢, ٥), (٧, ٤), (٦, ٥)$ م $\frac{٥}{٦}$

الحل:

صيغة الميل

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

عوض

$$\frac{٥ - ٢}{٥ - ٧} = \frac{٥}{٦}$$

بسط

$$\frac{٥ - ٢}{١٢ -} = \frac{٥}{٦}$$

اضرب تبادلياً

$$(٥)١٢ - = (٥ - ٢)٦$$

خاصية التوزيع

$$٦٠ - = ١٢ - ٦$$

أضف ١٢ إلى كلا الطرفين

بسط

اقسم كلا الطرفين على ٦

بسط

$$٦ - ١٢ = ١٢ + ١٢ - ٦٠$$

$$٤٨ = ٦ - ٦$$

$$\frac{٤٨}{٦} = \frac{٦ - ٦}{٦}$$

$$٨ = ١ - ١$$

رقم الصفحة في الكتاب ٨١

تدرب وحل المسائل

مثال ١ أوجد معدّل التغير لكل من الدالتين الممثلتين بالجدولين الآتيين:

٢٠	١٥	١٠	٥	س
٥	٤	٣	٢	ص

الحل:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

$$\frac{٢ - ٣}{٥ - ١٠} =$$

$$\frac{١}{٥} =$$

عوض

بسط

٤	٣	٢	١	س
٣-	٣	٩	١٥	ص

الحل:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

التغير في س

$$\frac{١٥ - ٩}{١ - ٢} =$$

عوض

بسط

$$٦ - = \frac{٦ -}{١} =$$

مثال ٢ (١٢) سكان: أوجد المعدّل السنوي للتغير في عدد سكان المملكة العربية السعودية من عام ١٤٣١هـ إلى ١٤٣٨هـ؟ وفّر معناه.

السنة	عدد سكان المملكة العربية السعودية
١٤٣١هـ	٢٧١٣٦٩٧٧
١٤٣٨هـ	٣٢٥٥٢٣٣٦

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

الحل:

معدل التغير في الفترة ١٤٣١هـ-١٤٣٨هـ:

$$\text{التغير في عدد السكان} = \frac{٢٧١٣٦٩٧٧ - ٣٢٥٥٢٣٣٦}{١٤٣١ - ١٤٣٨} = \frac{\text{عوض}}{\text{التغير في الزمن}}$$

$$\text{بسط} \quad ٧٧٣٦٢٣ \approx \frac{٥٤١٥٣٥٩}{٧} =$$

ازداد عدد سكان المملكة العربية السعودية خلال السبع سنوات بحوالي ٥٤١٥٣٥٩، وذلك بمعدل تغير مقداره ٧٧٣٦٢٣ في السنة.

مثال ٣ (١٣) حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفّر إجابتك:

س	٧-	٥-	٣-	١-	٠
ص	١١	١٤	١٧	٢٠	٢٣

الحل:

ص	س
١١	٧-
١٤	٥-
١٧	٣-
٢٠	١-
٢٣	٠

$$\begin{aligned} \frac{٣}{٢} &= \frac{٣}{٧+٥-} = \frac{١١-١٤}{(٧-)-٥-} \\ \frac{٣}{٢} &= \frac{٣}{٥+٣-} = \frac{١٤-١٧}{(٥-)-٣-} \\ \frac{٣}{٢} &= \frac{٣}{٣+١-} = \frac{١٧-٢٠}{(٣-)-١-} \\ \frac{٣}{٢} &= \frac{٣}{١-} = \frac{٢٠-٢٣}{(١-)-٠} \end{aligned}$$

بما أن معدل التغير ليس ثابتاً، فالدالة ليست خطية.

(١٤)

س	-٠,٢	٠	٠,٢	٠,٤	٠,٦
ص	٠,٧	٠,٤	٠,١	٠,٣	٠,٦

الحل:

س	-٠,٢
ص	٠,٧
س	٠
ص	٠,٤
س	٠,٢
ص	٠,١
س	٠,٤
ص	٠,٣
س	٠,٦
ص	٠,٦

$$\frac{3}{2} = \frac{-0,2}{0,7} = \frac{-0,2}{0,7+0} = \frac{-0,2-0,4}{(-0,2)-0}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{-0,2}{0,7} = \frac{-0,4-0,1}{0-0,1}$$

$$1 = \frac{0,2}{0,2} = \frac{0,1-0,3}{0,2-0,4}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{0,3}{0,2} = \frac{0,3-0,6}{0,4-0,6}$$

بما أن معدل التغير ليس ثابتاً، فالدالة ليست خطية.

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

١٥ (١، ١)، (٢-، ٨)

الحل:

التغير الرأسى

التغير الأفقى

عوض

بسط

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{8 - 1}{-2 - 1}$$

$$= \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3}$$

$$= \frac{7}{3}$$

١٦ (٢، ٢)، (٢-، ٢-)

الحل:

التغير الرأسى

التغير الأفقى

عوض

بسط

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{-2 - 2}{-2 - 2}$$

$$= \frac{-4}{-4} = 1$$

$$= 1$$

١٧ (١٤، ٦)، (١٠-، ٦)

الحل:

التغير الرأسى

التغير الأفقى

عوض

بسط

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{6 - 6}{-10 - 14}$$

$$= \frac{0}{-24} = 0$$

$$= 0$$

مثال ٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

(١٨) $(١٠, ١٢), (-٢, ر), م = -٤$

الحل:

صيغة الميل $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م$

عوض $\frac{١٠ - ر}{١٢ - ٢} = -٤$

بسط $\frac{١٠ - ر}{١٤} = -٤$

$-٤ = \frac{١٠ - ر}{١٤}$

اضرب تبادلياً $(١٠ - ر) = -٤(١٤)$

اضرب $٥٦ = ١٠ - ر$

أضف ١٠ إلى كلا الطرفين $١٠ + ٥٦ = ١٠ + ١٠ - ر$

بسط $٦٦ = ر$

(١٩) $(٥, -٣), (١٣, ٣), م = ٨$

الحل:

صيغة الميل $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م$

عوض $\frac{(٥) - ٣}{١٣ - ٥} = ٨$

بسط $\frac{٥ + ١٣}{٨} = ٨$

$٨ = \frac{١٨}{٨}$

اضرب تبادلياً $(١٨)(٨) = (٨ - ٣)(٨)$

$١٨ = ٨ - ٢٤$

اطرح ٢٤ من كلا الطرفين $٢٤ - ١٨ = ٨ - ٢٤ - ٢٤$

بسط

$$6 - = 8 -$$

اقسم كلا الطرفين على ٨ -

$$\frac{6 -}{8 -} = \frac{8 -}{8 -}$$

بسط

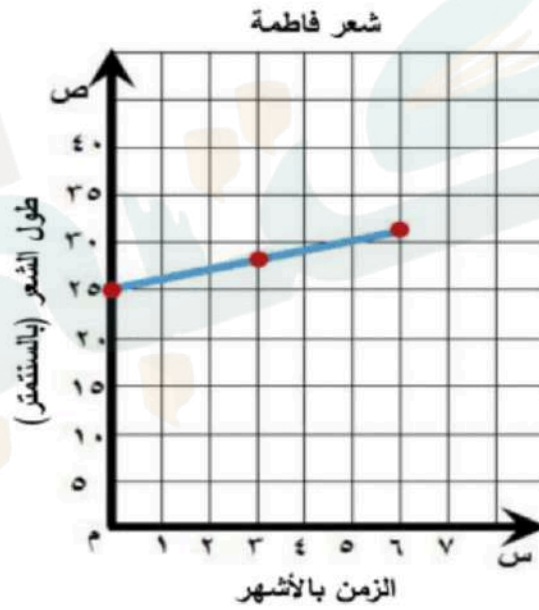
$$\frac{3}{4} = \frac{6 -}{8 -} = 8$$

(٢٠) **معدل نمو الشعر:** طول شعر فاطمة ٢٥ سنتيمترًا. وفي غضون ثلاثة أشهر نما شعرها ثلاثة سنتيمترات أخرى. أجب عما يأتي مفترضًا أن شعرها ينمو بالمعدل نفسه:
(أ) أكمل الجدول المجاور.

الزمن (شهر)	٠	٣	٦
طول شعر فاطمة (سم)	٢٥	٢٨	٣١

(ب) مثل العلاقة بين نمو شعر فاطمة والزمن بالأشهر بيانيًا.

الحل:



(ج) ما ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين نمو الشعر والزمن؟ وماذا يمثل؟

الحل:

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير في طول الشعر}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{25 - 28}{0 - 3} = \text{عوض}$$

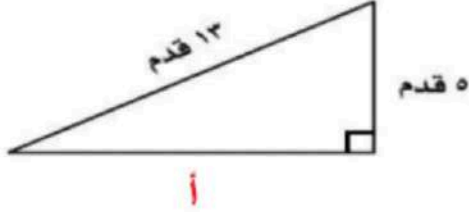
$$\text{بسط} \quad 1 = \frac{3}{3} =$$

ازداد طول شعر فاطمة خلال ثلاثة أشهر بمقدار ٣ سم، وذلك بمعدل تغير مقداره ١ سم كل شهر.

(٢١) **تبرير:** لماذا لا تستعمل معادلة الميل في المستقيمات الرأسية؟ فسّر ذلك.
الحل:

الفرق في قيم س صفرًا دائماً، والقسمة على صفر غير معرفة.

(٢٢) **تحذّر:** إذا كنت ترتفع ٥ أقدام لكل ١٣ قدماً تتحركها إلى الأمام عند قيادة سيارتك في طريق جبلي، فما ميل الطريق؟



الحل:

حساب طول ضلع المثلث باستعمال نظرية فيثاغورس:

$$٢٥ - ٢١٣ = ٢١$$

نظرية فيثاغورس

$$٢٥ - ١٦٩ = ٢١$$

حساب القوى

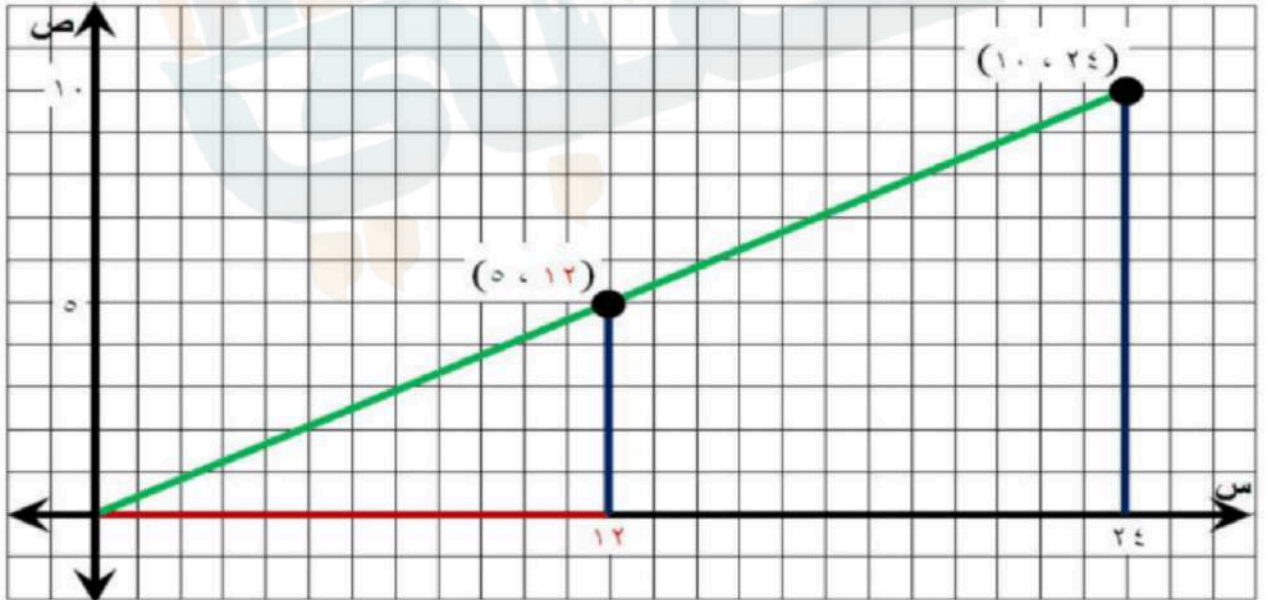
$$١٤٤ = ٢١$$

اطرح

$$١٢ \pm = ١$$

تعريف الجذر التربيعي

للمعادلة حلان: ١٢ و -١٢، وبما أن الطول يجب أن يكون موجب لذا فإن طول ضلع المثلث يساوي ١٢ قدم.



التغير الرأسي

التغير الأفقي

عوض

بسط

$$\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م$$

$$\frac{٥ - ١٠}{١٢ - ٢٤} =$$

$$\frac{٥ - ١٠}{١٢ - ٢٤} =$$

$$\frac{٥}{١٢} =$$

(٢٣) **تحذّر:** أوجد قيمة د التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (أ، ب)، (ج، د) يساوي $\frac{1}{2}$.

الحل:

$$\text{صيغة الميل} \quad m = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

$$\text{عوض} \quad \frac{\text{د} - \text{ب}}{\text{ج} - \text{أ}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{اضرب تبادلياً} \quad (2)(\text{د} - \text{ب}) = (1)(\text{ج} - \text{أ})$$

$$\text{خاصية التوزيع} \quad 2\text{د} - 2\text{ب} = \text{ج} - \text{أ}$$

$$\text{أضف 2 ب إلى كلا الطرفين} \quad 2\text{د} - 2\text{ب} + 2\text{ب} = \text{ج} - \text{أ} + 2\text{ب}$$

$$\text{بسط} \quad 2\text{د} + \text{ج} - \text{أ} = 2\text{ب}$$

$$\text{اقسم كلا الطرفين على 2} \quad \frac{2\text{د} + \text{ج} - \text{أ}}{2} = \frac{2\text{ب}}{2}$$

$$\text{بسط} \quad \frac{2\text{د} + \text{ج} - \text{أ}}{2} = \text{ب}$$

(٢٤) **اكتب:** بين العلاقة بين معدّل التغير والميل، وكيف يمكن إيجاد ميل مستقيم.

الحل:

يمكن استعمال الميل لوصف معدل التغير. ومعدل التغير هو نسبة تصف كيف تتغير كمية بالنسبة إلى تغير كمية أخرى. وميل المستقيم هو نسبة أيضاً، ويمثل نسبة التغير في الإحداثي الصادي إلى التغير في الإحداثي السيني.

رقم الصفحة في الكتاب ٨٢

تدريب على اختبار

(٢٥) اشترت روان حاسوباً بقيمة ٤٠٠٠ ريال، فإذا علمت أن سعره ينخفض بصورة ثابتة، وكانت قيمته بعد سنتين ٢٥٠٠ ريال، فما مقدار الانخفاض السنوي في سعره؟

(أ) ١٥٠٠ ريال.

(ب) ٧٥٠ ريالاً.

(ج) ٢٥٠٠ ريال.

(د) ١٢٥٠ ريالاً.

الحل: الإجابة الصحيحة ب

شرح الحل: قيمة الحاسوب ٤٠٠٠ ريال، وبعد سنتين أصبحت قيمته ٢٥٠٠ ريال، أي أن قيمته انخفضت خلال سنتين ١٥٠٠ ريال. إذاً مقدار الانخفاض السنوي في سعر الحاسوب يساوي:

$$\frac{١٥٠٠}{٢} = ٧٥٠ \text{ ريال}$$

(٢٦) احتمال: ما احتمال ظهور العدد ٥ عند إلقاء مكعب أرقام (١-٦) مرة واحدة؟

(ب) $\frac{١}{٥}$

(أ) $\frac{٥}{٦}$

(د) $\frac{١}{٦}$

(ج) $\frac{١}{٢}$

الحل: الإجابة الصحيحة د

شرح الحل: يظهر العدد ٥ مرة واحدة على مكعب الأرقام

$$\text{ح (٥)} = \frac{\text{عدد النواتج في الحادثة}}{\text{العدد الكلي للنواتج الممكنة}} = \frac{١}{٦}$$

رقم الصفحة في الكتاب ٨٢

مراجعة تراكمية

حلّ كل معادلة فيما يأتي بيانياً: الدرس (٢-٤)

$$(٢٧) \quad ٠ = ١٨ + ٣س$$

الحل:

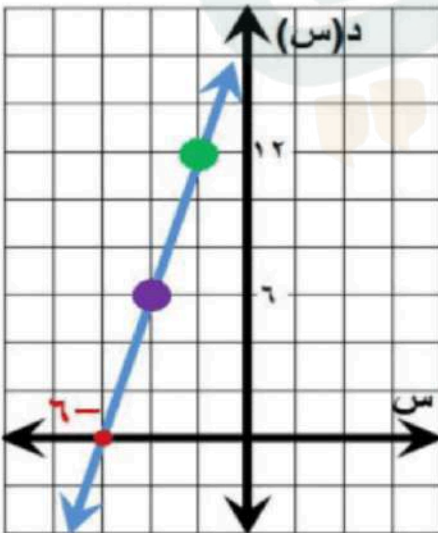
الحل بيانياً:

المعادلة الأصلية

$$٠ = ١٨ + ٣س$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = ١٨ + ٣س

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



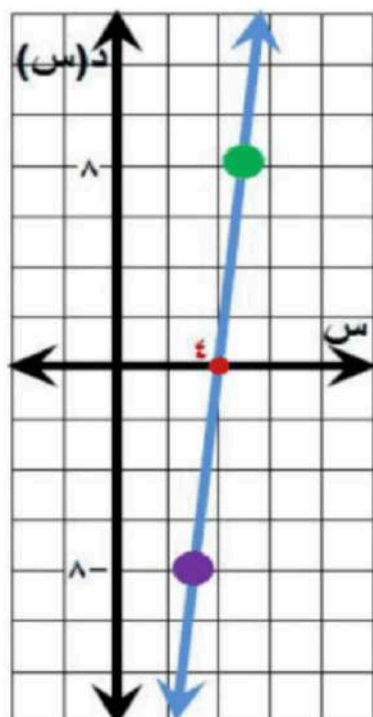
س	د(س) = ١٨ + ٣س	د(س)	(س ، د(س))
-٤	د(س) = ١٨ + ٣(-٤) = ٠	٠	(-٤ ، ٠)
-٢	د(س) = ١٨ + ٣(-٢) = ٦	٦	(-٢ ، ٦)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند -٦ ، لذا فإن الحل هو $س = -٦$.

$$(28) \quad 8s - 32 = 0$$

الحل:

الحل بيانياً:



المعادلة الأصلية

$$8s - 32 = 0$$

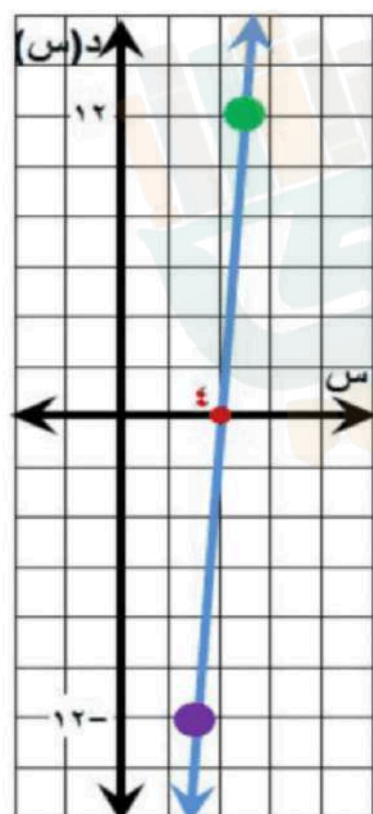
وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = 8س - 32

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	د(س) = 8س - 32	د(س)	(س ، د(س))
3	د(3) = 8(3) - 32 = -4	-	(3 ، -4)
5	د(5) = 8(5) - 32 = 8	٨	(5 ، ٨)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٤ ، لذا فإن

الحل هو $s = 4$.



المعادلة الأصلية

$$12s - 48 = 0$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = 12س - 48

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.

س	د(س) = 12س - 48	د(س)	(س ، د(س))
3	د(3) = 12(3) - 48 = -12	-	(3 ، -12)
5	د(5) = 12(5) - 48 = 12	١٢	(5 ، ١٢)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٤ ، لذا فإن

الحل هو $s = 4$.

٣٠) حُلِّ المعادلة $|س - ٣| = ٨$. الدرس (٥-١)

الحل:

المعادلة الأصلية

$$٨ = |س - ٣|$$

الحالة ١

$$٨ = ٣ - س$$

$$س - ٣ + ٨ = ٣ - ٣ + ٨$$

$$س = ١١$$

أضف ٣ إلى كلا الطرفين

بسط

الحالة ٢

$$٨ = س - ٣$$

$$س - ٣ + ٨ = ٣ + ٨$$

$$س = ٥$$

رقم الصفحة في الكتاب ٨٢

استعد للمدرس اللاحق

مهارة سابقة :

أوجد ناتج الطرح في كل مما يأتي:

$$(٣١) \quad ١٣ - (١ -)$$

الحل:

$$١٤ = ١ + ١٣ = (١ -) - ١٣$$

$$(٣٢) \quad ١٦ - ٤$$

الحل:

$$١٢ = ١٦ - ٤$$

$$(٣٣) \quad ٣ - ٣ -$$

الحل:

$$٦ = ٣ - ٣ -$$

$$(٣٤) \quad ٨ - (٢ -)$$

الحل:

$$٦ = ٢ + ٨ = (٢ -) - ٨ -$$

المتتابعات الحسابية كدوال خطية

رابط الدرس الرقمي



www.len.edu.sa



لماذا؟

في تدريب لسباق ٢٠٠٠ متر، سجل مدرب أوقات فريقه على النحو الآتي:

- ٤٠٠ متر في دقيقة و ٣٢ ثانية.
 - ٨٠٠ متر في ٣ دقائق و ٤ ثوانٍ.
 - ١٢٠٠ متر في ٤ دقائق و ٣٦ ثانية.
 - ١٦٠٠ متر في ٦ دقائق و ٨ ثوانٍ.
- وأنهى الفريق السباق كاملاً في زمن قدره ٧ دقائق و ٤٠ ثانية.

هينما سيق

درست الدوال الخطية

والآن

- أتعرف المتتابعات الحسابية.
- أمثل المتتابعات الحسابية بدوال خطية.

المضردات

المتتابعة

الحدة

المتتابعة الحسابية

الأساس

تعرف المتتابعات الحسابية: يمكنك ربط نمط زمن الفريق بدوال خطية. **المتتابعة** هي مجموعة مرتبة من الأعداد، ويُسمى كل عدد فيها **حداً**. انظر إلى النمط في سباق الجري أعلاه وكون جدولاً، ثم حلل البيانات.

المسافة (متر)	٤٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٦٠٠	٢٠٠٠
الزمن (ثواني، دقائق)	١:٣٢	٣:٠٤	٤:٣٦	٦:٠٨	٧:٤٠

$$1:32 + 1:32 + 1:32 + 1:32 +$$

وكلما ازدادت المسافة في فترات منتظمة، زاد الزمن بمقدار دقيقة واحدة و ٣٢ ثانية. وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت، فهي **متتابعة حسابية**. ويسمى الفرق بين الحدين المتتاليين **الأساس**، ويرمز إليه بالرمز «د».

مفهوم أساسي

المتتابعة الحسابية

التعبير اللفظي: المتتابعة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى أساس المتتابعة.

أمثلة:

$3, 5, 7, 9, 11, \dots$
 $2 = d$

$33, 29, 25, 21, 17, \dots$
 $4 = d$

أضف إلى

مطوياتك

وتدل النقاط الثلاث المستعملة في المتتابعة على استمرارها على هذا النمط، وتشير إلى وجود المزيد من حدود المتتابعة التي لم تكتب.



تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

(أ) $26, 22, 18, 14, \dots$

الحل:

$$\begin{array}{ccccccc} & 26 & - & 22 & - & 18 & - & 14 & - & \dots \\ & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \\ & 4 & + & 4 & + & 4 & + & 4 & + & \dots \end{array}$$

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية.

(ب) $1, 4, 9, 25, \dots$

الحل:

$$\begin{array}{ccccccc} & 1 & & 4 & & 9 & & 25 & & \dots \\ & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \\ & 3 & + & 5 & + & 7 & + & 9 & + & \dots \end{array}$$

ليست متتابعة حسابية، لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابتاً.

تحقق من فهمك

(٢) أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة الحسابية: $5, 9, 11, 5, 12, 14, \dots$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.

$$\begin{array}{ccccccc} & 5 & & 9 & & 11 & & 12,5 & & 14 & & \dots \\ & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \\ & 4 & + & 2 & + & 2 & + & 1,5 & + & 1,5 & + & \dots \end{array}$$

الأساس ١,٥

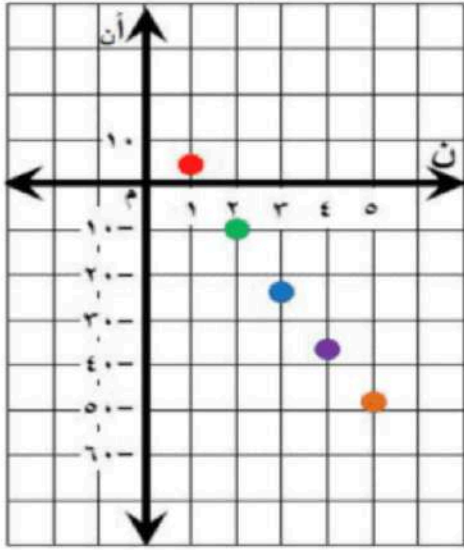
الخطوة ٢: أضف ١,٥ إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي.

$$\begin{array}{ccccccc} & 5 & & 9 & & 11 & & 12,5 & & 14 & & 18,5 & & 20 & & \dots \\ & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \\ & 4 & + & 2 & + & 2 & + & 1,5 & + & 1,5 & + & 1,5 & + & 1,5 & + & \dots \end{array}$$

الحدود الأربعة التالية هي: $18,5, 20, 17, 15,5$

٣ج) مثل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانياً.

الحل:



ن	$16 + 13n -$	أن	(ن ، أن)
١	$16 + (1)13 -$	٣	(١ ، ٣)
٢	$16 + (2)13 -$	١٠	(٢ ، ١٠)
٣	$16 + (3)13 -$	٢٣	(٣ ، ٢٣)
٤	$16 + (4)13 -$	٣٦	(٤ ، ٣٦)
٥	$16 + (5)13 -$	٤٩	(٥ ، ٤٩)

٣د) ما الحد الذي قيمته (-114) ؟

الحل:

عوض -114 بدلاً من أن في معادلة الحد النوني.

معادلة الحد النوني

$$-114 = \text{أن}$$

اطرح ١٦ من كلا الطرفين

بسط

اقسم كلا الطرفين على -13

بسط

$$\text{أن} = -13n + 16$$

$$-114 = -13n + 16$$

$$-114 - 16 = -13n + 16 - 16$$

$$-130 = -13n$$

$$\frac{-130}{-13} = \frac{-13n}{-13}$$

$$n = 10$$

إذاً الحد الذي قيمته -114 هو الحد العاشر.

٤) الوثب الطويل: يبين الجدول الآتي أطوال وثبات محمد في أثناء تدريبه على الوثب الطويل بالمدرسة:

الوثبة	١	٢	٣	٤
طول الوثبة (متر)	٢	٢,١	٢,٢	٢,٣

أ) اكتب دالة تمثل المتتابعة الحسابية.

الحل: اكتب دالة تعبر عن هذه المتتابعة.

$$\begin{array}{ccccccc} & & ٢,٣ & , & ٢,٢ & , & ٢,١ & , & ٢ \\ & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \\ & & ٠,١ & + & ٠,١ & + & ٠,١ & + & ٠,١ \\ & & \text{الأساس} & & & & & & \end{array}$$

الحد الأول في المتتابعة ١ هو ٢، وأساسها ٠,١.

$$أ_n = ١ + (n - ١) \cdot ٠,١$$

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$١ = ١, ٢ = ٠,١ \quad (٠,١)(n - ١) + ٢ =$$

خاصية التوزيع

$$٠,١ - n + ٢ =$$

بسط

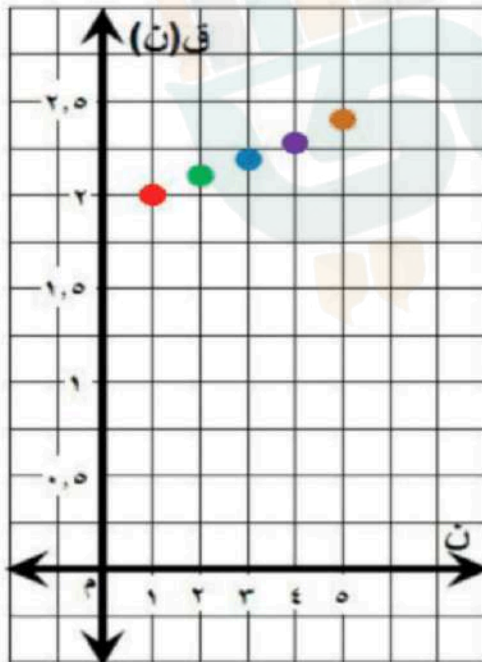
$$١,٩ + n \cdot ٠,١ =$$

$$١,٩ + n \cdot ٠,١ = ق(n) \quad \text{فتكون الدالة:}$$

ب) مثل الدالة بيانياً.

الحل:

معدل التغير للدالة ٠,١، كون جدولاً للدالة، ثم عين النقاط بيانياً.



ن	ق(ن)
١	٢
٢	٢,١
٣	٢,٢
٤	٢,٣
٥	٢,٤

مثال ١ حدّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

(١) $18, 16, 15, 13, \dots$

الحل:



ليست متتابعة حسابية، لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابتاً.

(٢) $4, 9, 14, 19, \dots$

الحل:



الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية.

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

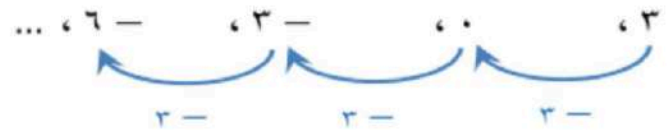
(٣) $12, 9, 6, 3, \dots$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.



الخطوة ٢: أضف -٣ إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي.



الحدود الثلاثة التالية هي: ٠، -٣، -٦.

$$(٤) \quad -٢، ٢، ٦، ١٠، \dots$$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابة الحسابية.

$$\begin{array}{ccccccc} & -٢ & ، & ٢ & ، & ٦ & ، & ١٠ & ، & \dots \\ & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \\ & ٤+ & & ٤+ & & ٤+ & & ٤+ & & \end{array}$$

الأساس ٤

الخطوة ٢: أضف ٤ إلى الحد الأخير في المتتابة لتجد الحد التالي.

$$\begin{array}{ccccccc} & ١٠ & ، & ١٤ & ، & ١٨ & ، & ٢٢ & ، & \dots \\ & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \\ & ٤+ & & ٤+ & & ٤+ & & ٤+ & & \end{array}$$

الحدود الثلاثة التالية هي: ١٤ ، ١٨ ، ٢٢.

مثال ٣

اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابة حسابية فيما يأتي، ثم مثل حدودها الخمسة الأولى بيانيًا:

$$(٥) \quad \dots، ٩، ١١، ١٣، ١٥$$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابة الحسابية.

$$\begin{array}{ccccccc} & \dots، ٩ & ، & ١١ & ، & ١٣ & ، & ١٥ \\ & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright \\ & ٢- & & ٢- & & ٢- & & ٢- \end{array}$$

الأساس ٢-

الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

$$أ١ = (١ - ن) + د$$

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$١٥ = ١١ ، د = ٢-$$

خاصية التوزيع

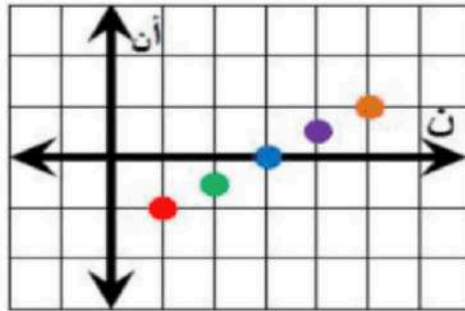
بسط

$$١٥ = (٢ -) (١ - ن) +$$

$$١٥ = ٢ - ن + ٢$$

$$١٧ + ن = ٢ -$$

كون جدولاً، ثم عين النقاط بيانياً.



ن	$١,٥ - ن$	أ ن	(ن ، أ ن)
١	$١,٥ - (١)٠,٥$	١-	(١- ، ١)
٢	$١,٥ - (٢)٠,٥$	٠,٥-	(٠,٥- ، ٢)
٣	$١,٥ - (٣)٠,٥$	٠	(٠ ، ٣)
٤	$١,٥ - (٤)٠,٥$	٠,٥	(٠,٥ ، ٤)
٥	$١,٥ - (٥)٠,٥$	١	(١ ، ٥)

مثال ٤

(٧) **توفير:** يملك يوسف ٥٢٥ ريالاً في حساب توفيره. وبعد شهر أصبح لديه ٥٨٠ ريالاً، وفي الشهر التالي بلغ رصيده ٦٣٥ ريالاً. وبعد الشهر الثالث كان رصيده ٦٩٠ ريالاً. اكتب دالة تعبر عن المتتابعة الحسابية، ثم مثلها بيانياً.

الحل: اكتب دالة تعبر عن هذه المتتابعة.



الحد الأول في المتتابعة ١١ هو ٥٢٥، وأساسها ٥٥.

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$١١ = ٥٢٥ ، د = ٥٥$$

خاصية التوزيع

بسط

$$أ ن = ١١ + (ن - ١) د$$

$$= ٥٢٥ + (ن - ١)(٥٥)$$

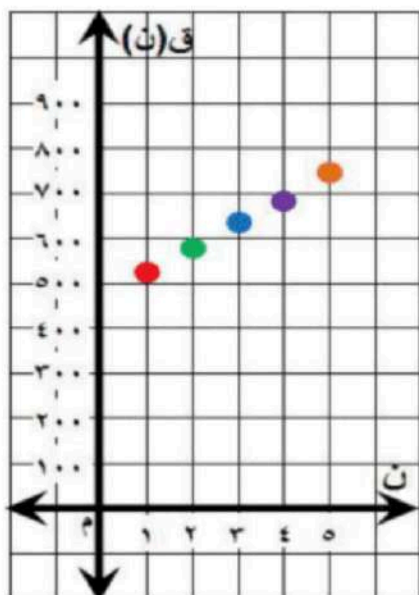
$$= ٥٢٥ + ٥٥ ن - ٥٥$$

$$= ٤٧٠ + ٥٥ ن$$

فتكون الدالة: $ق(ن) = ٤٧٠ + ٥٥ ن$

تمثيل الدالة بيانياً:

معدل التغير للدالة ٥٥ ، كون جدولاً للدالة، ثم عين النقاط بيانياً.



ن	ق(ن)
١	٥٢٥
٢	٥٨٠
٣	٦٣٥
٤	٦٩٠
٥	٧٤٥

رقم الصفحة في الكتاب ٨٧

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حدّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفّر إجابتك:

(٨) $3, 1, 5, 9, \dots$

الحل:

$$\begin{array}{ccccccc} & 3 & , & 1 & , & 5 & , & 9 & , & \dots \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ & 4 & + & 4 & + & 4 & + & 4 & + & \dots \end{array}$$

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية.

(٩) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}, \dots$

الحل:

$$\begin{array}{ccccccc} & \frac{1}{2} & , & \frac{3}{4} & , & \frac{5}{8} & , & \frac{7}{16} & , & \dots \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ & \frac{1}{4} & + & \frac{1}{8} & - & \frac{3}{16} & - & \frac{3}{16} & - & \dots \end{array}$$

ليست متتابعة حسابية، لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابتاً.

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

(١٠) $0.2, 0, 0.8, 1, 1.4, 2, 2, 3, \dots$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.

$$\dots, 3, 2 \quad , 2, 14 \quad , 1, 08 \quad , 0, 02$$

$$\xrightarrow{+1,06} \xrightarrow{+1,06} \xrightarrow{+1,06}$$

الأساس $1,06$

الخطوة ٢: أضف $1,06$ إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي.

$$\dots, 6, 38 \quad , 5, 32 \quad , 4, 26 \quad , 3, 2$$

$$\xrightarrow{+1,06} \xrightarrow{+1,06} \xrightarrow{+1,06}$$

الحدود الثلاثة التالية هي: $6, 38$ ، $5, 32$ ، $4, 26$.

$$(11) \quad \dots, 15, 17, 19, 21$$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.

$$\dots, 15 \quad , 17 \quad , 19 \quad , 21$$

$$\xrightarrow{-2} \xrightarrow{-2} \xrightarrow{-2}$$

الأساس -2

الخطوة ٢: أضف -2 إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي.

$$\dots, 9 \quad , 11 \quad , 13 \quad , 15$$

$$\xrightarrow{-2} \xrightarrow{-2} \xrightarrow{-2}$$

الحدود الثلاثة التالية هي: 9 ، 11 ، 13 .

$$(12) \quad \dots, 3, \frac{1}{3}, 3, 2, \frac{2}{3}, 2, \frac{1}{3}$$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.

$$\dots, 3, \frac{1}{3} \quad , 3 \quad , 2, \frac{2}{3} \quad , 2, \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{+\frac{1}{3}} \xrightarrow{+\frac{1}{3}} \xrightarrow{+\frac{1}{3}}$$

الأساس $\frac{1}{3}$

الخطوة ٢: أضف $\frac{1}{3}$ إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي.

$$\dots, 4, \frac{1}{3} \quad , 4 \quad , 3, \frac{2}{3} \quad , 3, \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{+\frac{1}{3}} \xrightarrow{+\frac{1}{3}} \xrightarrow{+\frac{1}{3}}$$

الحدود الثلاثة التالية هي: $4, \frac{1}{3}$ ، 4 ، $3, \frac{2}{3}$.

$$(13) - \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \dots$$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.

$$\begin{array}{ccccccc} & & \frac{1}{2} & & 0 & & \frac{1}{2} \\ & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow \\ \dots & , 1 & & \frac{1}{2} & & 0 & & \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} + \quad \frac{1}{2} + \quad \frac{1}{2} +$$

الأساس $\frac{1}{2}$

الخطوة ٢: أضف $\frac{1}{2}$ إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي.

$$\begin{array}{ccccccc} & & \frac{1}{2} & & 1 & & \frac{3}{2} \\ & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow \\ \dots & , 2\frac{1}{2} & & 2 & & 1\frac{1}{2} & & 1 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} + \quad \frac{1}{2} + \quad \frac{1}{2} +$$

الحدود الثلاثة التالية هي: $2\frac{1}{2}, 2, 1\frac{1}{2}$

مثال ٣

اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثل حدودها الخمسة الأولى بيانياً:

$$(14) - 3, -8, -13, -18, \dots$$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.

$$\begin{array}{ccccccc} & & -3 & & -8 & & -13 & & -18 \\ & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow \\ \dots & , 18 & & 13 & & 8 & & 3 \end{array}$$

$$\frac{5}{-} \quad \frac{5}{-} \quad \frac{5}{-} \quad \frac{5}{-}$$

الأساس $5-$

الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$18 = 5d, \quad 3 = 5d$$

خاصية التوزيع

بسط

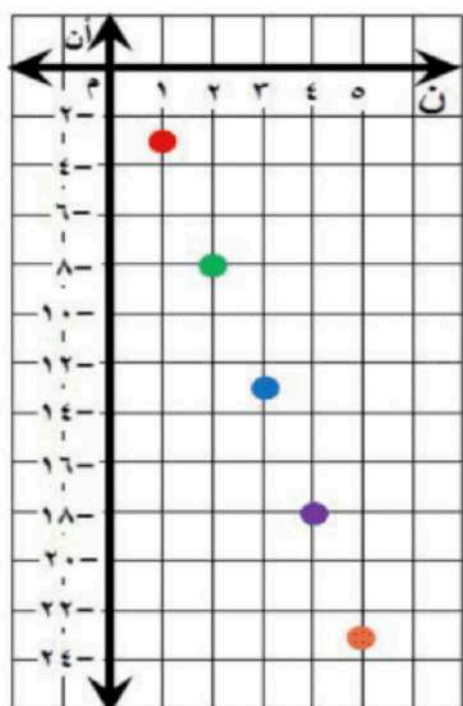
$$18 = 5d + (n-1)(-5)$$

$$18 = 5d - 5(n-1)$$

$$18 = 5d - 5n + 5$$

$$13 = 5d - 5n$$

كون جدولاً، ثم عين النقاط بيانياً.



ن	$5 - n + 2$	أن	(ن ، أن)
١	$5 - (1) + 2 = 6$	٣-	(١ ، ٣-)
٢	$5 - (2) + 2 = 5$	٨-	(٢ ، ٨-)
٣	$5 - (3) + 2 = 4$	١٣-	(٣ ، ١٣-)
٤	$5 - (4) + 2 = 3$	١٨-	(٤ ، ١٨-)
٥	$5 - (5) + 2 = 2$	٢٣-	(٥ ، ٢٣-)

١٥ - (٢، ٣، ٨، ١٣، ...)

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.

$$2-، 3، 8، 13، ...$$

$$+5، +5، +5، +5$$

الأساس ٥

الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

$$أن = ١ + (ن - ١) د$$

$$= 2 - + (ن - ١)(٥)$$

$$= 2 - + ٥ ن - ٥$$

$$= ٧ - ٥ ن$$

كون جدولاً، ثم عين النقاط بيانياً.

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$١ = 2 - ، د = ٥$$

خاصية التوزيع

بسط

$$(١٦) \quad \dots, ٠, ٠, ٢٥- , ٠, ٥- , ٠, ٧٥- , ١- \dots$$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.

$$\begin{array}{ccccccc} \dots, ٠ & & ٠, ٢٥- & & ٠, ٥- & & ٠, ٧٥- \\ & \nearrow & & \nearrow & & \nearrow & \\ & ٠, ٢٥+ & & ٠, ٢٥+ & & ٠, ٢٥+ & \end{array}$$

الأساس ٠, ٢٥

الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$أ_n = ١ + (١ - ن) د$$

$$٠, ٢٥ = د , ٠, ٧٥- = ١$$

$$٠, ٢٥- = (٠, ٢٥)(١ - ن) + ٠, ٧٥-$$

خاصية التوزيع

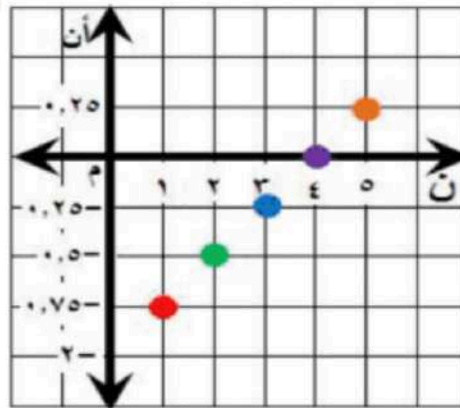
$$٠, ٢٥- = ٠, ٢٥ + ٠, ٧٥- - ن$$

بسط

$$١ - ن, ٢٥ =$$

كون جدولاً، ثم عين النقاط بيانياً.

ن	$١ - ن, ٢٥$	$أ_n$	(ن ، $أ_n$)
١	$١ - (١) ٠, ٢٥$	$٠, ٧٥-$	(١ ، $٠, ٧٥-$)
٢	$١ - (٢) ٠, ٢٥$	$٠, ٥-$	(٢ ، $٠, ٥-$)
٣	$١ - (٣) ٠, ٢٥$	$٠, ٢٥-$	(٣ ، $٠, ٢٥-$)
٤	$١ - (٤) ٠, ٢٥$	٠	(٤ ، ٠)
٥	$١ - (٥) ٠, ٢٥$	$٠, ٢٥$	(٥ ، $٠, ٢٥$)



$$(17) \quad \dots, 23-, 19-, 15-, 11-$$

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 11- & 15- & 19- & \dots, 23- \\ & & & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow & \\ & & & 4- & 4- & 4- & 4- & \end{array}$$

الأساس ٤-

الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$أ_n = 11 + (ن - 1) د$$

$$11- = 11, 4- = د$$

$$= 11 - (ن - 1)(4-)$$

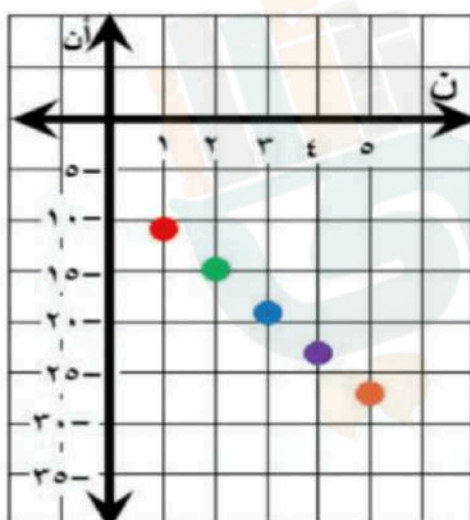
خاصية التوزيع

$$= 11 - 4ن + 4$$

بسط

$$= 15 - 4ن$$

كون جدولاً، ثم عين النقاط بيانياً.



ن	$15 - 4ن$	أ_n	(ن , أ_n)
١	$15 - (1)4-$	١١-	(١١-, ١)
٢	$15 - (2)4-$	١٥-	(١٥-, ٢)
٣	$15 - (3)4-$	١٩-	(١٩-, ٣)
٤	$15 - (4)4-$	٢٣-	(٢٣-, ٤)
٥	$15 - (5)4-$	٢٧-	(٢٧-, ٥)

(١٩) مستعملًا التمثيل البياني المجاور لمتتابعة حسابية:

(أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى.

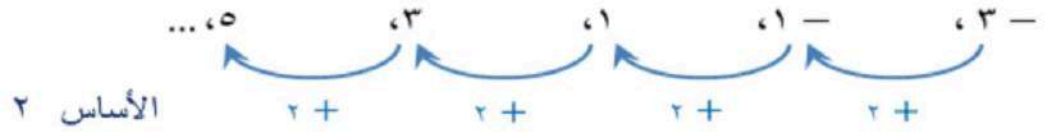
الحل:

الحدود الخمسة الأولى: $-3, -1, 1, 3, 5$

(ب) اكتب معادلة الحد النوني.

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.



الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$١أ = ٣ - ، ٢ = ٥$$

خاصية التوزيع

بسط

$$أ ن = ١أ + (ن - ١) د$$

$$= ٣ - + (ن - ١) (٢)$$

$$= ٣ - + ٢ ن - ٢$$

$$= ٢ ن - ٥$$

(ج) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

الحل: $أ ن = ٢ ن - ٥$ ، فتكون الدالة: $ق (ن) = ٢ ن - ٥$

الإعلانات اليومية في الصحيفة

١٠ كلمات ٣٥ ريالاً	٢٠ كلمة ٥٠ ريالاً
١٥ كلمة ٤٢,٥ ريالاً	٢٥ كلمة ٥٧,٥ ريالاً

(٢٠) إعلانات: تتقاضى إحدى الصحف أجور الإعلانات بحسب عدد كلمات الإعلان. اكتب دالة تعبر عن تكاليف الإعلان.

الحل:

انظر إلى نمط الإعلانات اليومية أعلاه وكون جدولاً، ثم حلل البيانات:

عدد الكلمات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
التكلفة بالريال	٢١,٥	٢٣	٢٤,٥	٢٦	٢٧,٥	٢٩	٣٠,٥	٣٢	٣٣,٥	٣٥	

الأساس ١,٥

$$١,٥ + ١,٥ + ١,٥ +$$

الحد الأول في المتتابعة $أ$ هو $٢١,٥$ ، وأساسها $١,٥$.

معادلة الحد النوني بشكل عام $أ_n = ١ + (ن - ١) د$

$$١١ = ٢١,٥ + (ن - ١)(١,٥)$$

$$١١ = ٢١,٥ + (ن - ١) د$$

خاصية التوزيع

$$١١ = ٢١,٥ + (ن - ١) د$$

بسط

$$١١ = ٢٠ + ن$$

فتكون الدالة: $ق(ن) = ٢٠ + ن$

٢١ ما الحد الأول في متتابعة حسابية حدها الرابع يساوي ٨ وأساسها ٢؟

الحل:

الحد الرابع في المتتابعة $أ$ هو ٨، وأساسها ٢.

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$أ_n = ١ + (ن - ١) د$$

$$٨ = ١ + (٤ - ١) د$$

$$٨ = ١ + (٤ - ١) د$$

$$٨ = ١ + ٣ د$$

$$٨ = ١ + ٣ د$$

حساب ما بين القوسين

$$٨ = ١ + ٣ د$$

اضرب

$$٨ = ١ + ٣ د$$

اطرح ٦ من كلا الطرفين

$$٢ = ٣ د$$

(٢٢) متتابعة حسابية أساسها -٥. إذا كان ١٢ يساوي ٢٢ فما قيمة أ؟
الحل:

الحد الثاني عشر في المتتابعة ١٢ هو ٢٢، وأساسها -٥.

معادلة الحد النوني بشكل عام $أ ن = ١٢ + د(١ - ن)$

$١٢ = ١٢ + د(١ - ١٢) + ١٢$ $٥ - = د ، ١٢ = ن$

عوض $٢٢ = ١٢ + ١٢$ $٢٢ = ١٢ + د(١ - ١٢) + ١٢$

حساب ما بين القوسين $٢٢ = ١٢ + د(١١) + ١٢$

اضرب $٢٢ = ١٢ - ٥٥$

أضف ٥٥ إلى كلا الطرفين $١٢ = ٧٧$

(٢٣) ما الحد الذي قيمته -٣٦ في المتتابعة الحسابية ٢٨، ٢٠، ١٢، ٤، ...؟
الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.



الخطوة ٢: أوجد الحد الذي قيمته -٣٦، حيث نعوض أن $-٣٦ = أ ن$ ، ثم نقوم بحساب ن كما يلي:
الحد الأول في المتتابعة ١ هو ٢٨، وأساسها -٨.

معادلة الحد النوني بشكل عام $أ ن = ١٢ + د(١ - ن)$

$-٣٦ = ٢٨ + د(١ - ن) + ٢٨$ $٨ - = د ، -٣٦ = أ ن$

اطرح ٢٨ من كلا الطرفين $-٦٤ = د(١ - ن)$

اقسم كلا الطرفين على -٨ $٨ = ١ - ن$

أضف ١ إلى كلا الطرفين $٩ = ن$

إذاً الحد الذي قيمته -٣٦ هو الحد التاسع.

(٢٤) **تمثيلات متعددة:** في متتابعة فيبوناشي قيمة أي حد (بعد أول حدين)، تساوي مجموع الحدين السابقين له.

والحدود الستة الأولى لها هي: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...

(أ) جبرياً، اكتب معادلة الحد النوني إذا كانت $n \leq 3$.

الحل:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

(ب) جبرياً، أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.

الحل:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610$$

$$610 = 377 + 233 = 144 + 471 = 144 + 134 = 278$$

(ج) تحليلياً، يبين ما إذا كانت متتابعة فيبوناشي حسابية أم لا؟

الحل:

ليست متتابعة حسابية، لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابتاً.

رقم الصفحة في الكتاب ٨٨

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٥) **مسألة مفتوحة:** كون متتابعة حسابية أساسها -١٠.

الحل:



(٢٦) **تحذّر:** أوجد قيمة س التي تجعل س + ٨، س + ٤، س + ٦، س + ٣ الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية.

الحل:

$$س + ٨, س + ٤, س + ٦, س + ٣, \dots$$

$$س + ٨ - (س + ٤) = س + ٤ - (س + ٦) = س + ٦ - (س + ٣) = س + ٣ - س = ٣$$

إيجاد قيمة س:

المعادلة الأصلية

$$س + ٨ - (س + ٤) = س + ٤ - (س + ٦) = س + ٦ - (س + ٣) = س + ٣ - س = ٣$$

أضف س إلى كلا الطرفين

$$س + ٨ - س - ٤ = س + ٤ - س - ٦ = س + ٦ - س - ٣ = س + ٣ - س = ٣$$

بسط

$$٨ - ٤ = ٤ - ٦ = ٦ - ٣ = ٣$$

أضف ٢ إلى كلا الطرفين

$$٨ - ٤ + ٢ = ٤ - ٦ + ٢ = ٦ - ٣ + ٢ = ٣$$

بسط

$$٨ - ٤ + ٢ = ٤ - ٦ + ٢ = ٦ - ٣ + ٢ = ٣$$

$$\frac{4 - س}{4} = \frac{4 س}{4}$$

اقسم كلا الطرفين على 4

بسط

$$1 - س = 1$$

(٢٧) بيّن إذا كانت المتتالية: س-١، ٣س+٢، ٥س+٥، ... حسابية أم لا، وفسّر إجابتك.

الحل:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{س} - 1 & , & 3\text{س} + 2 & , & 5\text{س} + 5 & , & \dots \\ & \nearrow & & \nearrow & & & \\ & 3\text{س} + 2 & + & 3\text{س} + 2 & + & \dots & \\ & \text{الأساس} & & \text{الأساس} & & & \end{array}$$

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتالية حسابية.

(٢٨) **تحذّر:** بيّن هل المتتالية في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسّر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

(أ) ٢س+١، ٣س+١، ٤س+١، ...

الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتالية الحسابية.

$$\begin{array}{ccccccc} 2\text{س} + 1 & , & 3\text{س} + 1 & , & 4\text{س} + 1 & , & \dots \\ & \nearrow & & \nearrow & & & \\ & 3\text{س} + 1 & + & 3\text{س} + 1 & + & \dots & \\ & \text{الأساس} & & \text{الأساس} & & & \end{array}$$

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتالية حسابية.

الخطوة ٢: أضف س إلى الحد الأخير في المتتالية لتجد الحد التالي.

$$\begin{array}{ccccccc} 4\text{س} + 1 & , & 5\text{س} + 1 & , & 6\text{س} + 1 & , & 7\text{س} + 1 & , & \dots \\ & \nearrow & & \nearrow & & \nearrow & & & \\ & 5\text{س} + 1 & + & 6\text{س} + 1 & + & 7\text{س} + 1 & + & \dots & \\ & & & & & & & & \end{array}$$

الحدود الثلاثة التالية هي: ٥س+١، ٦س+١، ٧س+١

(ب) ٢س، ٤س، ٨س، ...

الحل:

$$\begin{array}{ccccccc} 2\text{س} & , & 4\text{س} & , & 8\text{س} & , & \dots \\ & \nearrow & & \nearrow & & & \\ & 4\text{س} & + & 4\text{س} & + & \dots & \\ & & & & & & \end{array}$$

ليست متتالية حسابية، لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابتاً.

(٢٩) **اكتب:** وضح كيف تجد حدًا معينًا في متتابعة حسابية، وكيف تكتب المتتابعة الحسابية كدالة خطية. **الحل:**

أوجد أولاً الأساس للمتتابعة المعطاة. ثم استعمل الصيغة $أ = ١ + (١ - ن) د$ في التعويض عن ن بترتيب الحد المطلوب. فالمتتابعة الحسابية هي دالة خطية يمثل فيها د الميل، ن المتغير المستقل، أن المتغير التابع.

رقم الصفحة في الكتاب ٨٨

تدريب على اختبار

(٣٠) أي العلاقات الآتية تمثل دالة؟

- (أ) $\{(٢, ٤), (١, ٢), (٣, ٤), (٦, ٥)\}$ (ب) $\{(٦, ٣), (٤, ٣), (٥, ٣), (١, ٣)\}$
 (ج) $\{(٢, ١), (١, ٢), (٣, ٠), (٣, ٢)\}$ (د) $\{(٢, ٠), (١, ٢), (٣, ٤), (٦, ٥)\}$

الحل: الإجابة الصحيحة د

هذه العلاقة تمثل دالة، لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى.

(٣١) أوجد معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: $٧-، ٤-، ١-، ٢، ...$

- (أ) $٤ - ٣ن = أن$ (ب) $١ + ٧ن = أن$ (ج) $١٠ - ٣ن = أن$ (د) $٤ + ٧ن = أن$

الحل: الإجابة الصحيحة أ

شرح الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.



الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$١ = ٧ - ٣، ٣ = ٣$$

خاصية التوزيع

بسط

$$أن = ١ + (١ - ن) د$$

$$= ٧ - (١ - ن) (٣)$$

$$= ٧ - ٣ + ٣ن$$

$$= ٤ - ٣ن$$

(٣٢) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢، ٩)، (٣، -١). (الدرس ٢-٥)
الحل:

التغير الرأسي

التغير الأفقي

عوض

بسط

$$\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = م$$

$$\frac{٩ - (-١)}{٢ - ٣} =$$

$$\frac{١٠}{-١} =$$

$$\frac{١}{٤} = \frac{٣ -}{١٢ -} =$$

$$١ - = ٣ + س \quad (٣٣)$$

الحل:

الحل بيانياً:

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفها الأيسر صفراً.

المعادلة الأصلية

$$١ - = ٣ + س$$

أضف ١ إلى كلا الطرفين

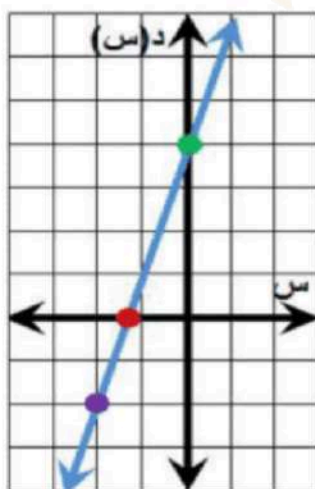
$$١ + ١ - = ١ + ٣ + س$$

بسط

$$٠ = ٤ + س$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = ٣ + س + ٤

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = ٣ + س + ٤	د(س)	(س، د(س))
-٢	د(٢-) = ٣ + (٢-) + ٤	٢-	(٢-، ٢-)
٠	د(٠) = ٣ + (٠) + ٤	٠	(٤، ٠)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $-\frac{٤}{٣}$ ، لذا

$$-\frac{٤}{٣} = س$$

وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري:

المعادلة الأصلية

$$٤ + س = د(س)$$

عوض القيمة صفراً بدلاً من د(س)

اطرح ٤ من كلا الطرفين

بسط

اقسم كلا الطرفين على ٣

بسط

$$٤ + ٣س = ٠$$

$$٤ - ٤ + ٣س = ٤ - ٠$$

$$٣س = ٤ -$$

$$\frac{٣س}{٣} = \frac{٤ -}{٣}$$

$$س = \frac{٤}{٣} -$$

$$٠ = ١ - س \frac{٢}{٣} \quad (٣٤)$$

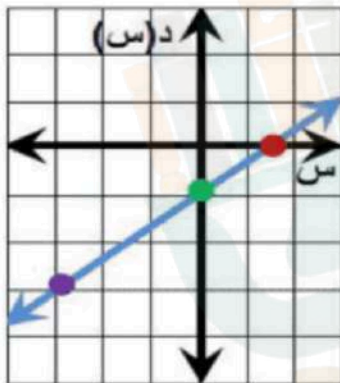
الحل:

الحل بيانياً:

المعادلة الأصلية

$$٠ = ١ - س \frac{٢}{٣}$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = $١ - س \frac{٢}{٣}$ ، ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = $١ - س \frac{٢}{٣}$	د(س)	(س ، د(س))
٣-	$١ - (٣-) \frac{٢}{٣} = (٣-)$	٣-	(٣- ، ٣-)
٠	$١ - (٠) \frac{٢}{٣} = (٠)$	١-	(١- ، ٠)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $\frac{٣}{٢}$ ، لذا

فإن الحل هو $س = \frac{٣}{٢}$

وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري:

المعادلة الأصلية

$$١ - س \frac{٢}{٣} = د(س)$$

عوض القيمة صفراً بدلاً من د(س)

أضف ١ إلى كلا الطرفين

بسط

اضرب كلا الطرفين في $\frac{٣}{٢}$

بسط

$$١ - س \frac{٢}{٣} = ٠$$

$$١ + ١ - س \frac{٢}{٣} = ١ + ٠$$

$$س \frac{٢}{٣} = ١$$

$$\left(\frac{٣}{٢}\right) س \frac{٢}{٣} = \left(\frac{٣}{٢}\right) ١$$

$$س = \frac{٣}{٢}$$

(٣٥) حُلْ المعادلة $٥س + ٧ = ٨ -$ ، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ١-٣)

الحل:

المعادلة الأصلية	$٨ - = ٧ + ٥س$
اطرح ٧ من كلا الطرفين	$٧ - ٨ - = ٧ - ٧ + ٥س$
بسط	$١٥ - = ٥س$
اقسم كلا الطرفين على ٥	$\frac{١٥ -}{٥} = \frac{٥س}{٥}$
بسط	$٣ - = س$

التحقق من صحة الحل:

للتحقق من أن $٣ -$ هو الحل، عوض $٣ -$ بدلاً من $س$ في المعادلة الأصلية:

المعادلة الأصلية	$٨ - = ٧ + ٥س$
عوض $٣ -$ بدلاً من $س$	$٨ - = ٧ + (٣ -)٥$
اضرب	$٨ - = ٧ + ١٥ -$
بسط	$٨ - = ٨ -$

(٣٦) حُلْ المعادلة $٣س = ١٢ -$. (الدرس ١-٢)

الحل:

المعادلة الأصلية	$١٢ - = ٣س$
اقسم كلا الطرفين على ٣	$\frac{١٢ -}{٣} = \frac{٣س}{٣}$
المعادلة الأصلية	$٤ - = س$

رقم الصفحة في الكتاب ٨٨

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

مثّل كلّاً من المعادلات الآتية بيانياً:

(٣٧) $٨ - س = ص$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $ص = ٠$

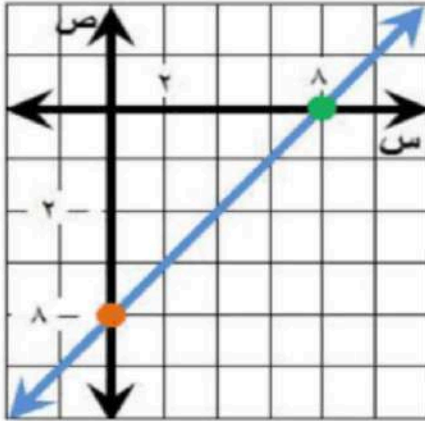
ص = $٨ - س$ المعادلة الأصلية

استبدل ص بصفر $٨ - س = ٠$

أضف ٨ إلى كلا الطرفين

$$٨ = س$$

فيكون المقطع السيني ٨، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٨، ٠).



لإيجاد المقطع الصادي ضع $س = ٠$

$$ص = ٨ - س \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$ص = ٨ - ٠ \quad \text{استبدل س بصفر}$$

$$ص = ٨ \quad \text{بسط}$$

فيكون المقطع الصادي ٨، أي أن المستقيم يقطع محور

الصادات في النقطة (٠، ٨).

عيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.

$$(٣٨) \quad س - ص = -٤$$

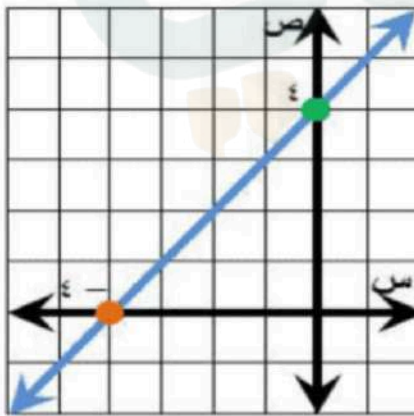
الحل: لإيجاد المقطع السيني ضع $ص = ٠$

$$س - ٠ = -٤ \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$س = -٤ \quad \text{استبدل ص بصفر}$$

$$س = -٤ \quad \text{بسط}$$

فيكون المقطع السيني -٤، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (-٤، ٠).



لإيجاد المقطع الصادي ضع $س = ٠$

$$س - ص = -٤ \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$٠ - ص = -٤ \quad \text{استبدل س بصفر}$$

$$-ص = -٤ \quad \text{بسط}$$

$$ص = ٤ \quad \text{اضرب كلا الطرفين في -١}$$

فيكون المقطع الصادي ٤، أي أن المستقيم يقطع محور

الصادات في النقطة (٠، ٤).

عيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.

$$(39) \quad 2س + 4ص = 8$$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $ص = 0$

$$المعادلة الأصلية \quad 8 = 4ص + 2س$$

$$استبدل ص بصفر \quad 8 = 4(0) + 2س$$

$$بسط \quad 8 = 2س$$

$$اقسم كلا الطرفين على 2 \quad \frac{8}{2} = \frac{2س}{2}$$

$$بسط \quad 4 = س$$

فيكون المقطع السيني 4، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (4، 0).

لإيجاد المقطع الصادي ضع $س = 0$

$$المعادلة الأصلية \quad 8 = 4ص + 2س$$

$$استبدل س بصفر \quad 8 = 4ص + 2(0)$$

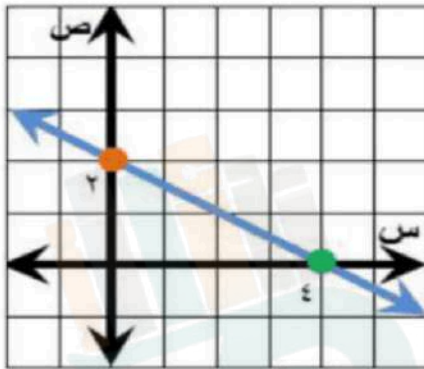
$$بسط \quad 8 = 4ص$$

$$اقسم كلا الطرفين على 4 \quad \frac{8}{4} = \frac{4ص}{4}$$

$$بسط \quad 2 = ص$$

فيكون المقطع الصادي 2، أي أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (0، 2).

عين هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.



اختبار الفصل

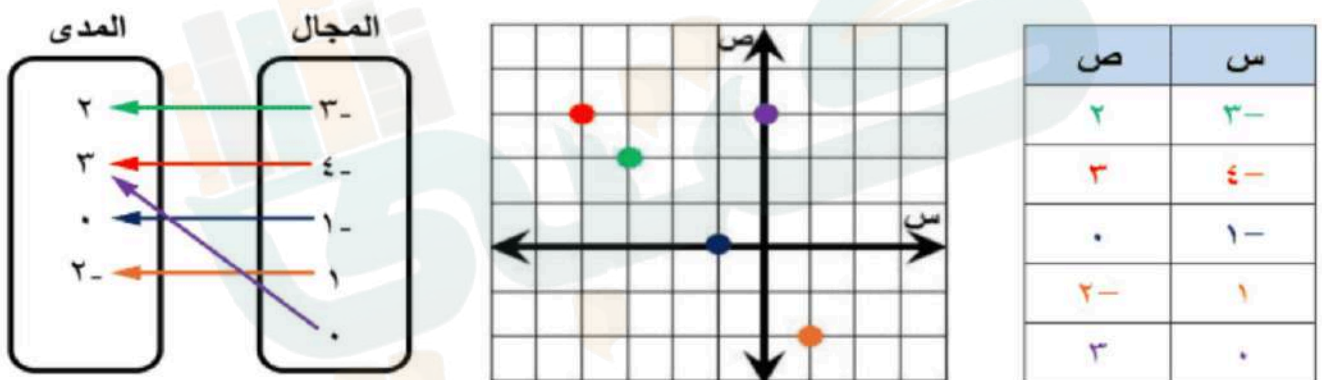
١) مثل العلاقة الآتية بجدول، وبمخطط سهمي، وبيانيًا،
ثم حدّد كلّاً من مجالها ومدّاه:

$$\{(3, 0), (2, -1), (0, 1), (3, -4), (2, 3)\}$$

الحل:

الجدول: اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.
التمثيل البياني: مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.

المخطط السهمي: ضع قائمة لقيم s في المجال وقيم v في المدى. وارسم سهماً من قيم s في المجال إلى قيم v التي تقابلها في المدى.



المجال هو: $\{0, 1, 1-, 3-, 4-\}$ ، والمدى هو: $\{3, 2, 0, 2-\}$

إذا كان $d(s) = 2 - s$ ، $v(s) = 7 + s^2$
فأوجد قيمة كل من:

٢) $d(3)$

الحل:

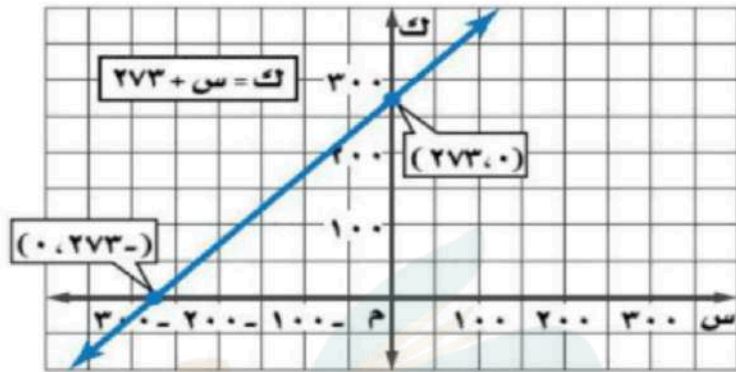
$$\begin{aligned} d(3) &= 2 - 3 = -1 \\ v(3) &= 7 + 3^2 = 16 \\ \text{اجمع} \end{aligned}$$

(٣) د (-٦ ص)

الحل:

$$\begin{aligned} \text{د (-٦ ص)} &= ٥ - ٢ = (-٦ \text{ ص}) \\ \text{س} &= -٦ \text{ ص} \\ \text{اضرب} & \\ &= ٥ + ١٢ \text{ ص} \end{aligned}$$

(٤) **درجة الحرارة:** يبين الشكل أدناه معادلة تحويل درجات الحرارة السيليزية (س) إلى درجات الحرارة على مقياس كلفن (ك).



(أ) حدّد كلّاً من المتغير المستقل، والمتغير التابع، وفسر ذلك.

الحل:

المتغير المستقل: درجات الحرارة السيليزية. **المتغير التابع:** درجات الحرارة على مقياس كلفن. **التفسير:** درجة الحرارة على مقياس كلفن تعتمد على درجة الحرارة السيليزية.

(ب) أوجد المقطع س والمقطع ك، وماذا يعني كل منهما في هذه الحالة؟

الحل:

بما أن المستقيم يقطع محور س في النقطة $(٠, ٢٧٣)$ ، إذا فالمقطع س هو -٢٧٣ ، ويعني ذلك أن: -٢٧٣ سيليزية = ٠ كلفن

بما أن المستقيم يقطع محور ك في النقطة $(٠, ٢٧٣)$ ، إذا فالمقطع ك هو ٢٧٣ ، ويعني ذلك أن: ٠ سيليزية = ٢٧٣ كلفن

مثل كلّاً من المعادلات الآتية بياناً:

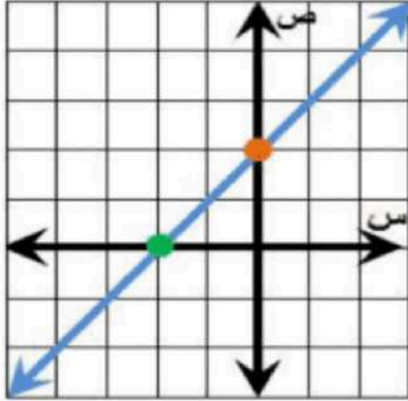
$$\text{٥ ص} = \text{س} + ٢$$

الحل:

لإيجاد المقطع السيني ضع $ص = ٠$

$$\begin{array}{ll}
 \text{المعادلة الأصلية} & \text{ص} = 2 + \text{س} \\
 \text{استبدل ص بصفر} & 2 + \text{س} = 0 \\
 \text{اطرح 2 من كلا الطرفين} & 2 - 2 + \text{س} = 2 - 2 \\
 \text{بسط} & \text{س} = 2 -
 \end{array}$$

فيكون المقطع السيني -2 ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(-2, 0)$.



لإيجاد المقطع الصادي ضع $\text{س} = 0$

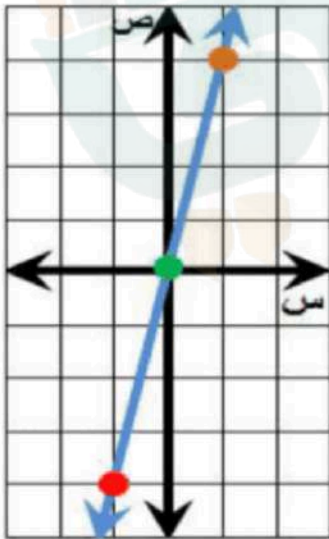
$$\begin{array}{ll}
 \text{المعادلة الأصلية} & \text{ص} = 2 + \text{س} \\
 \text{استبدل س بصفر} & \text{ص} = 2 + (0) \\
 \text{بسط} & \text{ص} = 2
 \end{array}$$

فيكون المقطع الصادي 2 ، أي أن المستقيم يقطع محور

الصادات في النقطة $(0, 2)$.

عين هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.

$$\begin{array}{l}
 \text{٦ ص} = 4 \text{ س} \\
 \text{الحل:}
 \end{array}$$



س	٤ س	ص	(س ، ص)
١ -	٤ (١ -)	٤ -	(١ - ، ٤ -)
٠	٤ (٠)	٠	(٠ ، ٠)
١	٤ (١)	٤	(١ ، ٤)

$$\begin{array}{l}
 \text{٧ ص} + 2 = 1 - \\
 \text{الحل:}
 \end{array}$$

لإيجاد المقطع السيني ضع $\text{ص} = 0$

$$\begin{array}{ll}
 \text{المعادلة الأصلية} & \text{ص} + 2 = 1 - \\
 \text{استبدل ص بصفر} & 0 + 2 = 1 -
 \end{array}$$

بسط

$$1 = -s$$

فيكون المقطع السيني -1 ، أي أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة $(-1, 0)$.

لإيجاد المقطع الصادي ضع $s = 0$

المعادلة الأصلية

$$1 = -2s$$

استبدل s بصفر

$$1 = -2(0)$$

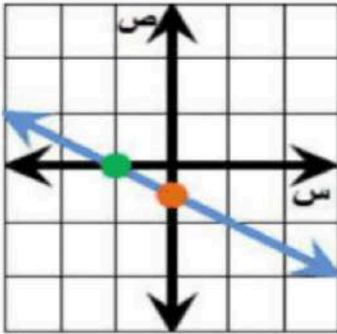
اقسم على 2

$$\frac{1}{2} = -s$$

فيكون المقطع الصادي $-\frac{1}{2}$ ، أي أن المستقيم يقطع محور

الصادات في النقطة $(0, -\frac{1}{2})$.

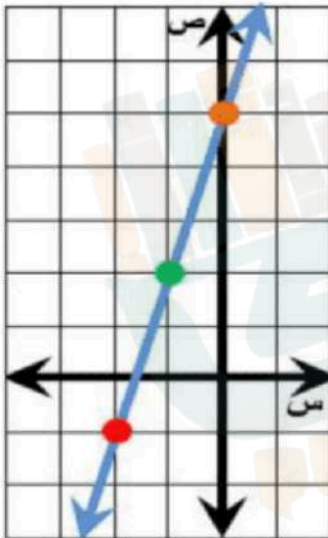
عَيّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.



$$(8) \quad 3s - 5 = -s$$

الحل:

يمكن كتابة المعادلة بالشكل: $5 = 3s + s$



س	$3s + 5$	ص	(س، ص)
-2	$3(-2) + 5 = -1$	-1	$(-2, -1)$
-1	$3(-1) + 5 = 2$	2	$(-1, 2)$
0	$3(0) + 5 = 5$	5	$(0, 5)$

حُلْ كُلُّ معادلة مما يأتي بياناً:

$$(9) \quad 4s + 2 = 0$$

الحل:

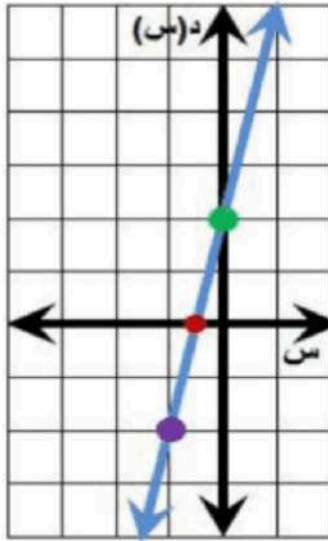
الحل بيانياً:

المعادلة الأصلية

$$4s + 2 = 0$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $d(s) = 4s + 2$

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوّن جدولاً.



س	د(س) = ٤س + ٢	د(س)	(س ، د(س))
١-	د(١-) = (١-)٤ + ٢ = ٢ - ٤ = -٢	٢-	(١- ، -٢)
٠	د(٠) = (٠)٤ + ٢ = ٢	٢	(٠ ، ٢)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند $-\frac{1}{4}$ ، لذا

فإن الحل هو $س = -\frac{1}{4}$.

$$١٠) ٣س - ٦ = ٠$$

الحل:

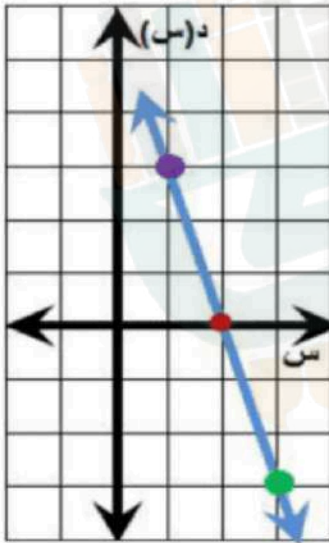
الحل بيانياً:

المعادلة الأصلية

$$٣س - ٦ = ٠$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د(س) = ٣س - ٦

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = ٣س - ٦	د(س)	(س ، د(س))
١	د(١) = (١)٣ - ٦ = ٣ - ٦ = -٣	٣	(١ ، -٣)
٣	د(٣) = (٣)٣ - ٦ = ٩ - ٦ = ٣	٣-	(٣- ، ٣)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٢ ، لذا

فإن الحل هو $س = ٢$.

$$١١) ١٢س = ٤س + ١٦$$

الحل:

الحل بيانياً:

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفها الأيسر صفراً.

المعادلة الأصلية

$$١٢س = ٤س + ١٦$$

اطرح ٤س من كلا الطرفين

$$١٢س - ٤س = ٤س - ٤س + ١٦$$

بسط

$$٨س = ١٦$$

اطرح ١٦ من كلا الطرفين

$$٨س - ١٦ = ١٦ - ١٦$$

بسط

$$٠ = ١٦ - ٨س$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: $د(س) = ٨س - ١٦$

ولتمثيل الدالة بيانياً كَوْن جدولاً.



س	د(س) = ٨س - ١٦	د(س)	(س ، د(س))
١	د(١) = ٨(١) - ١٦ = ٨ - ١٦	٨ -	(١ ، ٨ -)
٣	د(٣) = ٨(٣) - ١٦ = ٢٤ - ١٦	٨	(٣ ، ٨)

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند ٢ ، لذا فإن

الحل هو $س = ٢$.

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

$$(١٢ ، ٥) ، (٨ ، ٣) ، (٧ ، ٣) ، (٥ ، ٣)$$

الحل:

التغير الرأسى

التغير الأفقى

عوض

بسط

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$= \frac{٥ - ٣}{٨ - ٧}$$

$$= \frac{٢}{١} = ٢$$

$$= \frac{١}{١} = ١$$

$$= \frac{١}{١} = ١$$

$$= \frac{١}{١} = ١$$

$$(١٣ ، ٥) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٣)$$

الحل:

التغير الرأسى

التغير الأفقى

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$= \frac{٥ - ٣}{٢ - ٢}$$

$$\frac{(2-) - 2-}{5-3} =$$

عوض

بسط

$$0 = \frac{0}{2-} = \frac{2+2-}{2-} =$$

(١٤) (٤، ٦)، (٣-، ٦)

الحل:

التغير الرأسى

التغير الأفقى

$$\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \text{م}$$

$$\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

عوض

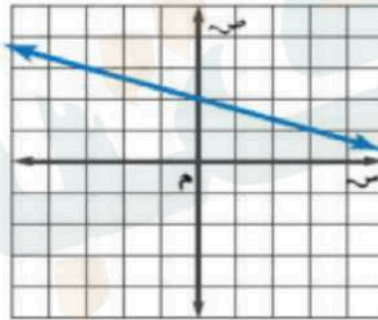
$$\frac{(3-) - 4}{6-6} =$$

بسط

$$\frac{7}{0} = \frac{3+4}{0} =$$

١٥) اختيار من متعدد: أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم

المبين في الشكل؟

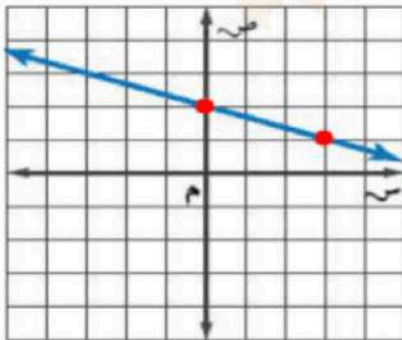


٣- (أ)

١/٣- (ب)

٣ (ج)

١/٣ (د)



الحل: الإجابة الصحيحة ب ، شرح الحل:

نحدد نقطتين يمر منهما المستقيم، ثم نقوم بحساب الميل.

المستقيم يمر بالنقطتين (١، ٣) ، (٢، ٠)

التغير الرأسى

التغير الأفقى

$$\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \text{م}$$

$$\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

عوض

$$\frac{1-2}{3-0} =$$

بسط

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3-0} =$$

(١٦) اختيار من متعدد: ما قيمة r التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(٠, ١)$ ، $(٣, ر)$ يساوي ٢؟

- (أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٢}$ (ج) ٣ (د) ٣-

الحل: الإجابة الصحيحة ب ، شرح الحل:

صيغة الميل

$$m = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

عوض

$$\frac{٠ - ٣}{١ - ر} = ٢$$

بسط

$$\frac{٣}{١ - ر} = ٢$$

$$٢ = \frac{٢}{١}$$

$$\frac{٣}{١ - ر} = \frac{٢}{١}$$

اضرب تبادلياً

$$٣(١) = (١ - ر)٢$$

خاصية التوزيع

$$٣ = ٢ - ر٢$$

أضف ٢ إلى كلا الطرفين

$$٢ + ٣ = ٢ + ٢ - ر٢$$

بسط

$$٥ = ر٢$$

اقسم كلا الطرفين على ٢

$$\frac{٥}{٢} = \frac{ر٢}{٢}$$

بسط

$$\frac{٥}{٢} = ر$$

(١٧) أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابة:

٥، ٦، ٨، ١١، ١٥، ...

الحل:

$$\begin{array}{ccccccc} ٥ & , & ٦ & , & ٨ & , & ١١ & , & ١٥ & , & ٢٠ & , & ٢٦ & , & ٣٣ & , & \dots \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ ١+ & & ٢+ & & ٣+ & & ٤+ & & ٥+ & & ٦+ & & ٧+ & & \dots \end{array}$$

الحدود الثلاثة التالية هي: ٢٠ ، ٢٦ ، ٣٣

بيّن ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت حسابية فما أساسها؟

$$(18) \quad \dots, 16, -24, -32, -40, \dots$$

الحل:

$$\begin{array}{ccccccc} \dots & 16 & - & 24 & - & 32 & - & 40 & - \\ & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & \\ & 8 & + & 8 & + & 8 & + & 8 & + \end{array}$$

الأساس ٨

الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية وأساسها ٨.

$$(19) \quad \dots, 12, 6, 3, 1, 0, 5, 75, \dots$$

الحل:

$$\begin{array}{ccccccccccc} \dots & 12 & & 6 & & 3 & & 1 & & 0 & & 5 & & 75 \\ & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow \\ & 6 & + & 3 & + & 2 & + & 1 & + & 5 & + & 70 & + & 70 \end{array}$$

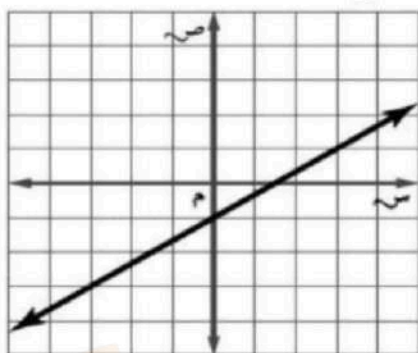
ليست متتابعة حسابية، لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابتاً.

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

رقم الصفحة في الكتاب ٩٠

١) أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل أدناه؟



(ج) $-\frac{2}{3}$

(أ) $-\frac{1}{3}$

(د) $\frac{3}{2}$

(ب) $\frac{1}{2}$

الحل: الإجابة الصحيحة جـ

شرح الحل:

نحدد نقطتين يمر منهما المستقيم، ثم نقوم بحساب الميل.

المستقيم يمر بالنقطتين $(1, 3)$, $(1, 0)$

التغير الرأسي

$$ص_2 - ص_1 =$$

التغير الأفقي

$$س_2 - س_1 =$$

عوض

$$\frac{(1) - 1}{0 - 3} =$$

بسط

$$\frac{2}{3} = \frac{1 + 1}{3} =$$

٢) أوجد معدل التغير للدالة الخطية بناءً على الجدول أدناه.

ساعات العمل	١	٢	٣	٤
الأجر (ريال)	٥٥	١١٠	١٦٥	٢٢٠

أ) زيادة ٦٥ ريالاً في الساعة.

ب) زيادة ٥٥ ريالاً في الساعة.

ج) نقصان ٥٥ ريالاً في الساعة.

د) نقصان ٦٥ ريالاً في الساعة.

الحل: الإجابة الصحيحة ب

شرح الحل:

معدل التغير = $\frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$

= $\frac{\text{التغير في الأجر}}{\text{التغير في ساعات العمل}}$

$$= \frac{٥٥ - ١١٠}{١ - ٢}$$

$$= \frac{٥٥}{١} = ٥٥$$

عوض

بسط

٣) ما معادلة الحد النوني للمتتابعة:

٢، -١، ٤، ٧، ١٠، ١٣، ... ؟

ج) أن $٢ + ٣ن =$

أ) أن $١ - ٢ن =$

د) أن $٥ - ٣ن =$

ب) أن $٤ + ٢ن =$

الحل: الإجابة الصحيحة د

شرح الحل:

الخطوة ١: أوجد أساس المتتابعة الحسابية.



الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$أ_n = ١ + (ن - ١) د$$

$$١ = ٢ - د , ٣ = د$$

$$٢ - = (٣) (١ - ن) +$$

خاصية التوزيع

$$٣ - ن ٣ + ٢ - =$$

بسط

$$٥ - ن ٣ =$$

٤) الجدول الآتي يبين تكلفة شراء عدد من الوجبات (ن) وخدمة التوصيل.

عدد الوجبات	التكلفة (ريال)
١	٦٠
٢	٨٥
٣	١١٠
٤	١٣٥

أي المعادلات الآتية تعبر عن الموقف؟

أ) $٣٥ + ن ٢٥ = د (ن)$ ج) $٢٥ + ن ٣٥ = د (ن)$

ب) $٣٠ + ن ٢٥ = د (ن)$ د) $٤٠ + ن ٣٥ = د (ن)$

الحل: الإجابة الصحيحة أ

شرح الحل:

اكتب دالة تعبر عن هذه المتتابعة.



الحد الأول في المتتابعة ٦٠ هو ٢٥، وأساسها ٢٥.

معادلة الحد النوني بشكل عام

$$أ_n = ١ + (ن - ١) د$$

$$٢٥ = د , ٦٠ = ١$$

$$٦٠ = (٢٥) (١ - ن) +$$

خاصية التوزيع

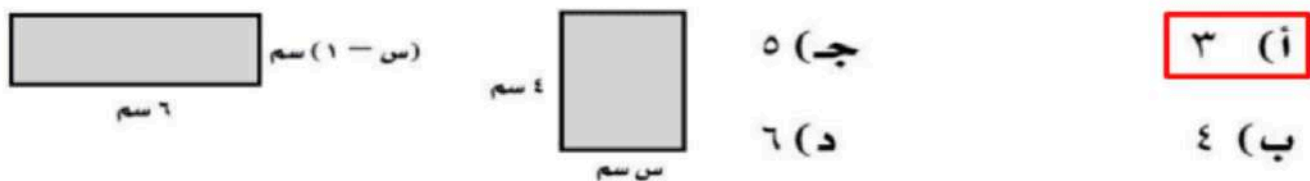
$$٢٥ - ن ٢٥ + ٦٠ =$$

بسط

$$٣٥ + ن ٢٥ =$$

فتكون الدالة: $٣٥ + ن ٢٥ = د (ن)$

٥) إذا كان للشكليين الآتيين المساحة نفسها، فأوجد قيمة س.



(أ) ٣

(ب) ٤

(ج) ٥

(د) ٦

الحل: الإجابة الصحيحة أ

شرح الحل:

مساحة المستطيل = الطول $\times$ العرض

مساحة المستطيل الأول = $(4) \times (س)$

مساحة المستطيل الثاني = $(6) \times (١ - س)$

والمعادلة هي: $(4) \times (س) = (١ - س) \times (6)$

المعادلة الأصلية

$$(4) \times (س) = (١ - س) \times (6)$$

خاصية التوزيع

$$٦س - ٤ = ٦ - ٤س$$

اطرح ٤س من كلا الطرفين

$$٦س - ٤س = ٦ - ٤س - ٤س$$

بسط

$$٢س - ٤ = ٦ - ٨س$$

أضف ٦ إلى كلا الطرفين

$$٢س - ٤ + ٦ = ٦ - ٨س + ٦$$

بسط

$$٢س = ٦ - ٤س$$

اقسم كلا الطرفين على ٢

$$\frac{٢س}{٢} = \frac{٦ - ٤س}{٢}$$

بسط

$$س = ٣$$

٦) الجدول أدناه يبيّن كميات الأمطار بعد عدد معين من الساعات.

الساعة (س)	١	٢	٣	٤
الكمية (ص)	٠,٤٥	٠,٩	١,٣٥	١,٨

ما الدالة الخطية التي تعبّر عن الموقف؟

(أ) ص = ٠,٤٥ س

(ج) ص = ٠,٩ س

(ب) ص = ٠,٤٥ س

(د) ص = ١,٨ س

الحل: الإجابة الصحيحة أ

شرح الحل:

بتعويض قيم هـ في المعادلة ص = ٠,٤٥ س نجد أن هذه المعادلة تمثل بيانات الجدول.

$$\text{س} = ١ \Rightarrow \text{ص} = ٠,٤٥ \text{ س} = ٠,٤٥ = (١) \text{ ص}$$

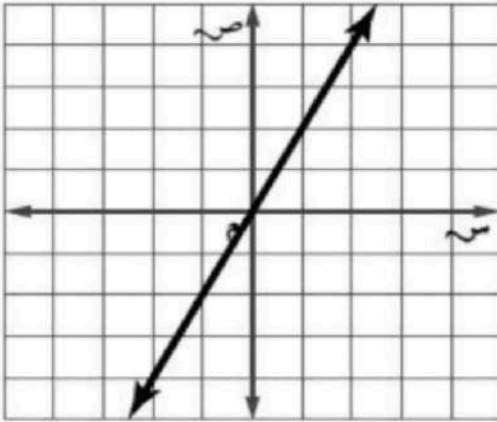
$$\text{س} = ٢ \Rightarrow \text{ص} = ٠,٤٥ \text{ س} = ٠,٩ = (٢) \text{ ص}$$

$$\text{س} = ٣ \Rightarrow \text{ص} = ٠,٤٥ \text{ س} = ١,٣٥ = (٣) \text{ ص}$$

$$\text{س} = ٤ \Rightarrow \text{ص} = ٠,٤٥ \text{ س} = ١,٨ = (٤) \text{ ص}$$

٧) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل أدناه.

الحل:



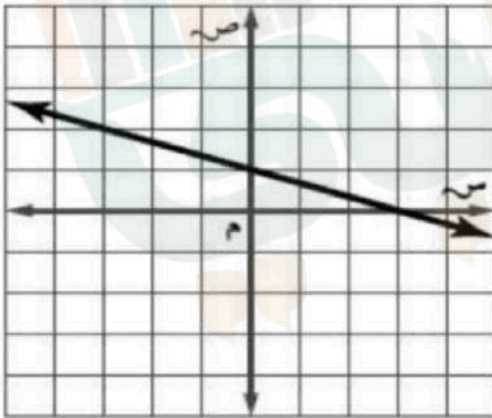
بما أن المستقيم يمر في نقطة الأصل (٠ ، ٠)، إذاً:

المقطع السيني = ٠

المقطع الصادي = ٠

٨) استعمل التمثيل البياني أدناه لحل المعادلة: $\frac{1}{3}س + ١ = ٠$

الحل:



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات

عند ٣ ، لذا فإن الحل هو $س = ٣$.

٩) أطلق بالون من ارتفاع ٦٠ قدمًا فوق سطح الأرض لأعلى، إذا كان معدل ارتفاع البالون ١٥ قدمًا/الدقيقة.

أ) فأوجد ارتفاع البالون بعد: دقيقة، دقيقتين، ٣ دقائق، ٤ دقائق من إطلاقه.

الحل:

ارتفاع البالون بعد دقيقة = $60 + 1 \times 15 = 75$ قدم

ارتفاع البالون بعد دقيقتين = $60 + 2 \times 15 = 90$ قدم

ارتفاع البالون بعد ٣ دقائق = $60 + 3 \times 15 = 105$ قدم

ارتفاع البالون بعد ٤ دقائق = $60 + 4 \times 15 = 120$ قدم

ب) إذا كانت ز تعبر عن الزمن الذي أُطلق بعده البالون، ع تمثل ارتفاع البالون، فعبر عن الموقف بمتابعة حسابية.

الحل:

إذا كانت ز تعبر عن الزمن، و ع تمثل ارتفاع البالون فإن: $60 + 15ز = ع$ وتكون المتتابعة الحسابية التي تعبر عن الموقف:



ج) استعمل المعادلة في الفرع ب لإيجاد ارتفاع البالون بعد ٨ دقائق من إطلاقه.

الحل:

$$ع = 60 + 15ز$$

$$ع = 60 + 15(٨)$$

$$ع = 60 + 120 = ١٨٠ \text{ قدم}$$

**نهاية الفصل
الثاني**